

OD SZKOLNIKA DO ŻAKA

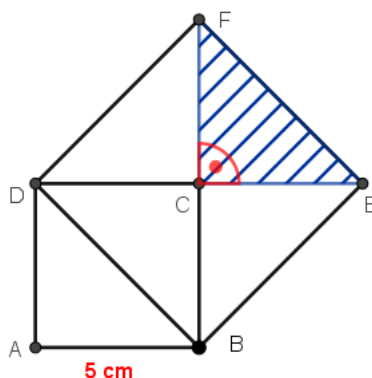
klasy 5 i 6 szkoły podstawowej

rok szkolny 2021/2022

Rozwiązania – etap II

Zadanie 1. Bok kwadratu ABCD wynosi 5 cm. Oblicz pole trójkąta CEF wyciętego z kwadratu BDEF.

Rozwiązanie:



$$|EF| = |DB| = |AB| \cdot \sqrt{2} \quad \text{– przekątna kwadratu ABCD}$$

$$|EF| = |DB| = 5 \cdot \sqrt{2} \quad \text{oraz} \quad |CE| = |CF| = |AB| = 5$$

$$P_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot |CE| \cdot |CF| = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2} \text{ cm}^2 = 12\frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

Odpowiedź: Pole trójkąta CEF wynosi 12,5 cm².

Zadanie 2. 6 zeszytów 32-kartkowych kosztuje tyle co 3 zeszyty 100-kartkowe. O ile procent droższy jest zeszyt 100-kartkowy od 32-kartkowego, jeżeli ten 32-kartkowy kosztuje 2,75 zł?

Rozwiązanie:

Jeden zeszyt 32-kartkowy kosztuje 2,75 zł, stąd $6 \cdot 2,75 \text{ zł} = 16,5 \text{ zł}$

Zatem 3 zeszyty 100-kartkowe kosztują również 16,5 zł.

Stąd jeden zeszyt 100-kartkowy kosztuje $\frac{16,5 \text{ zł}}{3} = 5,5 \text{ zł}$.

$5,5 \text{ zł} - 2,75 \text{ zł} = 2,75 \text{ zł}$ stąd $5,5 = 2 \cdot 2,75$

Odpowiedź: Zeszyt 100-kartkowy jest droższy o 100%.

Zadanie 3. Oblicz bez użycia kalkulatora, przedstawiając wszystkie obliczenia, następującą sumę:

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} + \frac{1}{195} + \frac{1}{255} + \frac{1}{323}. \quad (\text{Wskazówka: } \frac{1}{15} = \frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right))$$

Rozwiązanie:

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{1}{35} = \frac{1}{5 \cdot 7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right)$$

$$\frac{1}{63} = \frac{1}{7 \cdot 9} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\frac{1}{99} = \frac{1}{9 \cdot 11} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right)$$

$$\frac{1}{143} = \frac{1}{11 \cdot 13} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right)$$

$$\frac{1}{195} = \frac{1}{13 \cdot 15} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{15} \right)$$

$$\frac{1}{255} = \frac{1}{15 \cdot 17} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{17} \right)$$

$$\frac{1}{323} = \frac{1}{17 \cdot 19} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{19} \right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} + \frac{1}{195} + \frac{1}{255} + \frac{1}{323} = \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right) + \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{15} \right) + \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{17} \right) + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{19} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{19} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{19 - 3}{57} = \frac{16}{2 \cdot 57} = \frac{8}{57} \end{aligned}$$

Odpowiedź: Dana suma wynosi $\frac{8}{57}$.

Zadanie 4. Kasia załała kawą plan swojego nowego mieszkania, tracąc w ten sposób część wymiarów. Te, które pozostały, widoczne są na planie. Ile pełnych paczek terakoty na podłogę łazienki musi kupić Kasia, jeżeli w jednej paczce mieści się $1,2 \text{ m}^2$ płytek a powierzchnia całkowita mieszkania wynosi 60 m^2 .



Rozwiązanie:

$$P_{\text{SALONU}} = 24 \text{ m}^2 \Rightarrow 4 \text{ m} \cdot (3,5 \text{ m} + x) = 24 \text{ m}^2 \quad /4 \text{ m}$$

$$3,5 \text{ m} + x = 6 \text{ m}$$

$$x = 6 \text{ m} - 3,5 \text{ m}$$

$$x = 2,5 \text{ m}$$

$$P_{\text{MIESZKANIA}} = 60 \text{ m}^2 \Rightarrow (3,5 \text{ m} + x) \cdot (4 \text{ m} + y) = 60 \text{ m}^2$$

$$6 \text{ m} \cdot (4 \text{ m} + y) = 60 \text{ m}^2$$

$$4 \text{ m} + y = 10 \text{ m}$$

$$y = 10 \text{ m} - 4 \text{ m} = 6 \text{ m}$$

$$P_{\text{ŁAZIENKI}} \quad x \cdot y = 2,5 \cdot 6 = 15 \text{ m}^2$$

a – liczba potrzebnych paczek

$$a = \frac{15 \text{ m}^2}{1,2 \text{ m}^2} = \frac{150}{12} = 12,5 \quad \text{zatem 13 pełnych paczek}$$

Odpowiedź: Kasia musi kupić 13 pełnych paczek terakoty.

Zadanie 5. Pod jabłonią Antek znalazł jabłka. Wziął $\frac{1}{11}$ z leżących jabłek, a jego brat Wiktor tylko 4 jabłka. Razem mieli $\frac{1}{9}$ leżących pod jabłonią jabłek. Ile jabłek zostało pod jabłonią?

Rozwiązanie:

x – liczba leżących (wszystkich) pod jabłonią jabłek

$\frac{1}{11}x$ – liczba jabłek zebranych przez Antka

$\frac{1}{9}x$ – liczba jabłek zebranych razem przez Antka i Wiktora

Zatem 4 jabłka Wiktora to $\frac{1}{9}x - \frac{1}{11}x = \frac{11}{99}x - \frac{9}{99}x = \frac{2}{99}x$

stąd $\frac{2}{99}x = 4$

$x = 4 \cdot \frac{99}{2} = 198$ – liczba wszystkich leżących pod jabłonią jabłek

$198 \cdot \frac{1}{11} = 18$ – jabłka Antka

$198 - 4 - 18 = 198 - 22 = 176$

Odpowiedź: Pod jabłonią zostało 176 jabłek.