

## Kącik matematyczny



Waza bigosu matematycznego

Rys. K. Nowicka

Oto mamy okres świąteczny. Sądzę więc, że należy nam się trochę odpoczynku od poważnych tematów. Dlatego w kąciku matematycznym w tym miesiącu będzie trochę różnych ciekawostek, zagadek czy zadań historycznych. Nie wymagają one na ogół zbyt dużego wysiłku czy przygotowań. Wystarczy kartka papieru i długopis. A więc do dzieła!

## Anekdoty, ciekawostki, zadania z matematyki (czyli taki sobie matematyczny bigos świąteczny).

*„Przedmiot matematyki jest tak poważny, iż pożytecznie będzie nie pomijać okazji, żeby go trochę ożywić.”*

Blaise Pascal

*„Matematyka jest uniwersalna, nie ma rzeczy, która by była jej obca”*

H.D. Steinhaus

*„Istotą matematyki nie jest wprawdzie rozwiązywanie zadań, ale bez nich trudno sobie wyobrazić matematykę. I właśnie to, że dzięki metodzie matematycznego rozumowania potrafimy rozwiązywać najprzeróżniejsze zadania – stanowi siłę pociągającą matematyki. Postawienie i rozwiązanie niektórych zadań dały początek niejednej ważnej dyscyplinie matematycznej.”*

St. Kowal

Upodobania do układania zadań czy gier matematycznych istnieją od początku naszej cywilizacji. Są więc legendy, podania, zagadki matematyczne, które są powtarzane od niepamiętnych czasów. Ilość ich jest tak wielka, że niemożliwe byłoby zgromadzenie ich wszystkich w jednym artykule (a nawet w jednej książce). Można jedynie wybrać i zacytować pewne z nich. Jest to wybór oczywiście subiektywny. Niemniej sądzę, że przytoczone tu ciekawostki i informacje o zadaniach z matematyki potwierdzają ciągłą potrzebę człowieka ćwiczeń umysłowych.

I tak to, jak donosi historia, już ponad 3000 lat temu nauczyciele matematyki w starożytnym Babilonie zaczęli umieszczać na glinianych tabliczkach różne łamigłówki i zadania. Chcieli bowiem przykuć uwagę swoich uczniów. A oto przykład jednego z takich zadań.

### Zad. 1. Zadanie z glinianej tabliczki babilońskiej (około 2000 r. p.n.e.)

Pole figury będącej sumą dwóch rozłącznych kwadratów jest równe 1000. Długość boku jednego kwadratu jest o 10 mniejsza od  $\frac{2}{3}$  długości boku drugiego kwadratu. Oblicz długości boków kwadratów.

Warto również przytoczyć zadanie z arytmetyki chińskiej. Ma ono charakter zadania związanego z twierdzeniem Pitagorasa, chociaż sformułowane wiele lat wcześniej.

### Zad. 2. Zadanie ze starożytnej arytmetyki chińskiej (około 2600 r. p.n.e.)

Bambus mający 9 stóp jest złamany. Część górna załamana opadła i czubek jej opiera się o ziemię w odległości 3 stóp od

podstawy bambusa. W jakiej odległości od ziemi złamał się bambus?

Zaskakującej informacji dostarcza też następujący mit:

### Zad. 3. Mit o podstępie Dydony (IX w p.n.e.)

Mitologia głosi, że Dydona - córka królewska, ratując swoje życie uciekła z miasta Tyru do Afryki (wraz ze swoimi kosztownościami). Tam na północnym brzegu Afryki Dydona kupiła u króla Numidii Jarba tyle ziemi, ile można było by opasać skórą zdjętą z wołu. Jarb nie domyślając się podstępu zgodził się na sprzedaż tak nieznacznego (według niego) kawałka gruntu. Wówczas Dydona pocięła skórę wołu na bardzo wąskie paski i opasała nimi znaczny obszar nadając mu kształt koła.

Tyle mit, z którego wynika, iż Dydona wiedziała, że przy tej samej długości obwodu figury największe pole ma koło.

I tu ciekawostka, jak i zaskoczenie. Zadanie to ma charakter tzw. zadania izoperymetrycznego należącego do podstawowych obecnie zadań z rachunku wariacyjnego (działu współczesnej analizy matematycznej).

