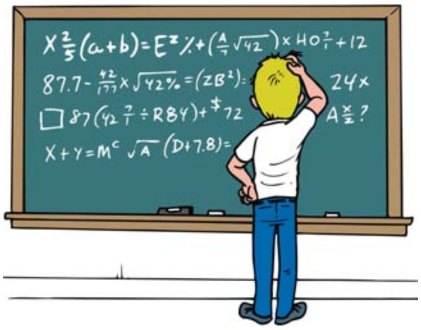


Kącik matematyczny

Tak oto mamy wyjątkowy miesiąc w roku. Grudzień będzie dla mnie zawsze szczególnym miesiącem. Króluje w nim św. Mikołaj, a ja – jak wiadomo – darzę go niezwykłym sentymentem. Pisałam już o tym dwa razy w „Piśmie PG", ale jest to dla mnie temat ciągle fascynujący.

Dlatego też, aby świat matematyczny w grudniu był radosny i twórczy, niech jeszcze raz zawitają w nim Mikołaje.

Ach, te Mikołaje w matematyce!

„Hej dorośli, spójrzcie czasem na dzieci!
Przyjmijcie oczy dziecka,
by inaczej patrzeć na życie.
Przyjmijcie dziecięce marzenia
i radość z małych rzeczy.
To takie wspaniałe bawić się, po prostu żyć!"

P. Bosmans

„Gdzieś na skraju drogi
gdzie kończą się gaje
wiosną hasają króliczki
i płyną ruczaje
były w swojej wiosce
liczne Mikołaje"

(cytat z pracy o Mikołajach Piotra M.)

Matematyka wbrew obiegowej opinii, która kojarzy ją z rachunkami i tablicami wzorów, jest nauką pełną fantazji, urody, a także zabawy. Mnóstwo jest faktów potwierdzających potrzebę niezwykłej wyobraźni w matematyce.

Matematycy muszą jednak często odwoływać się do pewnej symboliki, aby opisać swój świat – nawet między sobą. Symbole nie są jednak tym światem, tak jak nuty nie są muzyką.

Postanowiłam jednak ograniczyć użycie symboli i opisać pewne zabawy z matematyką. Na początku przedstawię, jak bawili się moi byli studenci informatyki (z ETI) zadaniami o Mikołajach. Następnie zaś chciałabym zacytować pewne fragmenty (też zabawne) toastu wygłoszonego przez śp. Romana Sikorskiego (wybitnego matematyka) na jednym ze Zjazdów Polskiego Towarzystwa Matematycznego. A więc, do dzieła!

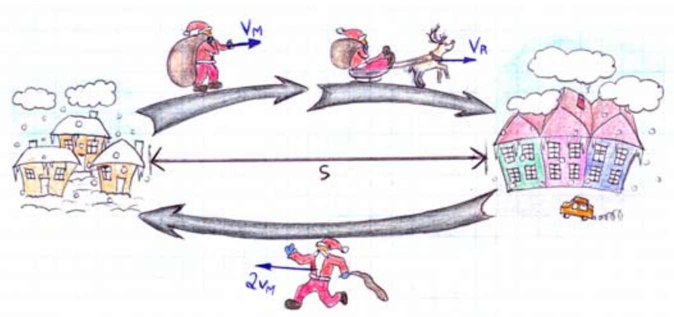
Wśród zadań o Mikołajach było zadanie o następującej treści:

Zadanie 1

Pewien Mikołaj niósł z miasta A do miasta B ciężki wór z prezentami. Gdy był dokładnie w połowie drogi, spotkał zaprzęg reniferów, który zabrał go do miasta B. Po rozdaniu wszystkich prezentów, Mikołaj wrócił pieszo do miasta A.

W którą stronę podróżował dłużej, jeżeli z pustym workiem szedł 2 razy szybciej niż z pełnym?

Niech to zadanie zilustruje rysunek z pracy Krzysztofa S.



A oto 2 sposoby rozwiązania tego zadania.

