

Kącik matematyczny



Wiedza z historii matematyki wśród młodych ludzi po szkole średniej ciągle maleje. Potwierdzają to moje liczne rozmowy ze studentami pierwszego roku. Faktycznie, najczęściej podaje się wzory i reguły matematyczne, niewiele mówiąc o ich historii. Wyjątkiem jest może kilka twierdzeń, a wśród nich na pewno twierdzenie Pitagorasa, ale i tu również podaje się tylko krótki komentarz. Brak jest szerszych informacji, które określałyby Pitagorasa, że był to człowiek z krwi i kości i że zajmował się nie tylko matematyką. Wszak dla starożytnych Greków był on bardziej znany jako twórca skali muzycznej niż autor dowodu twierdzenia znanego do dziś jako twierdzenie Pitagorasa.

Pitagoras – człowiek niezwykły (wszędzie widział liczby)

Liczby rządzą światem.

Pitagoras

Gdyby Pitagoras nic więcej niż zdziałł prócz podania na pół tysiąca lat przed Chrystusem prawdziwie wzniosłych a praktycznych zasad życia wewnętrznego, byłoby już jego imię godne stanąć w szeregu największych imion starożytnych.

S. Jeleński

Poszukiwanie prawd matematycznych przyzwyczajają umysł do metodycznego i poprawnego myślenia i jest zajęciem szczególnie nobilitującym istoty racjonalne. Z wysokiego poziomu matematycznych i filozoficznych wglądów niezauważalnie popadamy w dużo szlachetniejsze spekulacje i wzniosłe medytacje.

George Washington – prezydent Stanów Zjednoczonych

Zycie, jak i poglądy Pitagorasa nie są znane bezpośrednio z jego prac. Nie dysponujemy żadnym napisanym przez niego dziełem. Był on jednak na tyle wybitnym i niezwykłym człowiekiem tamtych czasów, że zostawił swój ślad na całe wieki.

Nie są znane dokładne daty urodzin i śmierci Pitagorasa. Wiadomo jednak, że przyszedł na świat ok. 580 r. p.n.e. na wyspie Samos (położonej na Morzu Egejskim), a zmarł ok. 496 r. p.n.e. w Krotonie, na samym południu Italii.

Wiedza o jego życiu czy odkryciach naukowych została zebrana w wielu książkach innych autorów. Dzięki temu wiadomo, że gdy Pitagoras miał 18 lat, wziął udział w igrzyskach olimpijskich. Walczył na pięści i zwyciężył we wszystkich konkurencjach.

Po odniesionych sukcesach postanowił podróżować. Początkowo spędził kilka lat w towarzystwie Talesa (tego od znanych twierdzeń) w pobliżu Jonii. Następnie wyjechał do Syrii i dzisiejszego Libanu, gdzie poznawał sekrety Fenicjan. Stąd udał się do Egiptu i pozostał tam przez 20 lat. Będąc w Egipcie, zgłębiał wiedzę kapłanów egipskich. Gdy na kraj napadają Persowie, trafia do Babilonu. Tu, w stolicy Mezopotamii, przyswaja wiedzę uczonych babilońskich. Stąd po wielu latach wraca na wyspę Samos. Niestety, rządził tam tyran Polikrates, a Pitagoras nienawidził tyranów. Wobec tego wyruszył dalej w drogę. Wybrał Kroton (południe Italii), gdzie była dość duża kolonia grecka. Założył tam swoją szkołę i pozostał w tym miejscu aż do śmierci. Szkoła pitagorejska przetrwała 150 lat i prawdopodobnie liczyła w sumie około 218 pitagorejczyków.

Poglądy Pitagorasa wyrażały ówczesne tendencje nauki greckiej. Dla Greków liczby i filozofia były dziedzinami nierozłącznymi. Dlatego też pogrążali się w liczbach. Największym przywódcą tego kultu stał się Pitagoras.

Oprócz tego był on człowiekiem o radykalnych i dość ekscentrycznych zapatrovaniach. Wierzył, że wszystkie dusze, łącznie z duszami zwierząt, przenoszą się po śmierci do innych ciał. Z tego powodu został wegetarianinem. Był również przekonany, że jest reinkarnowaną duszą Eufobrosa – bohatera spod Troi.

Niezależnie od swych dziwactw, Pitagoras był utalentowanym mówcą, uznanym uczonym i charyzmatycznym nauczycielem.

Pitagoras wszędzie widział liczby. Dla niego liczbą było wszystko, co istnieje.

