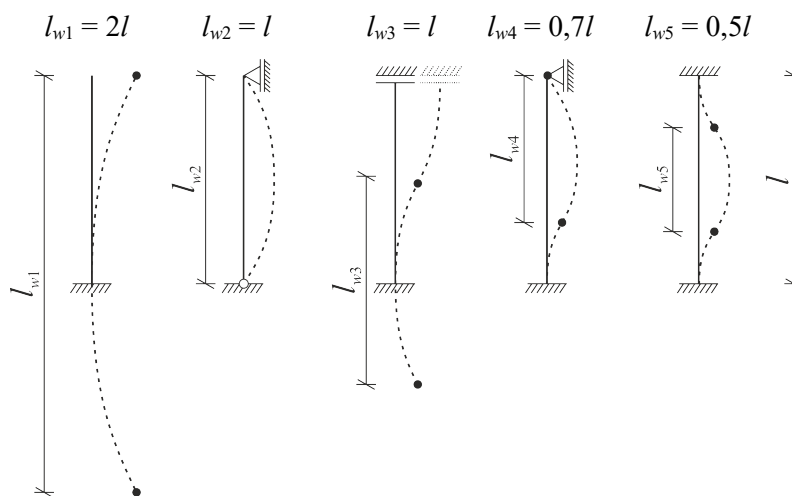


STATECZNOŚĆ PRĘTÓW PROSTYCH

Zagadnienie **stateczności** prętów prostych jest związane z pojęciem **wyboczenia**, które definiujemy jako utratę stateczności pręta pod wpływem działania siły ściskającej (wygięcie, utratę prostego kształtu). Siłę, która powoduje wyboczenie nazywamy **siłą krytyczną** P_{kr} i, zgodnie ze wzorem Eulera, można ją wyznaczyć za pomocą wzoru:

$$P_{kr} = \pi^2 \frac{EI}{l_w^2}.$$

W powyższym wzorze EI jest sztywnością giętą ($EI = EI_x$ lub $EI = EI_y$), natomiast l_w oznacza **długość wyboczeniową pręta** w określonej płaszczyźnie (względem osi normalnej do tej płaszczyzny). Długość wyboczeniowa zależy od rzeczywistej długości elementu l oraz od warunków podparcia. Można ją określić na podstawie postaci wyboczenia. Zakładając, że postać wyboczenia jest opisana funkcją sinus, długość wyboczeniowa jest równa połowie okresu sinusa, tj. odległości pomiędzy dwoma punktami przegięcia funkcji.



Dodatkowo, jeżeli pręt swobodnie podparty posiada podpory pośrednie, to długość wyboczeniowa jest równa długości pręta podzielonej przez n , gdzie n oznacza liczbę segmentów, na jakie dodatkowe podpory dzielą pręt. Można skorzystać ze wzoru:

$$P_{kr} = \pi^2 \frac{EI}{l_w^2} = \pi^2 \frac{EI}{\left(\frac{l}{n}\right)^2} = n^2 \pi^2 \frac{EI}{l^2}.$$

Jeżeli pręt posiada jednakowe warunki podparcia we wszystkich kierunkach, to do obliczeń przyjmuje się minimalny moment bezwładności przekroju (w układzie osi głównych centralnych):

$$I = I_{\min} = \min(I_x, I_y).$$

Wyboczenie występuje wówczas w płaszczyźnie prostopadłej do osi minimalnego momentu bezwładności. Jeżeli jednak pręt posiada różne warunki podparcia w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach (co skutkuje różnymi długościami wyboczeniowymi), to obliczenia należy przeprowadzić dla obydwu kierunków niezależnie i wybrać minimalną wartość siły krytycznej. Wyjątkiem jest sytuacja, gdy dla danego kierunku jest jednocześnie osiągany minimalny moment bezwładności oraz maksymalna długość wyboczeniowa (wtedy ten właśnie kierunek jest decydujący).

Aby móc skorzystać ze wzoru Eulera, należy sprawdzić **warunek wyboczenia sprężystego** (istnieją na to dwa równoważne sposoby). Pierwszy z nich wymaga obliczenia smukłości pręta λ (na podstawie długości wyboczeniowej l_w oraz promienia bezwładności pręta i):

$$\lambda = \frac{l_w}{i}, \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}}.$$

W ogólności należy wyznaczyć dwie wartości smukłości (λ_x , λ_y) i wybrać wartość maksymalną λ_{max} , odpowiadającą minimalnej sile krytycznej (chyba że wiadomo, w której płaszczyźnie nastąpi wyboczenie, wtedy oblicza się tylko jedną smukłość).

Następnie należy obliczyć smukłość graniczną, która jest charakterystyką materiałową obliczaną na podstawie modułu Younga materiału E oraz granicy proporcjonalności materiału $R_{pr} = R_H$:

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{R_{pr}}}$$

i sprawdzić, czy smukłość pręta jest większa od smukłości granicznej:

$$\lambda_{max} > \lambda_p.$$

Jeżeli powyższy warunek jest spełniony, to wyboczenie jest sprężyste (można skorzystać ze wzoru Eulera).

Drugi sposób polega na wyznaczeniu siły krytycznej zgodnie ze wzorem Eulera bez wiedzy, czy rzeczywiście można to zrobić, wstępnie zakładając, że wyboczenie jest sprężyste. Następnie należy wyznaczyć naprężenia normalne wywołane w przekroju pręta w wyniku przyłożenia do niego siły ściskającej o wartości równej sile krytycznej i sprawdzić, czy nie przekraczają one granicy proporcjonalności:

$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{A} < R_{pr}.$$

Jeżeli warunek jest spełniony, to wyboczenie jest sprężyste (czyli słusznie skorzystano ze wzoru Eulera).

Uwaga. Może zdarzyć się tak, iż warunek wyboczenia sprężystego będzie spełniony dla płaszczyzny, w której nastąpi utrata stateczności, ale dla płaszczyzny prostopadłej już nie. Nie ma to jednak wpływu na poprawność obliczeń, ponieważ wyboczenie w tej drugiej płaszczyźnie w praktyce nigdy nie wystąpi.