I. Metoda Marcina R.

Chcąc poprawnie rozwiązać to zadanie, należy uściślić, co dzieje się z Mikołajem po spotkaniu zaprzęgu reniferów, a konkretnie, z jaką prędkością ów zaprzęg poruszał się. Moim zdaniem możliwe są 2 interpretacje:

1) Ponieważ nie jest to określone w treści zadania, to można przyjąć, że czas, jaki jest potrzebny zaprzęgowi do pokonania połowy drogi dzielącej miasta A i B, jest pomijalnie mały. Ma to swoje uzasadnienie, gdyż w jaki inny sposób Mikołaj byłby w stanie odwiedzić wszystkie dzieci jednego wieczoru? Wyliczenie daje, że w obie strony podróżował jednakowo.
2) Można by również założyć, że czas podróży saniami nie jest pomijalnie mały. W takim przypadku można wywnioskować, że Mikołaj podróżował krócej z pustym workiem. Oznacza to, że w drugim przypadku (jak łatwo stwierdzić) zrobił to t_{sani} szybciej.

II. Metoda Mateusza J.

Aby poprawnie rozwiązać zadanie, potrzebne są rozważania teoretyczne. Jak wiadomo, sanie św. Mikołaja poruszają się z miejsca na miejsce praktycznie natychmiastowo. Fizycy od wieków głowią się, jak to się dzieje? Wszak sanie teoretycznie nie mogą poruszać się nawet z prędkością światła. Najnowsze badania i eksperymenty doprowadziły do powstania nowych teorii. Jedną z nich jest teoria tuneli czasoprzestrzennych. Jej zwolennicy twierdzą, że sanie potrafią w jakiś sposób połączyć 2 punkty czasoprzestrzeni, niejako je zaginając.

Jest też druga teoria mówiąca, że sanie św. Mikołaja mają mniej energii, gdy poruszają się szybciej. Nie ma jednak ona wielu zwolenników.

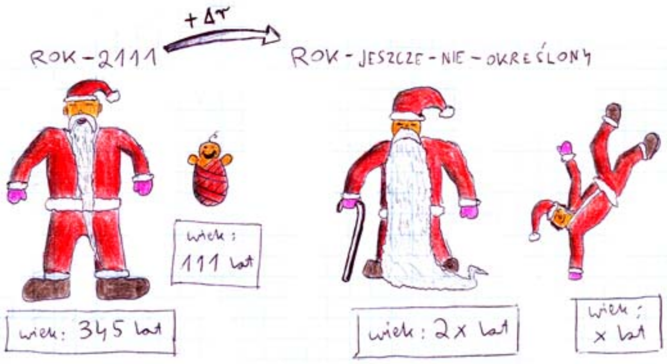
Obie teorie są przedmiotem intensywnych badań.

A teraz może jeszcze zadanie nr 2.

Zadanie 2

W 2111 roku Mikołaj Starszy będzie miał 345 lat, a jego syn Mikołaj Młodszy 111 lat. W którym roku Mikołaj Starszy będzie dwa razy starszy od Mikołaja Młodszego.

Tu także niech będzie pomocny rysunek Krzysztofa S.



I. Rozwiązanie Piotra O.
Teoretycznie można by policzyć, że stanie się to w 2234 roku. Ale tylko teoretycznie. Po krótkim śledztwie doszedłem do wniosku, że

1) Mikołaj Starszy – to w rzeczywistości św. Mikołaj urodzony w 270 r .n.e. (?) w Peterze w Azji Mniejszej (dane: Watykan),
2) Mikołaj Młodszy – to jego konkurent Dziadek Mróz, o którym legenda powstała już w XVII wieku; domniemana data urodzin to 1556 r.

Ponieważ Mikołaj Starszy, jak i Młodszy, żyją z niesamowitą prędkością, to starzeją się wolniej niż otaczający ich świat. Korzystamy tu z równań Lorentza dla zjawiska dylatacji. (Tu następują długie wyliczenia autora). Na podstawie wiedzy o wieku Mikołaja w roku 2111 oraz ze znajomości daty narodzin obliczamy pewien współczynnik „b" dla poszczególnych Mikołajów.
Na podstawie powyższych rozważań Mikołaj Starszy będzie miał 2 razy więcej lat około roku 2689.