W czasach starożytnych, miejscem zadań matematycznych były również nagrobki. Oto przykład z nagrobka wybitnego matematyka III w.n.e. – Diofanta

### Zad. 4. Zadanie z nagrobka Diofanta

Pod tym nagrobkiem spoczywa Diofant – a dzięki przedziwnej sztuce zmarłego i wiek jego zdradzi Ci ten głaz: Chłopcem przez szóstą część życia pozostać Bóg mu pozwolił. Lica pokwitły mu zaś, kiedy dwunasta znów część życia minęła. A znowu żywota, gdy przebył część siódmą, młodą małżonkę w dom dobry wprowadził mu Bóg, która, gdy pięć lat minęło, małego powiła mu synka. Ale okrutny chciał los, że kiedy syn ledwie wiek Ojca w połowie osiągnął, ponury zabrał go Hades. Kojąc ogromny swój ból, szukał Diofant wśród liczb jeszcze przez cztery lata pociechy, aż rozstał się z życiem.

Rozszyfruj życiorys Diofanta.

A teraz czasy nieco nam bliższe i zabawne zadanie.

### Zad. 5. Zadanie Luca Pacinoli (1494 r.)

Na szczycie drzewa, 60-łokciwej wysokości siedzi mysz. Przy pniu drzewa na ziemi siedzi kot. Mysz złazi co dzień o  $\frac{1}{2}$  łokcia w dół, a co noc o  $\frac{1}{6}$  łokcia włązi z powrotem do góry. Kot wspina się w ciągu dnia o 1 łokieć w górę, a w ciągu każdej nocy złązi o  $\frac{1}{4}$  łokcia w dół. Drzewo rośnie tak, że każdego dnia jest o  $\frac{1}{4}$

łokcia wyższe, zaś w ciągu nocy kurczy się w swej wysokości o  $\frac{1}{8}$  łokcia. Kiedy kot dojdzie do myszy i jaką wysokość będzie wówczas miało drzewo?

Następne dwie historyjki mają charakter zadań, które obecnie określa się jako zadanie na ciąg geometryczny.

#### Zad. 6. Anegdota historyczna z XVII w.

Jerzy Ossoliński, wybierając się w poselstwo do Rzymu i chcąc ołsnąć wszystkich przepychem, kazał zrobić dla swego konia srebrne podkowy i przybić je złotymi hufnalami. Kiedy mistrz kowalski wymienił sumę, jakiej zażądał za wykonanie tego zamówienia, pan Ossoliński oświadczył, że cena jest zbyt wygórowana i że tyle nie zapłaci. Wówczas mistrz uśmiechnął się i powiedział: W takim razie 4 srebrne podkowy zrobię za darmo, ale za 24 złote hufnale proszę mi zapłacić w taki sposób: za pierwszy hufnal 2 grosze, za drugi 4 grosze, za trzeci 8 groszy i tak dalej, za każdy następny hufnal dwa razy więcej niż za poprzedni." Nie przeczuwając żadnego podstępu, Ossoliński przyjął warunek, tym bardziej, że po cichutku obliczył, iż pierwsza podkowa będzie kosztowała 64 grosze.

Gdy koń był już podkuty i mistrz kowalski przyniósł na pergaminie rachunek, pan Ossoliński przeraził się i bardzo grzecznie prosił mistrza kowalskiego, by zechciał przyjąć kwotę, jaką miał otrzymać pierwotnie. Mistrz zadowolony z nauki jakiej udzielił jaśnie panu, zgodził się przyjąć zapłatę według pierwotnego życzenia. Jaka suma była wypisana na pergaminie?

#### Zad. 7. Starodawna gadka

*Na jarmark pod Kraków szła niewiast gromadka.*

*Niewiast było siedem ani jeden więcej.*

*Każda z niewiast niosła siedem kosztów w ręce.*

*Nie puste były owych niewiast kosze.*

*W każdym koszu było po siedem kokoszek.*

*Pod każdą kokoszką siedem jaj leżało.*

*A pod każdym z jajek siedem piórek białych.*

*Ile razem było powiedzcie mi proszę niewiast, piór, jajek, koszy i kokoszek?*

A teraz niespodzianka. Wybitny matematyk Leonhard Euler (1707 – 1783) znany z genialnych wyników z matematyki teoretycznej umieścił w swoim „Wstępie do algebry” następujące zadanie

#### Zad. 8. Zadanie Eulera

Dwie gospodynie przyniosły na sprzedaż razem 100 jaj. Jedna przyniosła więcej od drugiej, ale każda z nich za sprzedane jajka otrzymała taką samą kwotę pieniężną. Pierwsza gospodyni powiedziała do drugiej „Gdybym ja miała twoje jaja, utargowałabym 15 grajcarów. Druga odpowiedziała jej na to: „A gdybym ja miała twoje jaja, to bym utargowała 6 i  $\frac{2}{3}$  grajcara”. Ile jaj miała każda z gospodyń?

