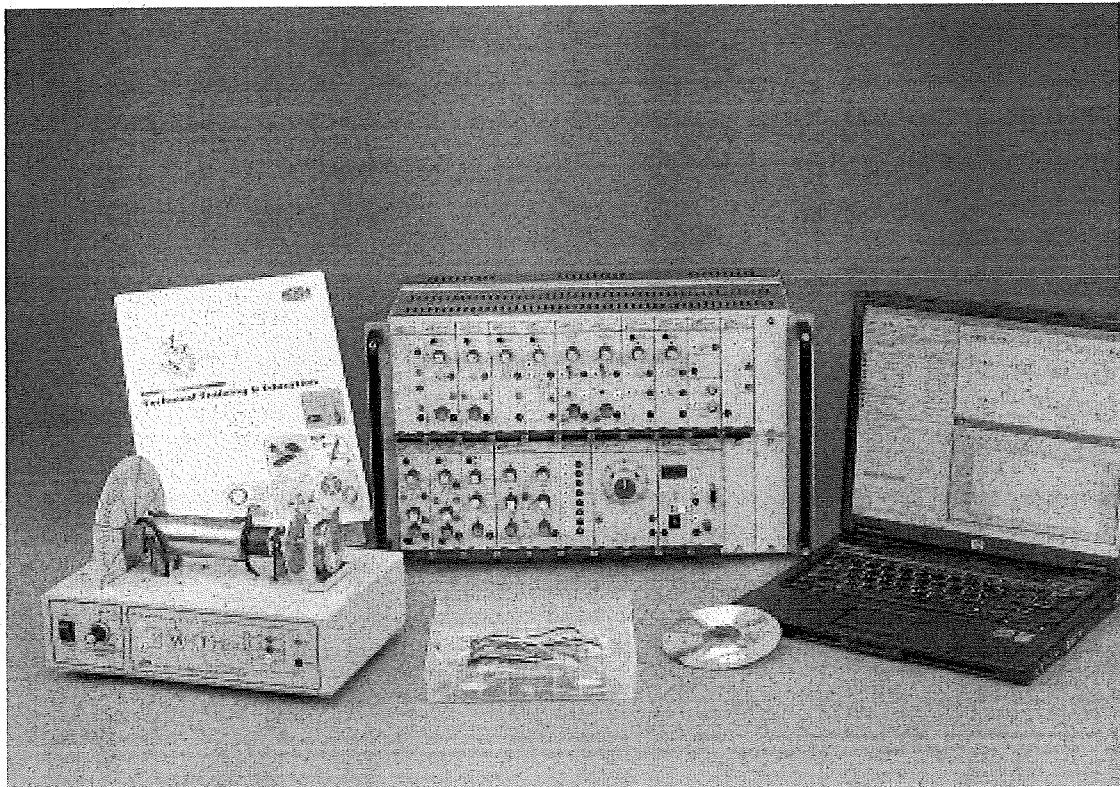


Analogowy system sterowania

ACS-1000

PODRECZNIK DO ĆWICZEŃ (część 2)



K&H MFG CO., LTD.

5F., No.8, Sec. 4, Ziqiang Rd., Sanzhong Dist., New Taipei City 241, Taiwan R.O.C.

TEL : 886-2-2286-0700 FAX : 886-2-2287-3066

E-Mail : education@kandh.com.tw WEB : <http://www.kandh.com.tw>



SPIS TREŚCI (część 2)