II. Rozwiązanie Humanistyczno-Genealogiczne (jak napisał autor) Tomasza P. na temat rodziny Mikołaja
Mikołaj urodził się w 2111 – 111 = 2000 roku. Jego tata zaś w 211 – 345 = 1766 roku, czyli podczas narodzin młodszego miał 2000 – 1766 = 234 lata. To znaczy, że był o tyle właściwie lat starszy. Teoretycznie za tyle lat urodzin młodszego starszy będzie 2 razy starszy, czyli nastąpi to w 2000 + 234 = 2234 roku.
Tak jednak się nie stanie, gdyż z zadania 1 wiemy, że co roku Mikołaj podróżuje swoimi saniami z prędkością większą od prędkości światła, więc cofa się w czasie, co zapewnia mu „wieczną młodość", a poza tym Mikołaj urodził się w 1766 roku, tylko około 300 r. n.e. Więc należałoby rozważyć dwa przypadki: albo św. Mikołaj zdobył swoje sanie w wieku 345 lat i od tego czasu jego wiek jako funkcja czasu jest stały, tak jak jego syna (gdyż w czasie wynalezienia sań miał już 111 lat). W tym przypadku nigdy wiek ojca nie będzie dwukrotnym wiekiem syna.
Drugi przypadek to to, że Mikołaj w Wigilię i przez 2111 – 300 = 1811 lat starzeje się o 345 lat, czyli dla niego 1 rok to 0,19 lat. Zrównanie nastąpi w 2111 + 1288 = 3339 roku.

A teraz na „deser" rozwiązanie w wersji wierszowanej – oczywiście Ani P.

Bajka z przesłaniem historycznym

Kiedyś Mikołaj zapragnął Wnusi,
Lecz by tak było, sam dziecko mieć musi.
Tak oto w 234 roku życia doczekał się syna
I Mikołajów powiększyła się rodzina.
Mikołaj Młodszy, bo syn nazwany został tak,
W 2111 roku skończy 111 lat.
Lecz ród Mikołajów jest bardzo magiczny,
Gdyż wolno starzeją się Mikołaj i jego bliscy.
Tak oto Mikołaj M., stujedynastolatek,
Czuł się jak ośmioletni chłopaczek,
A jak to dzieci wszystkie, dobrze wiecie,
Wtedy prezentów pragnie jak najbardziej na świecie.
I choć w przyszłości to on nas podarkami obdarzy,
Teraz Mikołaj Młodszy sam o prezencie marzy
Ojciec jego ma wór prezentów zapchany
Tam też już czeka podarek dla syna przygotowany.
Lecz chłopiec musi się w przyszłym fachu ćwiczyć
Mikołaj Starszy kazał mu samemu wyliczyć
Numer swego prezentu i odnaleźć w worze tę zabawkę
Zadając mu taką oto zagadkę:
Numer taki doczepiłem do prezentu Twojego
Jak rok, w którym wiek ojca twego
Będzie dwukrotnością wieku jedynego syna jego.
Mikołaj Młodszy tę bajkę uważnie czytał,
Wszystkie dane skrupulatnie sobie wypisywał.
Do 234 swój wiek dodał
I wiek ojca – 345 lat otrzymał.
Jeśli do 345 – myśli – n by dodać,
To (swój wiek plus n) razy dwa muszę otrzymać.
I niewiadomej n poszukać.
Mikołaj Młodszy jest trochę zdziwiony.
Dobrze zna historię, więc w wynik jest zapatrzony,
Bo właśnie na tyle po zaborach lat
Polska zniknęła ze świata map!
Lecz od zadumy silniejszy prezentu głód.
Dodał więc 123 do 2111 najszybciej jak mógł
I pobiegł prędko do wora z prezentami
Szukać prezentu z numerem 2234 na nim.

