



Rozwiązania – etap II (szkoła podstawowa)

Zadanie 1

Niech a = cyfra setek szukanej liczby, b = cyfra dziesiątek szukanej liczby, c = cyfra jedności szukanej liczby.

Z warunków zadania mamy: $c = 9$ oraz $a = 50\%$ z b , czyli $a = \frac{1}{2} \cdot b$, więc $b = 2a$ i ponadto

wiemy, że $a + b + c = 18$. Stąd i z $(*)$ oraz $(**)$ mamy

$$a + 2a + 9 = 18$$

$$3a = 9$$

$$a = 3; \text{ wtedy } b = 2a = 2 \cdot 3 = 6.$$

Odp.: Szukana liczba to 369.

Zadanie 2.

Mamy:

$$\begin{aligned} 3,5 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \cdot 5\right) - \left(\frac{11}{23}\right)^0\right] - 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} &= 3,5 + \frac{1}{27} \cdot \left[\frac{10}{3} - 1\right] - \left(2 \cdot \frac{5}{3}\right) = \frac{7}{2} + \left(\frac{1}{27} \cdot \frac{7}{3}\right) - \frac{10}{3} = \\ &= \frac{7}{2} + \frac{7}{81} - \frac{10}{3} = \frac{(567 + 14) - 540}{162} = \frac{581 - 540}{162} = \frac{41}{162} \end{aligned}$$

Mamy kolejno:

$$\frac{41}{162} = \frac{1}{\frac{162}{41}} = \frac{1}{3 + \frac{39}{41}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{41}{39}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{39}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{39}{2}}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{19 + \frac{1}{2}}}}$$

Zadanie 3.

Zauważmy, że

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{222.221}{222.222}=1-\frac{1}{222.222} \\ \frac{44.443}{44.444}=1-\frac{1}{44.444}\end{array}\right.$$

$\Downarrow$

$$A := \frac{222.221}{222.222} + \frac{44.443}{44.444} = 2 - \left(\frac{1}{222.222} + \frac{1}{44.444} \right) \quad (*)$$

Analogicznie, jak wyżej mamy:

$$B := \frac{333.332}{333.333} + \frac{77.776}{77.777} = 2 - \left(\frac{1}{333.333} + \frac{1}{77.777} \right) \quad (**)$$

Teraz korzystamy z zasady: z dwóch ułamków o tym samym liczniku większy jest ten ułamek, który ma mniejszy mianownik. Stąd mamy:

$$\frac{1}{222.222} > \frac{1}{333.333}$$

$$\frac{1}{44.444} > \frac{1}{77.777}$$

$\Downarrow$

$$\frac{1}{222.222} + \frac{1}{44.444} > \frac{1}{333.333} + \frac{1}{77.777}$$

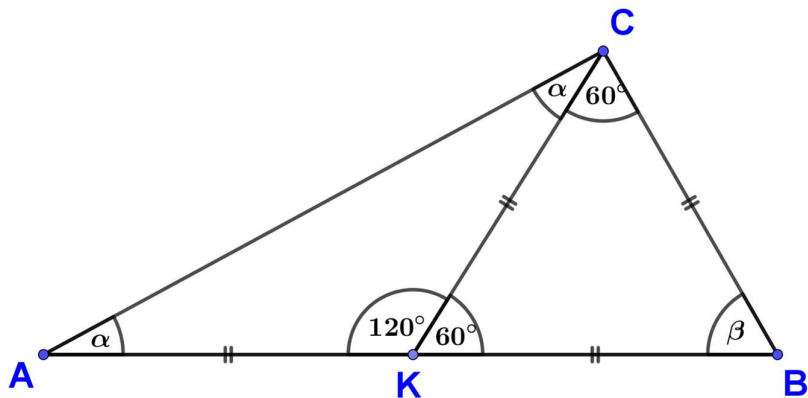
$$A \stackrel{z(*)}{=} 2 - \left(\frac{1}{222.222} + \frac{1}{44.444} \right) \stackrel{!!}{<} 2 - \left(\frac{1}{333.333} + \frac{1}{77.777} \right) \stackrel{z(**)}{=} B$$

Zatem

$$\frac{222221}{222222} + \frac{44443}{44444} \stackrel{!!}{<} \frac{333.332}{333.333} + \frac{77.776}{77.777}.$$

Zadanie 4.

Z warunków zadania wynika, że możemy sporządzić następujący rysunek:



Ponieważ $\triangle KBC$ jest równoboczny $\Rightarrow \beta = 60^\circ$, $\sphericalangle BKC = 60^\circ$ i $\sphericalangle BCK = 60^\circ$.

Wtedy: $\sphericalangle AKC = 180^\circ - \sphericalangle BKC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Ponieważ $\triangle AKC$ jest równoramienny, to $\sphericalangle KCA = \alpha$.

Ale mamy wtedy:

$$\alpha + \alpha + 120^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 60^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Na koniec: $\sphericalangle BCA = \alpha + 60^\circ = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$.

Odp.: $\sphericalangle BAC = \alpha = 30^\circ$, $\sphericalangle ABC = \beta = 60^\circ$, $\sphericalangle BCA = 90^\circ$

Zadanie 5.

Niech n – liczba uczniów w klasie Wojtka; K – całkowity koszt wycieczki (zł).

Z warunków zadania mamy: $n \cdot 250 = K - 70$

$$K = 250n + 70 \quad (*)$$

Oraz: $n \cdot 260 = K + 230$

$$260n = 250n + 70 + 230 \text{ korzystając z } (*)$$

$$10n = 300$$

$$n = 30$$

Odp.: Klasa Wojtka liczy 30 osób.