



## Kącik matematyczny



Zmęczona i poirytowana dyskusją toczącą się w prasie, radiu i telewizji, o obowiązkowym egzaminie z matematyki na maturze, postanowiłam i ja napisać coś na ten temat. Są dwa powody, które mnie do tego skłoniły. Po pierwsze – nie podoba mi się forma dyskusji. Często nadaje jej się wagę sprawy państwowej typu: albo zwyciężymy, albo polegniemy. Po drugie – motywacja, dlaczego należy się uczyć matematyki, także ma nietypowy charakter. Wynika to z większości wypowiedzi tak dorosłych, jak i dzieci. Są one mało rzeczowe i często infantylne. W świecie burzliwego rozwoju nauki i techniki zawężenie matematyki tylko do rachunków jest nie na miejscu. Sądzę, że już wypowiedź uczennicy z 3. klasy szkoły podstawowej nie powinna się ograniczać do tego, że matematyka służy tylko do liczenia gruszek (a co z jabłkami?). Czyżby więc telefony komórkowe rosły na drzewach, a w komputerach siedziały krasnoludki?

## Otoczeni przez matematykę

*Sztuka nie polega na rachowaniu, ale na tym, żeby wiedzieć, co rachować.*  
Ian Stewart (matematyk)

*Człowiek nie jest okręgiem z jednym środkiem – jest elipsą z dwoma ogniskami. Jedno to fakty, a drugie to poglądy.*  
Wiktor Hugo Nędznicy

*Sensem świata jest oddzielanie życzenia od faktu.*  
Kurt Gödel (matematyk)

Zajmując się pisaniem o matematyce, wciąż znajduję potwierdzenie, jak bardzo jest ona zintegrowana z naszym światem zewnętrznym. Niestety, ciągle (no, może oprócz rachunków) próbuje się ją oddzielić od codzienności. Utożsamianie matematyki z arytmetyką to trochę tak, jakby w muzyce rutynowe ćwiczenia polegające na graniu gamy nazywać „komponowaniem”.

Ponieważ matematyka szkolna ma tendencję, by zajmować się, przede wszystkim liczbami i wzorami, wielu uważa, że matematyka, to nauka o liczbach, a badania matematyczne muszą polegać na wymyślaniu jakichś nowych liczb czy wzorów. Trzeba jednak przyznać, że tymczasem każdy codziennie korzysta z teorii liczb, choćby dlatego, że stanowi ona podstawę protokołów szyfrowania stosowanych w Internecie i metod kompresji danych używanych w telewizji satelitarnej czy kablowej. Oczywiście nie trzeba uprawiać teorii liczb, by oglądać telewizję, ale gdyby w ogóle nikt nie znał się na niej, to elektroniczni oszuści buszowaliby po naszych rachunkach bankowych, jak i kanałach telewizyjnych.

Stosunek do matematyki przypomina stosunek do wielu innych spraw współczesnej wysoce technicznej cywilizacji. Naciskamy guziki, poruszamy kursorem, kręcimy gałką w wielu urządzeniach, mało interesując się, jak one działają. Gdyby jednak pozbawić nas tych udogodnień, okazałoby się, że stajemy się bezradni. Dość często przeraża nas sytuacja, gdy coś się zepsuje i nie ma fachowca, który by to naprawił. Dlatego im lepiej poznajemy świat wokół siebie, a w szczególności rolę matematyki, w tym mniejszym stopniu musimy się zdać na siły, których nie rozumiemy. To dzięki nauce i technice (a tym samym matematyce), mamy układy scalone, komputery, In-

ternet, telefony komórkowe, długą listę szczepionek i grafikę komputerową we *Władcy pierścieni*. Sądzę, że można nie znać szczegółów tych osiągnięć, ale wiedzieć, że w ich powstaniu brała udział matematyka.

Istotą matematyki jest logiczne myślenie. Jest ono niezbędne w całej działalności matematycznej. Powinno też odgrywać ważną rolę w naszym życiu codziennym. I tak na przykład, gdy chcemy przestawić meble, a miejsca jest mało, to kolejność, w jakiej przesuwamy się różne rzeczy, odgrywa istotną rolę. Jak znaleźć właściwą kolejność i właściwe przemieszczenie? To co jest potrzebne wtedy, to myślowa mapa logicznego labiryntu.