Na tym zakończyłabym „Opowieści Mikołajowe". Sądzę, że podane przykłady świadczą nie tylko o fantazji moich studentów, ale i ich radości w zabawie z matematyką.

A teraz zapowiadane fragmenty toastu prof. Romana Sikorskiego. Treścią ich są związki matematyki ze sportem. Kto wie, może przyda nam się to przed Euro 2012.

„Proszę Państwa, marzeniem matematyki polskiej było, by została przeniesiona z resortu nauki do resortu sportu, bo zapewniłoby to liczne korzyści materialne i niematerialne.

... Przejście matematyki z resortu nauki do resortu sportu napotkało na opór głównie ze strony władz wojskowych.

Wiadomo bowiem, że cała matematyka opiera się na dowodzeniu, a przecież wojsko też opiera się na dowodzeniu.

... Z drugiej strony wśród matematyków wyczynowców, tych z pierwszej linii, pojawiła się modernistyczna tendencja, by niczego nie dowodzić, by tylko formułować twierdzenia. No bo jeśli twierdzenie jest prawdziwe, to po co go dowodzić, a jeśli jest fałszywe, to wiadomo – nie da się udowodnić. Ale szczęśliwie udało się pokonać wszystkie trudności związane z przejściem matematyki z nauki do sportu. Zwyciężył argument, że matematyka to gimnastyka umysłu, a gimnastyka należy przecież do sportu, w to nikt nie wątpi.

... Natomiast włączenie matematyki do sportu zmieni całkowicie charakter niektórych konkurencji sportowych. Tak na przykład zamiast zwykłego rzutu kulą wprowadza się rzut kulą w przestrzeni Banacha. Dotychczasowy rzut oszczepem zostanie zastąpiony przez rzut wektorem w przestrzeniach liniowych.

Poranną gimnastykę zastąpi się kwadransem gimnastyki umysłu w postaci zadań z topologii różniczkowej dla przedszkolaków oraz najprostszych zadań z arytmetyki dla dorosłych.

Wpływ środowiska sportowego na matematykę będzie równie wielki.

Konkurencje sztafetowe niewątpliwie przyczynią się do nowych metod kompleksowego rozwiązania problemów matematycznych, każdy uczestnik prowadzi badania na swoim odcinku i odda problem do rozwiązania następcy w sztafecie.

Nudne konferencje naukowe zastąpi się przez pasjonujące mecze drużyn matematycznych w obecności tysięcy widzów na trybunach. Sprawozdanie radiowe z przebiegu takiego meczu będzie wyglądało mniej więcej tak:

„Wspaniały widok, proszę państwa, wspaniały widok. Trybuny wypełnione; wszędzie gęsto siedzą faceci z trąbkami, jajkami i innymi przedmiotami do wyrażania swych uczuć metodami geometrii rzutowej. Na boisku naprzeciwko siebie dwie drużyny: czarno-biali kontra biało-czarni. Wszyscy czekają na sędziego, który rzuci problem matematyczny.

Czarno-biali będą usiłowali go rozwiązać, a biało-czarni będą usiłowali go obalić. Wszyscy czekają w wielkim napięciu. O, już jest, już pojawia się sędzia.

Sędzia rzuca problem, chwyta go prawoskrzydłowy czarno-białych, usiłując go rozwiązać, ale nic mu nie wychodzi, nie jego specjalność, oddaje więc go lewoskrzydłowemu ze swej drużyny. Ten oddaje go główką do centrum, piękne odbicie, proszę państwa, wspaniałe odbicie, bardzo elastyczne, widać główka jego jest pusta, a nieprzeładowana wiedzą matematyczną. Centrowy ruszył, tak, ruszył naprzód, proszę państwa, to znaczy rozwiązuje, to znaczy zaczyna rozwiązywać, pomaga mu prawy pomocnik, już, już wydaje się, że rozwiąże, wspaniała sytuacja podbramkowa, już, już, szkoda, że niczego nie widać z mego stanowiska sprawozdawczego, zaraz spróbuję się gdzieś dowiedzieć, co się stało. Aha, już wiem, kontrprzykład. Tak, proszę państwa, kontrprzykład. W ostatniej chwili obrońca biało-czarnych zaanonsował, że widzi kontrprzykład na dotychczasową metodę czarno-białych. Teraz problem przejęli biało-czarni, konstruują kontrprzykład, wspaniały kontrprzykład. Szkoda, że go państwo nie widzą, bo ja także niczego nie widzę z mego stanowiska, ale słyszę, że już, już są blisko mety, zaraz padnie gol...

