



Rozwiązania zadań rundy I

Zadanie 1. Niech a, b, c – długości boków trójkąta (w cm); z warunków zadania mamy:

$$a + b + c = 18 \text{ i } a, b, c \in \mathbb{N},$$

i - bez ograniczania ogólności rozważań (!) - możemy założyć, że:

$$a + b = c + 6.$$

Wtedy:

$$(c + 6) + c = 18$$

$$2c = 12 / : 2$$

$$c = 6,$$

$$\text{więc: } a + b = c + 6 = 6 + 6 = 12 \Rightarrow b = 12 - a$$

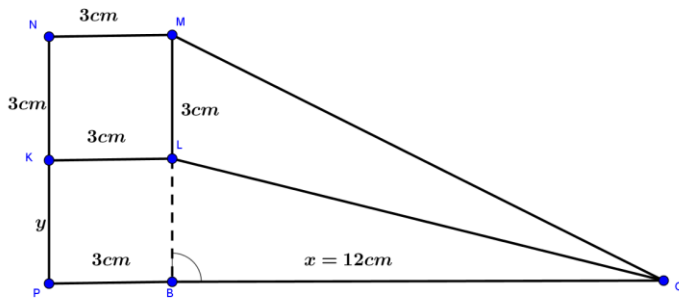
Sporządzamy tabelę:

Czy spełnione są nierówności trójkąta:

a	$b = 12 - a$	$c = 6$	$a < b + c$	$b < a + c$	$c < a + b$
1	11	6	TAK	NIE	TAK
2	10	6	TAK	NIE	TAK
3	9	6	TAK	NIE	TAK
4	8	6	TAK	TAK	TAK
5	7	6	TAK	TAK	TAK
6	6	6	TAK	TAK	TAK
7	5	6	TAK	TAK	TAK
8	4	6	TAK	TAK	TAK
9	3	6	NIE	TAK	TAK
10	2	6	NIE	TAK	TAK
11	1	6	NIE	TAK	TAK

Odpowiedź: Szukany trójkąt może mieć boki o długościach: $4cm, 8cm, 6cm$; $5cm, 7cm, 6cm$; lub $6cm, 6cm, 6cm$.

Zadanie 2.



Mamy kolejno:

$$a). P_{KLMN} = 3cm \cdot 3cm = 9cm^2$$

$$b). P_{\triangle LOM} = 2 \cdot P_{KLMN} = 2 \cdot 9cm^2 = 18cm^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3cm \cdot x = 18cm^2 \quad / : 2$$

$$3cm \cdot x = 36cm^2 \quad / : 3cm$$

$$x = 12cm$$

$$c). P_{POLK} = 3 \cdot P_{KLMN} = 3 \cdot 9cm^2 = 27cm^2$$

$$\frac{(3cm + 12cm + 3cm) \cdot y}{2} = 27cm^2 \quad / : 2$$

$$18cm \cdot y = 54cm^2 \quad / : 18cm$$

$$y = 3cm$$

Odpowiedź: $|KP| = 3cm$.

Zadanie 3. Najmniejsza szukana liczba to: 399 ($3+9+9=21$);

Największa szukana liczba to: 993 ($9+9+3=21$);

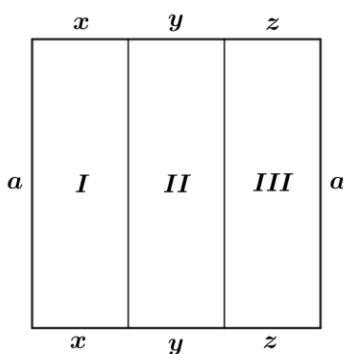
Wtedy:

-iloczyn cyfr większej z tych liczb wynosi: $9 \cdot 9 \cdot 3$;

-iloczyn cyfr mniejszej z tych liczb wynosi: $3 \cdot 9 \cdot 9$

więc różnica iloczynów cyfr tych liczb wynosi: $9 \cdot 9 \cdot 3 - 3 \cdot 9 \cdot 9 = 0$.

Zadanie 4.



$$x + y + z = a$$

Ad a). Z warunków zadania mamy:

$$Obw_I = 24cm$$

$$Obw_{II} = 30cm$$

$$Obw_{III} = 26cm$$

$$Obw_I + Obw_{II} + Obw_{III} = 80cm$$

$$2a + 2x + 2a + 2y + 2a + 2z = 80cm$$

$$6a + 2(\underbrace{x + y + z}_a) = 80cm$$

$$6a + 2a = 80cm$$

$$8a = 80cm,$$

$$\text{więc } a = 10cm.$$

Ad b). Skoro $Obw_I = 24cm$

$$2a + 2x = 24cm$$

$$2 \cdot 10cm + 2x = 24cm$$

$$x = 2cm \quad \text{wtedy } P_I = x \cdot a = 2cm \cdot 10cm = 20cm^2;$$

skoro $Obw_{II} = 30cm$

$$2a + 2y = 30cm$$

$$2 \cdot 10cm + 2y = 30cm$$

$$y = 5cm \quad \text{wtedy } P_{II} = y \cdot a = 5cm \cdot 10cm = 50cm^2;$$

skoro $x + y + z = a$, to: $2cm + 5cm + z = 10cm$

$$z = 3cm, \text{ więc } P_{III} = z \cdot a = 3cm \cdot 10cm = 30cm^2.$$

Zadanie 5. Seria 1 : $2 = 2^1$, $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $32 = 2^5$, ...

więc dziesiąta liczba w tej serii $= 2^{10} = 1024$.

Seria 2 : $1 = 1^3$, $8 = 2^3$, $27 = 3^3$, $64 = 4^3$, $125 = 5^3$, ...

więc dziesiąta liczba w serii 2-giej wynosi $10^3 = 1000$.

Zatem różnica dziesiątej liczby w serii 1-szej i dziesiątej liczby w serii 2-giej wynosi:

$$2^{10} - 10^3 = 1024 - 1000 = 24.$$