I ponownie ciekawostka. Lew Tołstoj (1828 – 1910) był nie tylko wspaniałym powieściopisarzem, ale i pedagogiem. W swoim siedzibie w majątku Jasna Polana założył i prowadził szkołę dla dzieci wiejskich. Układał dla nich podręczniki i wśród nich zadania matematyczne. Dla przykładu zacytuję dwa zadania autorstwa Tołstoja.

#### Zad. 9. Zadanie pierwsze

Klient kupił kapelusza za 10 rubli, płacąc banknotem dwudziestopięciuroblowym. Sprzedawca nie miał reszty. Banknot

rozmiął przez grzeczność jego sąsiad. Klient otrzymał kapelusza i 15 rubli. Po chwili sąsiad kupca zorientował się, że banknot jest fałszywy. Uczciwy kupiec zdecydował się zwrócić sąsiadowi 25 rubli. Niestety klienta z kapeluszem i 15 rublami reszty już nie było. Jaką stratę poniósł kupiec?

#### Zad. 10. Zadanie drugie

Pewnemu zespołowi kosiarzy polecono skosić dwie łąki. Powierzchnia jednej z nich była dwa razy większa od drugiej. Przez pół dnia wszyscy kosiarze kosili większą łąkę. W drugiej połowie tego dnia zespół podzielił się na dwie równe grupy. Pierwsza grupa w dalszym ciągu kosiła większą łąkę i do końca dnia skosiła ją całkowicie. Druga grupa poszła kosić mniejszą łąkę, która kosiła do końca dnia, ale nie skosiła jej całkowicie. Resztę małej łąki skosił jeden kosiarz w ciągu całego drugiego dnia pracy. Ilu kosiarzy liczył zespół?

Okazuję się, że w literaturze i to różnego typu też można spotkać zagadki matematyczne. W opowiadaniu angielskiego pisarza Wellsa (1886 – 1946) mamy następujące zadanie:

#### Zad. 11. Zadanie Wellsa

Księżyc był zamieszkały przez inteligentne owady, które mieszkaly w dołach pod powierzchnią Księżyca. Istoty te umiały mierzyć i miały jednostkę długości „lunar”. Wyrażona w „lunarach” objętość Księżyca równa się dokładnie jego powierzchni wyrażonej oczywiście w tych jednostkach. Ile metrów ma „lunar” jeżeli promień Księżyca  $R = 1\,728\text{ km}$ ?

(Odp. 1 lunar = 576 000 m)

Uff, sądzę, że już wystarczy tych zagadek matematycznych. Na zakończenie podam może też kilka uwag o czasach współczesnych. No cóż, szaleństwo gier komputerowych trochę zagłuszyło potrzeby innych rozrywek. Niemniej niektóre z gier komputerowych zawierają poważne problemy matematyczne. Przykładem jest gra „Saper”. Dokładniejsze informacje na ten temat można znaleźć w książce Iana Stewarta „Historie matematyczne – gry i zabawy z matematyki” Prószyński i S-ka 2004 r.

Inną niezwykłą grą jest też „Gra w życie – najślawniejszy automat komórkowy”. Tu również mogę polecić wspaniałą książkę wydaną przez WNT w 2007 r., której autorami są Iwo Białynicki Birula i Iwona Białynicki Birula. Książka nosi tytuł „Modelowanie rzeczywistości – jak w komputerze przegląda się świat”. Zabawną książką o łamigłówkach w wersji współczesnej jest książka Denisa E. Shasa „Cyberłamigłówki doktora Ecco – 36 łamigłówek dla hakerów oraz innych detektywów matematycznych” (Książka i Wiedza 2007 r.).

I, jak to mówią, to by było na tyle tego matematycznego bigosu.

Krystyna Nowicka  
CNMiKnO

P.S. A może jeszcze zagadka logiczno-polityczna „Na pewnym zebraniu wyłoniono stu polityków. Każdy z nich był albo uczciwy, albo nieuczciwy. Znamy tymczasem dwa fakty:

Co najmniej jeden z polityków jest uczciwy.

Co najmniej jeden z dwóch polityków jest nieuczciwy.

Czy znając te fakty, można powiedzieć ilu polityków było uczciwych, a ilu nieuczciwych?

Odpowiedzi na pytania:

**Zad. 1:** 30, 10; **zad. 2:** 4 stopy; **zad. 5:** 63 dni, 68 łokci; **zad. 6:** 33 552 368 groszy; **zad. 7:** 19 607; **zad. 8:** 60, 40; **zad. 10:** Odp. 8; **zad. 11:** 1 lunar = 576 000 m;