Niestety, sędzia gwiżdże, okazało się bowiem, że w konstrukcji kontrprzykładu lewy strzelec biało-czarnych sfaulował. Skorzystał z twierdzenia, którego założenia nie są nigdy prawdziwe. I znów prowadzą czarno-biali, znów zbliżają się do bramki i znów kontratak biało-czarnych, znów udany kontrprzykład i czarno-biali muszą zmienić ideę dowodu, wspaniale zmieniają, zamiast twierdzenia Banacha-Steinhausa stosują najpierw twierdzenie Banacha, a dopiero potem twierdzenie Steinhausa, już, już są bliscy celu, już strzelają bramkę, ale bramkarz biało-czarnych odparł ich strzał, bo strzelili kulą jednostkową z przestrzeni l^2 zamiast z L^2 duże. Gra nabiera tempa. Co czarno-biali sformułują jakiś interesujący lemat, to biało-czarni kontrują, wspaniale kontrują, albo lewy obrońca znajduje lukę w dowodzie, albo prawy obrońca znajduje niespełnione założenia.

A czarno-biali wciąż atakują, wspaniale atakują, co raz to chwytają się nowej idei. I tak płynie gra... no właśnie o co? O co walczą obie drużyny? Może się kogoś spytamy, o co i po co walczą? Pytam się, ale nikt nie wie o co i po co, po prostu urzeka ich piękno abstrakcji i brak zastosowań, walka dla samej walki, jeszcze jedno twierdzenie, jeszcze bardziej abstrakcyjne od poprzedniego, jeszcze jedno uogólnienie.

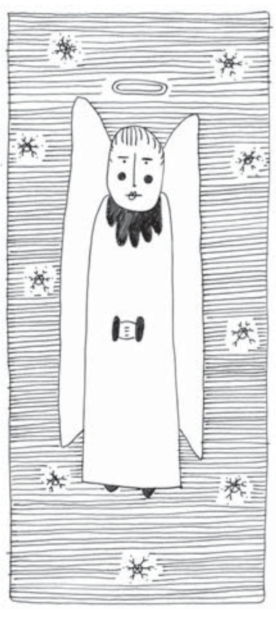
Przepraszam, zagadałem się, a tu sędzia odgwizduje koniec meczu, była to wspaniała walka, aha, wreszcie dowiedziałem się o co, o co ta walka była, to była walka o puchar Fermata. Mecz jest nierozegrany, czarno-biali nie zdołali obalić tej słynnej hipotezy, ale to jeszcze nie koniec, proszę państwa, będzie dogrywka o hipotezę Riemanna. To ja już się wyłączę do ponownego spotkania.

Kończąc, wznoszę okrzyk: Niech żyje matematyka. Nowa wspaniała dyscyplina sportowa."

No i czy nie są wspaniałe te fragmenty toastu profesora Sikorskiego? Mam nadzieję, że podobał się taki rodzaj wiedzy matematycznej.

Krystyna Nowicka
Studium Nauczania Matematyki

PS. Mili Czytelnicy „Pisma PG", z powodów osobistych być może zakończę opowiastki ze świata matematyki. Dziękuję za wyrozumiałość i życzliwość ...



Z okazji zbliżających się Świąt chciałabym podarować takie oto przemyślenia:

„Boże Narodzenie sprawia, że na naszej planecie znów robi się ciepło. Nadchodzi powoli ogromna Miłość. Zatrzymaj upływający czas we wspomnieniach, a przede wszystkim pamiętaj o pięknych chwilach, by nigdy nie poszły w zapomnienie."