Bardzo podobała mi się przeczytana dawno temu wypowiedź Conrada Hiltona (założyciela sieci hoteli) na ten temat. Jest ona cytowana w książce S. K. Steina *Potęga liczb*. Oto ona:

„Nie chcę nikomu wmawiać, że znajomość rachunku różniczkowego, a nawet algebry i geometrii, jest niezbędną kwalifikacją w branży hotelarskiej. Ale będę twierdzić stanowczo i głośno, że nie są to tylko bezużyteczne ozdoby, kwiatek do kożucha wykształcenia przeciętnego człowieka. Dla mnie w każdym razie zdolność szybkiego formułowania myśli oraz sprawdzenia każdego problemu do najprostszej i najbardziej zrozumiałej formy, była niezmiernie użyteczna. To prawda, że nie używa się wzorów algebraicznych, (...), ale moim zdaniem matematyka wyższa jest najlepszym z możliwych ćwiczeń do rozwijania umysłowej siły niezbędnej w tym procesie.

Staranny trening dyscypliny umysłowej, jaki daje matematyka, wyklucza wszelką tendencję do niejasności i do ulegania fałszywym pozorom.”

No cóż, jak wiadomo, wiedza ta pozwoliła Hiltonowi odnieść ogromny sukces w branży hotelarskiej.

W obecnym świecie, gdy dodatkowo zalewa nas nadmiar informacji i poglądów, logiczne myślenie jest koniecznością.

Umiejętność rozumowania i opanowanie metod naukowych – to kluczowe umiejętności potrzebne w matematyce. Są one też niezbędne w całej działalności naukowej. Natomiast od przedsięwzięć naukowych w dużym stopniu zależy ekonomiczna, kulturalna, medyczna i militarna przyszłość naszego narodu. Może się okazać, że nasze przetrwanie zależy od tego, czy znamy prawa nauki i techniki. Czy będziemy odgrywać ważną rolę, zależy nie tylko od przemyślanych zastosowań, ale

i od chęci decyzji wspierania badań podstawowych. Dlatego przynębia mnie fakt, że społeczeństwo, które w istocie zależy całkowicie od matematyki i nauk ścisłych walczy o ignorancję w tej sprawie (ach, ta dyskalkulia – matematyczna dolegliwość tegorocznych maturzystów).

Aby jednak nie popaść w narzekanie i czarnowidztwo, zapraszam czytelników na małą wycieczkę do pewnych, mniej znanych obszarów zastosowań matematyki. Jest nią przyroda. Przyroda na pierwszy rzut oka nie wygląda matematycznie. Ale na przykład związki ekologii z matematyką sięgają dość głęboko, bo aż do Leonarda Fibonacciego z Pizy, żyjącego na przełomie XII i XIII wieku. Zbudował on model wzrostu liczebności królików w postaci pewnego ciągu liczbowego. Ciąg ten miał postać rekurencyjną:

$x_0 = 0, x_1 = 1, x_{n+1} = x_n + x_{n-1}$  dla  $n \geq 1$ , gdzie  $x_n$  – oznacza liczbę par królików po upływie  $n$  miesięcy. Jak łatwo zauważyć, każdy wyraz tego ciągu otrzymujemy, dodając dwa poprzednie. Stąd mamy: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... itd.

Okazało się, że ciąg ten zwany dalej ciągiem Fibonacciego stał się ważny także z wielu innych powodów.

Ciekawostką jest to, że u większości kwiatków liczba płatków jest jedną z liczb występujących w ciągu Fibonacciego. Na przykład lilie mają 3 płatki, jaskry – 5, wiele ostróżek – 8, nagietki – 13, astry – 21, a większość stokrotek ma 34, 55 lub 89. Żadne inne liczby nie występują tak często w przyrodzie, jak liczby Fibonacciego.

W obecnych czasach nastąpił znaczny rozwój biologii matematycznej, a tym samym powiększyła się różnorodność zastosowania modelowania matematycznego. Są to często fascynujące problemy. I tak powstała interdyscyplinarna nauka, zwana biomatematyką. Łączy ona badania eksperymentalne z teoretycznym modelowaniem, w którym uczestniczy matematyka. Dla przykładu, w przypadku gojenia się ran i tworzenia blizn podejście matematyczne pozwala zbadać logikę procesu odnowy. Dokonuje się więc symulacji poszczególnych terapii przed zastosowaniem ich w praktyce.