Ćwiczenie 13	Regulator całkujący I	13-1
CEL ĆWICZEŃ	13-1
PODSTAWY TEORETYCZNE	13-1
PROCEDURA	13-6
SYMULACJA SIMULINK	13-9
Ćwiczenie 14	Zastosowanie regulatora I do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego	14-1
CEL ĆWICZEŃ	14-1
PROCEDURA	14-1
Ćwiczenie 15	Regulator różniczkujący D	15-1
CEL ĆWICZEŃ	15-1
PODSTAWY TEORETYCZNE	15-1
PROCEDURA	15-6
SYMULACJA SIMULINK	15-10
Ćwiczenie 16	Zastosowanie regulatora D do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego	16-1
CEL ĆWICZEŃ	16-1
PROCEDURA	16-1
Ćwiczenie 17	Regulator proporcjonalno-całkujący PI	17-1
CEL ĆWICZEŃ	17-1
PODSTAWY TEORETYCZNE	17-1
PROCEDURA	17-4
SYMULACJA SIMULINK	17-9
Ćwiczenie 18	Zastosowanie regulatora PI do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego	18-1
CEL ĆWICZEŃ	18-1
PROCEDURA	18-1
Ćwiczenie 19	Regulator proporcjonalno-różniczkujący PD	19-1
CEL ĆWICZEŃ	19-1
PODSTAWY TEORETYCZNE	19-1
PROCEDURA	19-5
SYMULACJA SIMULINK	19-9
Ćwiczenie 20	Zastosowanie regulatora PD do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego	20-1
CEL ĆWICZEŃ	20-1
PROCEDURA	20-1
Ćwiczenie 21	Regulator PID (1)	21-1
CEL ĆWICZEŃ	21-1
PODSTAWY TEORETYCZNE	21-1
PROCEDURA	21-3

SYMULACJA SIMULINK.....	21-7
Ćwiczenie 22 Regulator PID (2).....	22-1
CEL ĆWICZEŃ.....	22-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	22-1
PROCEDURA.....	22-2
SYMULACJA SIMULINK.....	22-6
Ćwiczenie 23 Regulator PID (3) – kontrola położenia silnika DC.....	23-1
CEL ĆWICZEŃ.....	23-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	23-1
PROCEDURA.....	23-2
SYMULACJA SIMULINK.....	23-3
Ćwiczenie 24 Regulator PID (4) – kontrola prędkości silnika DC	24-1
CEL ĆWICZEŃ.....	24-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	24-1
PROCEDURA.....	24-1
SYMULACJA SIMULINK.....	24-3
Ćwiczenie 25 Zastosowanie regulatora PID do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego	25-1
CEL ĆWICZEŃ.....	25-1
PROCEDURA.....	25-1
Ćwiczenie 26 System regulacji z wewnętrzną pętlą sprzężenia.....	26-1
CEL ĆWICZEŃ.....	26-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	26-1
SYMULACJA SIMULINK.....	26-5
PROCEDURA.....	26-7
Ćwiczenie 27 Wyprzedzający kompensator fazy (1).....	27-1
CEL ĆWICZEŃ.....	27-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	27-1
PROCEDURA.....	27-7
SYMULACJA SIMULINK.....	27-8
Ćwiczenie 28 Wyprzedzający kompensator fazy (2).....	28-1
CEL ĆWICZEŃ.....	28-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	28-1
PROCEDURA.....	28-6
SYMULACJA SIMULINK.....	28-8
Ćwiczenie 29 Opóźniający kompensator fazy (1)	29-1
CEL ĆWICZEŃ.....	29-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	29-1
PROCEDURA.....	29-5
SYMULACJA SIMULINK.....	29-9
Ćwiczenie 30 Opóźniający kompensator fazy (2)	30-1
CEL ĆWICZEŃ.....	30-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	30-1
PROCEDURA.....	30-6

SYMULACJA SIMULINK.....	30-9
Ćwiczenie 31 Wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy (1)	31-1
CEL ĆWICZEŃ.....	31-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	31-1
PROCEDURA	31-5
SYMULACJA SIMULINK.....	31-9
Ćwiczenie 32 Wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy (2)	32-1
CEL ĆWICZEŃ.....	32-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	32-1
PROCEDURA	32-4
SYMULACJA SIMULINK.....	32-7
Ćwiczenie 33 Wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy (3)	33-1
CEL ĆWICZEŃ.....	33-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	33-1
PROCEDURA	33-7
SYMULACJA SIMULINK.....	33-10
Ćwiczenie 34 Metoda kasowania biegunów	34-1
CEL ĆWICZEŃ.....	34-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	34-1
SYMULACJA SIMULINK (1)	34-2
PROCEDURA	34-4
SYMULACJA SIMULINK (2)	34-8
Ćwiczenie 35 Sprężenie od stanu / lokowanie biegunów	35-1
CEL ĆWICZEŃ.....	35-1
PODSTAWY TEORETYCZNE.....	35-1
SYMULACJA SIMULINK.....	35-7
PROCEDURA	35-10

Ćwiczenie 13 Regulator całkujący I

CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie działania regulatora całkującego (*I controller*) w różnych obiektach.
2. Poznanie działania regulatora całkującego w systemie sterowania prędkością obrotową serwosilnika prądu stałego.
3. Poznanie działania regulatora całkującego w systemie sterowania położeniem serwosilnika prądu stałego.

