



Rozwiązania - etap II

Zadanie 1. Zauważmy, że:

- ostatnią cyfrą liczby 5^{16} jest 5, tzn. $5^{16} = \boxed{\text{jakieś cyfry}} \boxed{5}$;
- ostatnią cyfrą liczby 10^{18} jest 0, tzn. $10^{18} = \boxed{\text{jakieś cyfry}} \boxed{0}$;
- ostatnią cyfrą liczby $9^{13} = \underbrace{9^2 \cdot \dots \cdot 9^2}_{6\text{-krotnie}} \cdot 9 = \underbrace{81 \cdot \dots \cdot 81}_{6\text{-krotnie}} \cdot 9$ jest 9, tzn.
 $9^{13} = \boxed{\text{jakieś cyfry}} \boxed{9}$.

Wobec tego, dodając:

$$\begin{array}{r} \boxed{\text{jakieś cyfry}} \boxed{5} \\ 5^{16} + 10^{18} + 9^{13} = \boxed{\text{jakieś cyfry}} \boxed{0} \\ + \boxed{\text{jakieś cyfry}} \boxed{9} \\ \hline \boxed{\text{jakieś cyfry}} \boxed{4} \end{array}$$

Odpowiedź: Ostatnią cyfrą liczby $5^{16} + 10^{18} + 9^{13}$ jest cyfra 4.

Zadanie 2. Niech n – liczba wierzchołków podstawy graniastosłupa; $n \in \mathbb{N}$ i $n \geq 3$; wtedy

liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa $= 3n$;

liczba wszystkich ścian graniastosłupa $= n + 2$;

liczba wszystkich wierzchołków graniastosłupa $= 2n$.

Z warunków zadania mamy, że:

$$\begin{aligned} 2n + n + 2 + 3n &= 50 \\ 6n + 2 &= 50 \\ 6n &= 50 - 2 \\ 6n &= 48 \\ n &= 48 : 6 \\ n &= 8 \end{aligned}$$

Odpowiedź: Graniastosłup ma w podstawie ośmiokąt.

Zadanie 3. Niech:

x – liczba zawodników, którzy dobiegli do mety przed Zbyszkim; wtedy $x \in \mathbb{N}$ oraz:

$5x$ – liczba zawodników, którzy dobiegli do mety po Zbyszkui.

Z warunków zadania mamy: $x + 1 + 5x = 37$

$$6x + 1 = 37$$

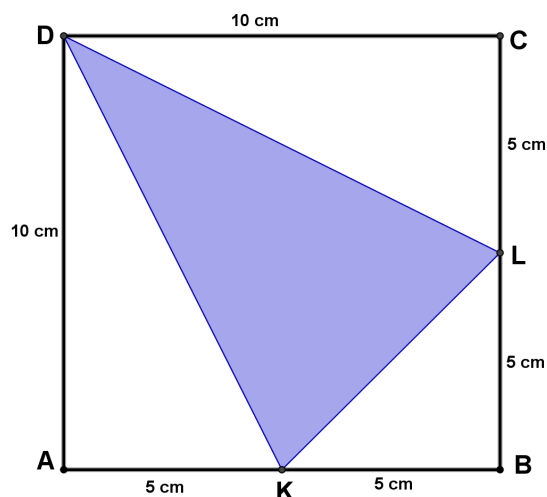
$$6x = 36$$

$$x = 36 : 6$$

$$x = 6$$

Odpowiedź: Zbyszek zajął 7 miejsce w wyścigu.

Zadanie 4.



Niech: x – długość boku kwadratu (w cm).

Z warunków zadania: Obwód = $40cm$

$$4x = 40cm$$

$$x = 10cm.$$

Wtedy pole kwadratu:

$$P_{ABCD} = 10cm \cdot 10cm = 100cm^2$$

ponadto:

$$P_{\triangle AKD} = P_{\triangle CDL} = \frac{1}{2} \cdot 10cm \cdot 5cm = 25cm^2$$

$$P_{\triangle KBL} = \frac{1}{2} \cdot 5cm \cdot 5cm = 12,5cm^2$$

Na koniec:

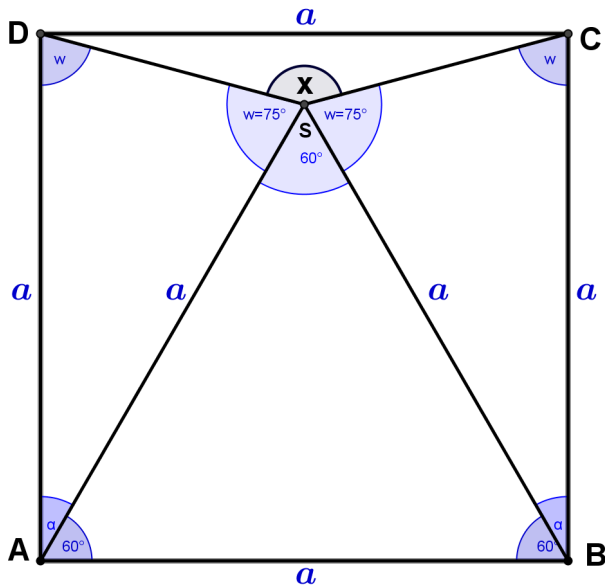
$$P_{\triangle KLD} = P_{ABCD} - 2P_{\triangle AKD} - P_{\triangle KBL} = 100cm^2 - 2 \cdot 25cm^2 - 12,5cm^2 = 100cm^2 - 62,5cm^2 = 37,5cm^2$$

Odpowiedź: Pole otrzymanego trójkąta wynosi $37,5cm^2$.

Zadanie 5. Oznaczmy przez a – długość boku kwadratu $ABCD$, a więc też długość boku trójkąta równobocznego ABS .

Wtedy: $\angle BAS = 60^\circ$,

więc: $\alpha = \angle SAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.



Ponieważ $\triangle DSA$ jest równoramienny (!), to kąty przy podstawie DS są równe, więc:

$$w + w + \alpha = 180^\circ$$

$$2w = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$w = 150^\circ : 2$$

$$w = 75^\circ$$

Także w $\triangle CSB$ kąty przy podstawie CS mają po 75° .

Zatem, oznaczając $\angle CSD$ przez x , mamy:

$$x + 60^\circ + 2 \cdot 75^\circ = 360^\circ$$

$$x + 210^\circ = 360^\circ$$

$$x = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ.$$

Odpowiedź: $\angle CSD = 150^\circ$.