Po raz pierwszy wytropił je w muzyce przy użyciu prostego sprzętu – monochordu (instrument złożony z pudełka i przeciągniętej po nim jednej struny). Wykazał, że stosunki liczbowe określają muzyczną harmonię. Dla Pitagorasa gra na instrumencie była czynnością matematyczną. Harmonia monochordu była harmonią matematyki. Gama okazała się liczbą, a muzyka – matematyką. I tak to Pitagoras doszedł do wniosku, że proporcje rządzą nie tylko muzyką, lecz także innymi formami piękna.

Doprowadziło to również do powstania najwcześniejszego modelu planetarnego. Według niego wszystkie planety tworzą „harmonię sfer”, a niebo jest piękną matematyczną orkiestrą.

Pitagoras dokonał również pierwszej klasyfikacji liczb całkowitych na parzyste i nieparzyste i ustalił reguły rachunku dotyczące parzystości.

Dla Pitagorasa związek między figurami geometrycznymi a liczbami był głęboki i mistyczny. Każda figura-liczba miała ukryte w sobie znaczenie, zaś najpiękniejsze figury (tzw. „figury święte”) są związane ze „złotą liczbą” (znaną z odpowiedniego podziału odcinka).

Tradycja przypisuje Pitagorasowi również zapoczątkowanie zarówno idei filozoficznych, jak i naukowych. Jego idee rozwijali jego uczniowie, nazywani pitagorejczykami.

Trudno jest oddzielić odkrycia Pitagorasa od prac jego uczniów. Wiadomo jednak, że uczniowie garnęli się do niego i chcieli uczyć się od mistrza. Pitagorejczycy bez protestu żyli zgodnie z zasadami swego przywódcy (czasami dziwaczny). Między innymi uważali, że seks należy uprawiać zimą, a nie latem, zaś wszystkie choroby spowodowane są niestrawnością. Dlatego należy jeść surowe pożywienie i pić tylko wodę. Nie wolno również nosić wełnianej odzieży.

Wiadomo także, że Pitagoras przed przyjęciem do szkoły zaczynał od sprawdzenia, czy kandydat jest w stanie milczeć i za-

chować dla siebie to, co usłyszał podczas trwania nauki. Oprócz tego wszyscy członkowie szkoły musieli śwyczyć pamięć.

Sala, w której odbywała się nauka, była podzielona kotarą na dwie części. Pitagoras znajdował się po jednej stronie kotary, zaś kandydat po drugiej. Mogli więc się od niego uczyć, tylko słuchając. Słyszeli go, nie widząc. Próba trwała 5 lat.

Kotara miała ogromne znaczenie w życiu szkoły pitagorejskiej. Przejście za kotarę oznaczało, że próby zakończyły się sukcesem. Członkowie szkoły byli więc podzieleni na dwie kategorie, w zależności, po której stronie kotary się znajdowali. Ci, którzy widzieli i słyszeli Pitagorasa, byli wyróżnieni na resztę życia.

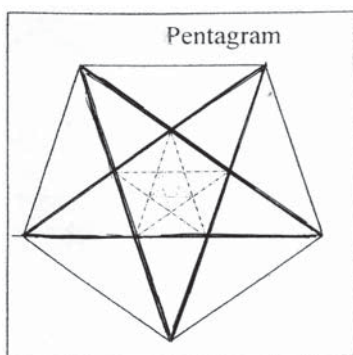
Wszyscy członkowie szkoły, przystępując do wspólnoty, musieli oddać swoje dobra. Ten zaś, kogo po okresie próby odrzucono, otrzymywał przed odejściem dwa razy tyle dobra, niż wniósł. Jednak jak tylko ogłoszono jego wykluczenie, to kopano mu grób. Oczywiście była to symboliczna śmierć, ale osoba, którą to dotknęło, była napiętnowana do końca życia.

Teksty pitagorejczyków były objęte tajemnicą. Większą część wiedzy przekazywano sobie z ust do ust. Stworzyło to podział na tych, którym przekazywano wyniki bez dowodów, oraz tych, którzy mieli dostęp zarówno do wyników, jak i do dowodów. Niemniej, aby chronić swą filozofię, nie wolno było ujawniać wyników innym (spoza szkoły). Za ujawnienie sekretu groziła śmierć. I tak to jeden z uczniów Hippasus z Metapontum (wymyślił średnią harmoniczną) został skazany na śmierć za zdradę. Sam Pitagoras skazał go na śmierć przez utopienie.

Pitagorejczycy zajmowali się geometrią, teorią liczb, astronomią i muzyką.

Ośrodkiem ich filozofii była najważniejsza zasada – wszystko jest liczbą. Dla greckich filozofów matematyków figury i liczby były w gruncie rzeczy tym samym. Dlatego też dowodzenie twierdzenia matematycznego sprowadzało się do narysowania ładnego rysunku.