PODSTAWY TEORETYCZNE

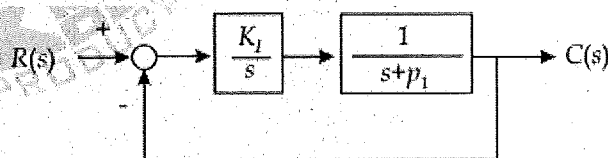
Zasadniczo regulatory całkujące (I) są używane tylko w systemach pierwszego rzędu, jak np. w systemie sterowania prędkością serwosilnika w układzie z zamkniętą pętlą sprzężenia. Ponieważ systemy wyższych rzędów są zwykle niestabilne, dlatego regulator całkujący bardzo rzadko jest używany samodzielnie. W poniższym ćwiczeniu do przestudiowania wpływu regulatora całkującego na działanie różnych układów będziemy używali odpowiedzi systemu na pobudzenie skokiem jednostkowym.

1. Obiekty typu 0

- (1) Obiekt pierwszego rzędu

$$G(s) = \frac{1}{s + p_1}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu I pokazano na rysunku 13-1.



Rys. 13-1 Schemat blokowy systemu pierwszego rzędu typu 0 z regulatorem I

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie wyrażona zależnością

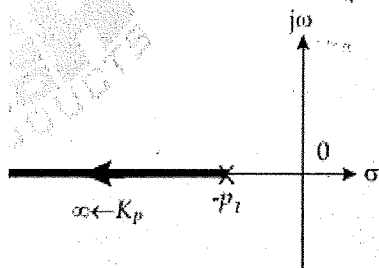
$$G(s) = \frac{K_I}{s(s + p_1)}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

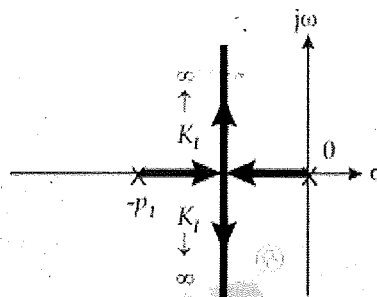
$$M(s) = \frac{K_I}{s^2 + p_1 s + K_I}$$

Dla systemu bez regulatora całkującego uchyb ustalony e_{ss} przy pobudzeniu skokiem jednostkowym nie jest równy zero. Z regulatorem I uchyb ustalony staje się równy 0 i jest niezależny do stałej K_I .

Poniżej wykorzystamy wykres położenia pierwiastków funkcji przejściowej do analizy wpływu regulatora całkującego na system. Najpierw porównajmy wykresy pierwiastków funkcji przejściowej dla systemów z regulatorem P (patrz rysunek 13-2) i I (patrz rysunek 13-3).



Rys. 13-2 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem P



Rys. 13-3 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem I

Z rysunków 13-2 i 13-3 widzimy, że biegun systemu z regulatorem całkującym jest położony bliżej środka układu współrzędnych niż systemu z regulatorem proporcjonalnym. Innymi słowy, regulator I przesuwa biegun w prawo, co powoduje, że odpowiedź systemu jest wolniejsza. Do zbadania odpowiedzi systemu w stanie nieustalonym wykorzystamy transmitancję układu z zamkniętą pętlą. Dla wygody przyjmijmy $p_1 = 2\zeta\omega_n$ i $K_I = \omega_n^2$. Ponieważ wartość p_1 jest współczynnikiem funkcji przejściowej systemu, to jest ona stała, natomiast K_I jest regulowanym współczynnikiem regulatora I, zatem im większe K_I , to tym większa jest ω_n układu z zamkniętą pętlą. Dodatkowo, ponieważ $2\zeta\omega_n$ jest wartością stałą, to w miarę wzrostu częstotliwości oscylacji własnych ω_n , współczynnik tłumienia ζ maleje. Mówiąc w skrócie, im większe K_I , tym większa ω_n , ale mniejszy ζ . Z charakterystyki systemu wynika, że szybkość odpowiedzi jest proporcjonalna do wartości ω_n , natomiast ζ wpływa nie tylko na szybkość odpowiedzi, ale również na przerost napięcia wyjściowego. Im mniejsza wartość ζ , tym szybsza odpowiedź systemu i większy przerost charakterystyki.

