Warunek konieczny zbieżności szeregu

$$\text{Jeżeli szereg } \sum a_n \text{ jest zbieżny, to } \lim_{n\to\infty} a_n = 0$$

Konsekwencja (kontrapozycja)

$$\text{Jeżeli } \lim_{n\to\infty} a_n \neq 0 \text{ to szereg } \sum a_n \text{ jest rozbieżny}$$

Uwaga: $\lim a_n = 0$ **nie gwarantuje zbieżności szeregu**

Kryterium lub Szereg	**Postać szeregu**	**Warunek zbieżności**	**Warunek rozbieżności**	**Komentarze**
Szereg geometryczny	$\sum aq^n$	$\lvert q\rvert < 1$	$\lvert q\rvert \geq 1$	Jeżeli $\lvert q\rvert < 1$ to $\sum_{n=0}^{\infty} aq^n = \frac{a}{1-q}$
Szereg Dirichleta	$\sum \frac{1}{n^p}$	$p > 1$	$p \leq 1$	Przydatny do kryteriów porównawczych
d'Alemberta	$\sum a_n$ dla $a_n > 0$	$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$	$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$	Nie rozstrzyga gdy $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$
Cauchy'ego	$\sum a_n$ dla $a_n \geq 0$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} > 1$	Nie rozstrzyga gdy $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$
Porównawcze I	$\sum a_n$ dla $a_n > 0$	$0 < a_n \leq b_n$ oraz $\sum b_n$ jest zbieżny	$0 < b_n \leq a_n$ oraz $\sum b_n$ jest rozbieżny	$\sum a_n$ jest dany, my wybieramy $\sum b_n$
Porównawcze II (ilorazowe)	$\sum a_n$ dla $a_n > 0$, oraz $b_n > 0$	$0 \leq \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} < \infty$ oraz $\sum b_n$ jest zbieżny	$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} > 0$ oraz $\sum b_n$ jest rozbieżny	$\sum a_n$ jest dany, my wybieramy $\sum b_n$
Całkowe	$\sum_{n=k}^{\infty} a_n$, gdzie $a_n = f(n)$ oraz f jest nierosnąca i nieujemna	$\int_k^{\infty} f(x)\,dx < \infty$	$\int_k^{\infty} f(x)\,dx = +\infty$	Uwaga! suma szeregu nie równa się wartości całki $\int_k^{\infty} f(x)dx \neq \sum_{n=k}^{\infty} a_n$
Leibniza dla szeregów naprzemiennych	$\sum (-1)^n b_n$, gdzie $b_n > 0$, $0 < b_{n+1} \leq b_n$ (nierosnący)	$\lim_{n\to\infty} b_n = 0$	nie rozstrzyga	$\lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$ implikuje, że warunek konieczny nie jest spełniony, czyli $\lim_{n\to\infty} (-1)^n b_n \neq 0$