Mistycznym symbolem kultu pitagorejskiego była figura-liczba, pentagram – pięciokątna gwiazda mająca coś z nieskończoności. Co więcej, najważniejsza była własność pentagramu – złoty podział.



Matematykę pitagorejczycy łączyli ściśle z filozofią i ich wiedza była usystematyzowana, a nowe pojęcia wyprowadzane na podstawie logicznego rozumowania, tworząc elementy podstaw matematyki. Z pitagorejczykami świat matematyczny uległ rozszerzeniu. Mistyczny sposób pojmowania liczb nie przeszkodził im w ustanowieniu arytmetyki, jak i wiedzy o liczbach.

Tych, którzy chcieli się uczyć w szkole Pitagorasa, była znaczna liczba.

W mieście Kroton żył bardzo bogaty Cylon, który za wszelką cenę chciał zostać przyjęty w poczet pitagorejczyków. Wielokrotnie odrzucono jego kandydaturę. Cylon zaś nie znośił, gdy ktoś mu odmawiał, i postanowił zemścić się. Z grupą swoich zwolenników podłożył ogień pod dom, gdzie zbierali się członkowie szkoły.

Wszyscy, którzy byli w środku, zginęli, oprócz jednej osoby. Legenda zaś głosi, że udało się uciec również Pitagorasowi i mógłby ująć z życiem, gdyby nie upadł na pole fasoli (a on nienawidził fasoli). Wówczas jego prześladowcy dopadli go i zamordowali.

Chociaż bractwo pitagorejczyków zostało rozbite, a ich przywódca zginął, istota nauki Pitagorasa przetrwała wieki.

We współczesnych szkołach dzieci uczą się o Pitagorasie ze względu na jego słynne twierdzenie. Mówi ono, że w trójkącie prostokątnym kwadrat przeciwprostokątnej równa się sumie kwadratów przyprostokątnych.

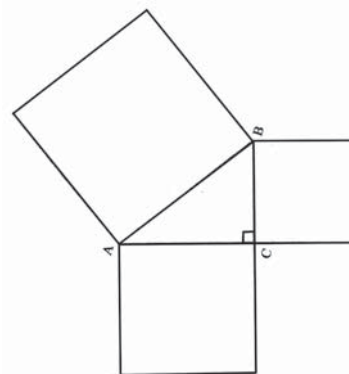
W rzeczywistości twierdzenie to było znane od ponad 1000 lat wcześniej. Świadczą o tym tabliczki babilońskie z pismem klinowym.

Fakt, Pitagoras nie był twórcą tego twierdzenia, ale je udowodnił. Należy więc umieć dostrzec różnicę między wynikiem a jego udowodnieniem. Babilończycy znali wynik, ale nie mieli dowodu.

Twierdzenie Pitagorasa należy do grupy największych i najpiękniejszych twierdzeń w matematyce i zadziwia swą prostotą. Istnieją setki różnych argumentów ustalających jego prawdziwość. I tak na początku XX wieku E. S. Loomis zebrał i opublikował 367 dowodów. Niektóre z nich są algebraicznymi czy geometrycznymi wariantami innych. To jest taki trening umysłu. Uprzytomniają one jednak, że twierdzenie to zajmowało matematyków od czasów starożytnych, aż do współczesnych (patrz „Pismo PG”, czerwiec 2007 „Uogólnione twierdzenie Pitagorasa – to nie żart” J. Stąsień).

Niestety, nie ma tu miejsca na zaprezentowanie dowodów. Należy się jednak pewien komentarz.

W matematyce greckiej twierdzenie to formułowano rysunkiem, gdyż Grecy nie mieli symboliki algebraicznej. Twierdzenie to mówiło, że pole kwadratu opartego na przeciwprostokątnej jest równe sumie pól kwadratów opartych na przyprostokątnych.



Ciekawy jest dowód trapezoidalny podany w 1876 roku przez amerykańskiego polityka A. Garfielda (prezydenta Stanów Zjednoczonych). A tak przy okazji, niektórzy amerykańscy prezydenci wykazywali pewne talenty matematyczne, a matematykę otaczali ogromną sympatią. Wśród nich wyróżniali się George Washington i Abraham Lincoln.

Niezależnie od tego, jak rozpatrywać to twierdzenie, ma ono ogromne znaczenie w matematyce oraz wywołuje trwałe poczucie piękna.

*Krystyna Nowicka
Studium Nauczania Matematyki*

P.S. Sądę, że nie należy zapominać o historii matematyki. Daje nam ona obraz ludzi i czasów, w których powstają ważne wyniki, jak i matematykę czyni bardziej „ludzka”. Mam też nadzieję, że w przyszłości zrozumiałą będzie dawny żart: „Kto jest największym matematykiem radzieckim? Odpowiedź: Pietia Goras”.