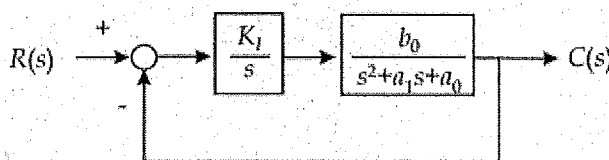
Konkludując, możemy stwierdzić, że wpływ regulatora całkującego I na system pierwszego rzędu typu 0 obejmuje:

- Spowolnienie odpowiedzi systemu.
- Redukcję uchybu ustalonego do zera przy pobudzeniu układu skokiem jednostkowym.
- Zwiększenie szybkości odpowiedzi i przerostu charakterystyki w miarę wzrostu stałej K_I .

(2) Obiekt drugiego rzędu

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu I pokazano na rysunku 13-4.



Rys. 13-4 Schemat blokowy systemu drugiego rzędu typu 0 z regulatorem I

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie w tym przypadku wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_I b_0}{s(s^2 + a_1 s + a_0)}$$

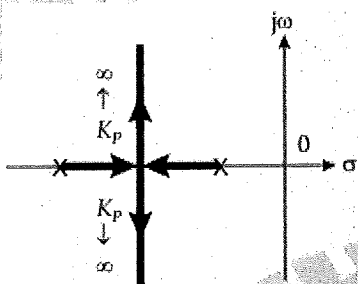
a funkcją przejściową układu z zamkniętą pętlą przybiera postać

$$\tilde{M}(s) = \frac{K_I b_0}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + K_I b_0}$$

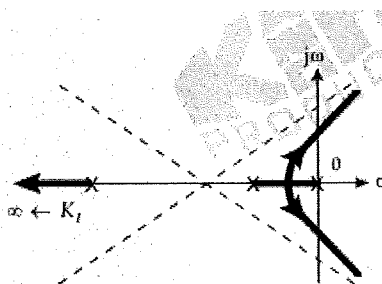
Dla systemu bez regulatora całkującego I uchyb ustalony e_{ss} przy pobudzeniu skokiem jednostkowym $u_s(t)$ jest niezerowy. Z regulatorem I uchyb ustalony staje się równy 0 i jest niezależny do stałej K_I . Poniżej wykorzystamy wykres położenia pierwiastków funkcji przejściowej do porównania wpływu regulatora całkującego na system drugiego rzędu.

a. Oba bieguny obiektu drugiego rzędu leżą na osi rzeczywistej

Wykresy położenia pierwiastków systemu z regulatorem P i I pokazano na rysunkach odpowiednio 13-5 i 13-6.



Rys. 13-5 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem P

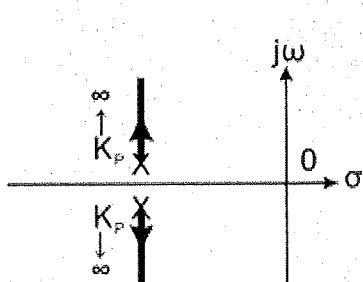


Rys. 13-6 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem I

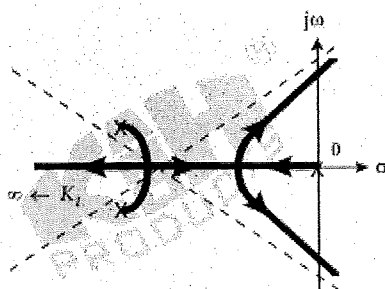
Z rysunków 13-5 i 13-6 widzimy, że regulator całkujący przesuwa bieguny systemu w prawo, zatem odpowiedź systemu staje się wolniejsza. Z wykresu wynika również, że im większe K_I , tym większa ω_n systemu z zamkniętą pętlą i mniejszy ζ . Gdy K_I wzrośnie do określonej wartości, to bieguny systemu będą leżały w prawej połowie płaszczyzny zespolonej i system stanie się niestabilny.

b. Oba bieguny obiektu drugiego rzędu są liczbami zespolonymi sprzężonymi

Wykresy położenia pierwiastków systemu z regulatorem P i I pokazano na rysunkach odpowiednio 13-7 i 13-8.



