

## OD SZKOLNIKA DO ŻAKA

klasy 5 i 6 szkoły podstawowej

rok szkolny 2019/2020

### Rozwiązania – etap I

**Zadanie 1.** Podaj trzy ułamki właściwe  $x$ , które spełniają warunek:  $\frac{3}{5} < x < \frac{4}{5}$ .

**Rozwiązanie** Mamy na przykład:  $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$  i  $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$ ; zatem jeśli:

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5} < x < \frac{4}{5} = \frac{16}{20}$$

to na przykład  $x = \frac{13}{20} \vee x = \frac{14}{20} \vee x = \frac{15}{20}$ .

**Zadanie 2.** Na statku było 31 marynarzy i kapitan. Średnia wieku marynarzy wynosiła 23 lata. Gdyby policzyć średnią wieku wszystkich marynarzy i kapitana, to wyniosłaby ona 24 lata. Ile lat miał kapitan?

**Rozwiązanie** Niech  $m_i$  oznacza wiek  $i$ -tego marynarza (w latach),  $i = 1, 2, \dots, 31$ ;  
oraz  $k$  – wiek kapitana (w latach).

Z warunków zadania mamy:

$$\begin{cases} \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_{31}}{31} = 23 & (1) \\ \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_{31} + k}{32} = 24 & (2) \end{cases}$$

Z równania (1) mamy:

$$m_1 + m_2 + \dots + m_{31} = 23 \cdot 31 \quad (*)$$

Wstawiając (\*) do równania (2) dostajemy:

$$\begin{aligned} \frac{23 \cdot 31 + k}{32} = 24 \quad / \cdot 32 & \Rightarrow 23 \cdot 31 + k = 24 \cdot 32 \\ \Rightarrow k = 24 \cdot 32 - 23 \cdot 31 = 768 - 713 = 55 \text{ (lat)} \end{aligned}$$

**Odpowiedź** Kapitan ma 55 lat.

**Zadanie 3.** Baca ma barany, owce i psy – razem 32 zwierzęta. Liczba psów jest trzy razy mniejsza od liczby baranów, a liczba owiec jest o 22 większa od liczby psów. Ile owiec i baranów ma baca?

**Rozwiązanie** Niech  $x$  – liczba psów;  $a$  – liczba owiec, oraz  $b$  – liczba baranów.

Z warunków zadania mamy:

$$\begin{cases} b = 3x \\ a = x + 22 \\ a + b + x = 32 \end{cases}$$

⇓

$$(x + 22) + 3x + x = 32$$

$$5x + 22 = 32$$

$$5x = 10$$

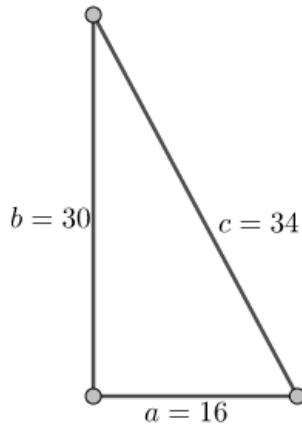
$$x = 2;$$

wtedy:  $b = 3 \cdot 2 = 6$  i  $a = 2 + 22 = 24$ .

**Odpowiedź** Baca ma 6 baranów i 24 owce.

**Zadanie 4.** W trójkącie prostokątnym o obwodzie 80 cm, w którym  $c$  oznacza długość przeciwprostokątnej, zaś  $a, b$  są długościami przyprostokątnych, mamy:  $a + c = 50$  cm i  $b + c = 64$  cm. Oblicz pole tego trójkąta.

**Rozwiązanie**



Z warunków zadania mamy:

$$\begin{cases} Obw.\Delta = 80 \\ a + c = 50 \\ b + c = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 80 & \text{(1)} \\ a + c = 50 & \text{(2)} \\ b + c = 64 & \text{(3)} \end{cases}$$

Z **(1)** i **(3)** mamy:

$$\begin{cases} a + (b + c) = 80 \\ b + c = 64 \end{cases} \Rightarrow a + 64 = 80 \Rightarrow a = 80 - 64 = 16 \text{ (cm)} \quad (*)$$

Z **(2)** mamy wtedy:

$$a + c = 50 \stackrel{(*)}{\Rightarrow} 16 + c = 50 \Rightarrow c = 50 - 16 = 34 \text{ (cm)} \quad (**)$$

Z **(3)** mamy też:

$$b + c = 64 \stackrel{(**)}{\Rightarrow} b + 34 = 64 \Rightarrow b = 64 - 34 = 30 \text{ (cm)} \quad (***)$$

Na koniec mamy:

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot b \stackrel{z(*)i(***)}{=} \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 30 = 240 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

**Zadanie 5.** Różnica cyfry dziesiątek i cyfry jedności pewnej liczby dwucyfrowej jest równa 4. Gdy do tej szukanej liczby dodamy liczbę utworzoną z jej cyfr, ale zapisanych w odwrotnej kolejności, to otrzymamy 132. Wyznacz tę liczbę.

**Rozwiązanie** Niech  $a$  – cyfra dziesiątek szukanej liczby dwucyfrowej  
 $b$  – cyfra jedności szukanej liczby dwucyfrowej  
wtedy:

$$\text{szukana liczba dwucyfrowa } \overline{ab} = 10a + b;$$

zaś:

liczba dwucyfrowa powstała po zmianie kolejności cyfr liczby  $\overline{ab}$  jest równa

$$\overline{ba} = 10b + a.$$

Z warunków zadania dostajemy, że:

$$\begin{cases} a - b = 4 \\ \overline{ab} + \overline{ba} = 132 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 4 \\ 10a + b + 10b + a = 132 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 4 \\ 11a + 11b = 132 :/11 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 4 & \text{(1)} \\ a + b = 12 & \text{(2)} \end{cases}$$

Z równania (1) mamy  $a = 4 + b$  (\*)

Wstawiając informację (\*) o  $a$  do równania (2) dostajemy:

$$(4 + b) + b = 12 \quad /-4$$

$$2b = 8 \quad /:2$$

$$b = 4; \quad \text{wtedy } a = 4 + 4 = 8.$$

**Odpowiedź** Szukana liczba to 84.