Równania modelu, analiza matematyczna i symulacje numeryczne służą do odkrycia, zarówno ilościowych, jak i jakościowych wyników przyjętej struktury modelu.

Trzeba jednak stwierdzić, że matematyka nigdy nie dostarczy stuprocentowego rozwiązania zagadnień biologicznych. Natomiast daje szansę tworzenia modeli coraz lepiej dopasowanych do rzeczywistości.

Potwierdza to doskonała i bardzo mądra książka J. D. Muraya *Wprowadzenie do biomatematyki*. (Tłumaczenie z języka angielskiego 2006 r., PWN). Można znaleźć tam ogromną ilość przykładów zastosowania matematyki w modelowaniu zagadnień biologicznych. Przykładem niech będą tu fale biologiczne, kinetyka enzymów czy dynamika chorób zakaźnych. Jest tylko pewnego rodzaju trudność w czytaniu tej książki. Wymaga ona znajomości równań różniczkowych zwyczajnych (wraz z teorią stabilności) oraz równań różniczkowych cząstkowych.

Biomatematyka jest dziedziną młodą, ale dość szybko rozwijającą się. Jest mi tylko czasami smutno, że wtedy kiedy ja studiowałam matematykę, niewiele się na ten temat mówiło. Sądzę, także że gdybym obecnie studiowała, to swoje zainteresowania skierowałabym na biomatematykę. Dlatego chciałabym, aby młodzi ludzie, wiedząc o takich możliwościach zadbali o znajomość matematyki i mogli wybrać biomatematykę.

Wzrosłaby wówczas nadzieja dla nas wszystkich, np. w walce z chorobami.

Podsumowując, należy stwierdzić, że wyniki modelowania matematycznego można spotkać na każdym kroku (choć nie zdajemy sobie z tego sprawy). Oczywiście najczęstszym przejawem tego faktu jest korzystanie

z komputera. Wszak inżynier nie buduje mostów i drapaczy chmur metodą prób i błędów, tylko przed zbudowaniem to wszystko przeliczy.

Jednak większość ludzi nie wie nic, albo prawie nic o matematyce wyższej, o nauce i naukowym sposobie myślenia. Ale kto wie, może wystarczyłoby im to powiedzieć, jak ważna jest ta wiedza. Sądzę, że jest to łatwiejsze w czasach, gdy mamy globalne ocieplenie, alternatywne źródła energii, badania komórek macierzystych, a nawet obronę przeciwrakietową.

No i na zakończenie może trochę matematyki „półwyżej”.

Przykłady logicznego myślenia:

1. Jaś: Przyniosłem dziś do szkoły dwie kanapki.  
Nauczyciel: Jasiu, wyrażaj się poprawnie! Mówi się: dwuelementowy zbiór kanapek.
2. Nauczyciel: Która rzeka jest dłuższa: Odra czy Wisła?  
Jaś: Oczywiście Wisła.  
Nauczyciel: Doskonale, ale czy wiesz, o ile jest dłuższa?  
Jaś: O jedną literę.

A teraz dwa przykłady zastosowania matematyki:

1. Student: A po co takie twierdzenia o ciągach, czy całkach?  
Profesor: Ciągi są wszędzie, a dzięki temu, że ktoś dobrze policzył całkę, jeżdżą pociągi, latają samoloty.  
Student: Ale ja akurat codziennie wsiadam do tramwaju.  
Profesor: A czy Pan wsiada do tego tramwaju z drżeniem serca, że ktoś źle policzył całkę?
2. O wykorzystaniu wzoru Taylora.  
Profesor: Jesteśmy na bezludnej wyspie, nie mamy kalkulatora i musimy koniecznie wyliczyć sinus 31 stopni. Jak znamy wzór Taylora, to nie ma problemu.

No cóż, tak to bywa na bezludnej wyspie...

Ostatnio jednak zachwylił mnie fragment wiersza Michała Bałuckiego (1837–1901), cytuję:

„Czyż cyfra i miara odejmują co piękności?  
Muzyka polega na bardzo ścisłym rachunku,  
natura rozwija się według stałych praw,  
gwiazdy poruszają się w oznaczonej przestrzeni czasu,  
a przecież to nie zmienia ich uroku.”

Krystyna Nowicka  
Centrum Nauczania Matematyki i Kształcenia na Odległość