Rys. 13-7 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem P



Rys. 13-8 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem I

Z rysunków 13-7 i 13-8 widzimy, że regulator całkujący przesuwa bieguny systemu w prawo, zatem odpowiedź systemu staje się wolniejsza. Jednak gdy K_I wzrośnie do określonej wartości, to bieguny systemu będą leżały w prawej połowie płaszczyzny zespolonej i system stanie się niestabilny.

Konkludując, możemy stwierdzić, że regulator całkujący I w systemie drugiego rzędu typu 0 powoduje:

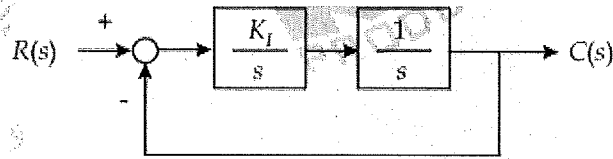
- Spowolnienie odpowiedzi systemu.
- Redukcję uchybu ustalonego do zera przy pobudzeniu skokiem jednostkowym.
- Niestabilność systemu przy wzroście stałej K_I do określonej wartości.

2. Obiekty typu 1

(1) Obiekt pierwszego rzędu

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu I pokazano na rysunku 13-9.



Rys. 13-9 Schemat blokowy systemu pierwszego rzędu typu 1 z regulatorem I

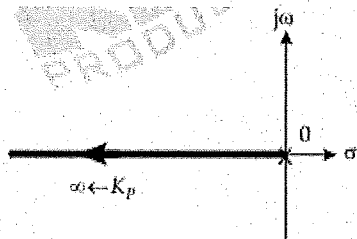
Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_I}{s^2}$$

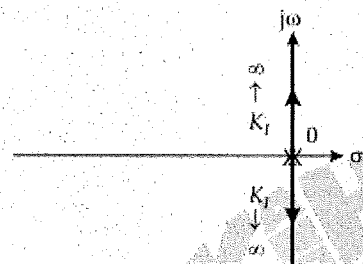
a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$M(s) = \frac{K_I}{s^2 + K_I}$$

Z powyższej funkcji przejściowej układu z zamkniętą pętlą widzimy, że system będzie oscylował z częstotliwością, która jest determinowana przez stałą K_I . Ponieważ częstotliwość oscylacji ω (rad/s) jest określana zależnością $\omega^2 = K_I$, to wraz ze wzrostem K_I wzrasta częstotliwość oscylacji. Wykresy położenia pierwiastków systemu z regulatorem P i I pokazano na rysunkach odpowiednio 13-10 i 13-11.



Rys. 13-10 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem P

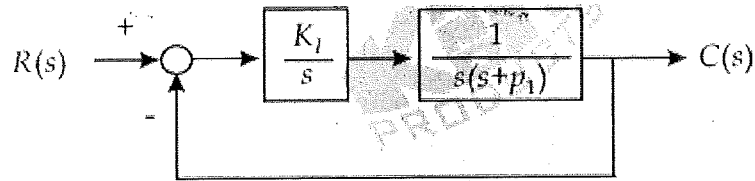


Rys. 13-11 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem I

(2) Obiekt drugiego rzędu

$$G(s) = \frac{1}{s(s + p_1)}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu I pokazano na rysunku 13-12.



Rys. 13-12 Schemat blokowy systemu drugiego rzędu z regulatorem I

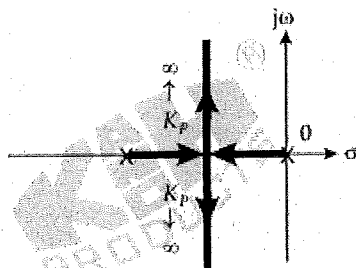
Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie w tym przypadku wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_I}{s^2(s + p_1)}$$

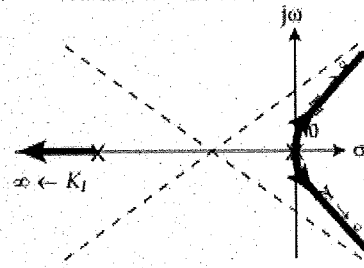
a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą przybiera postać

$$M(s) = \frac{K_I}{s^3 + p_1 s^2 + K_I}$$

Wykresy położenia pierwiastków systemu z regulatorem P i I pokazano na rysunkach odpowiednio 13-13 i 13-14.



Rys. 13-13 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem P



Rys. 13-14 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem I

Z rysunku 13-14 widzimy, że regulator całkujący przesuwa bieguny systemu w prawo, powodując, że leżą one w prawej połowie płaszczyzny zespolonej i system staje się niestabilny.

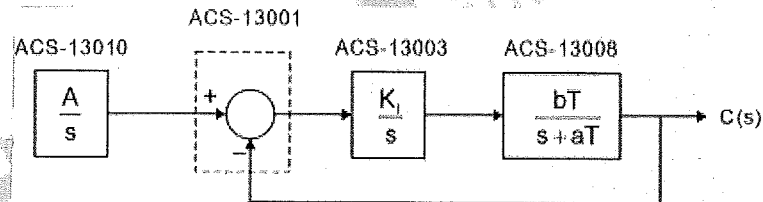
Na podstawie powyższych rozważań możemy stwierdzić, że regulator całkujący I w systemie typu 1 powoduje niestabilność systemu.

PROCEDURA

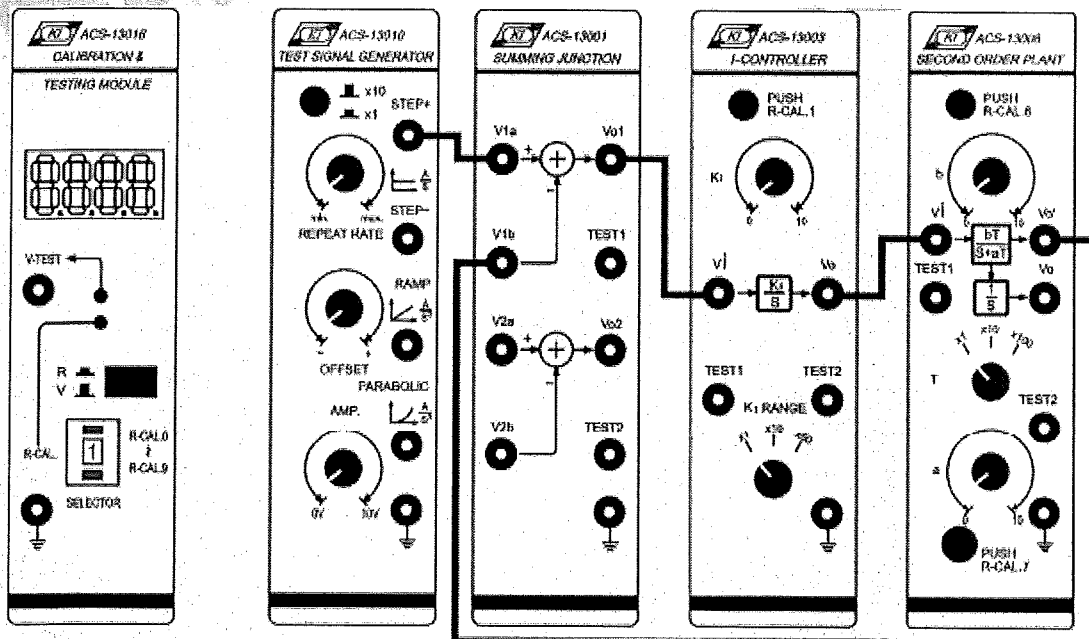
W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 do symulacji serwosilnika prądu stałego.

A. Regulator I w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

- Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 13-15.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 13-15

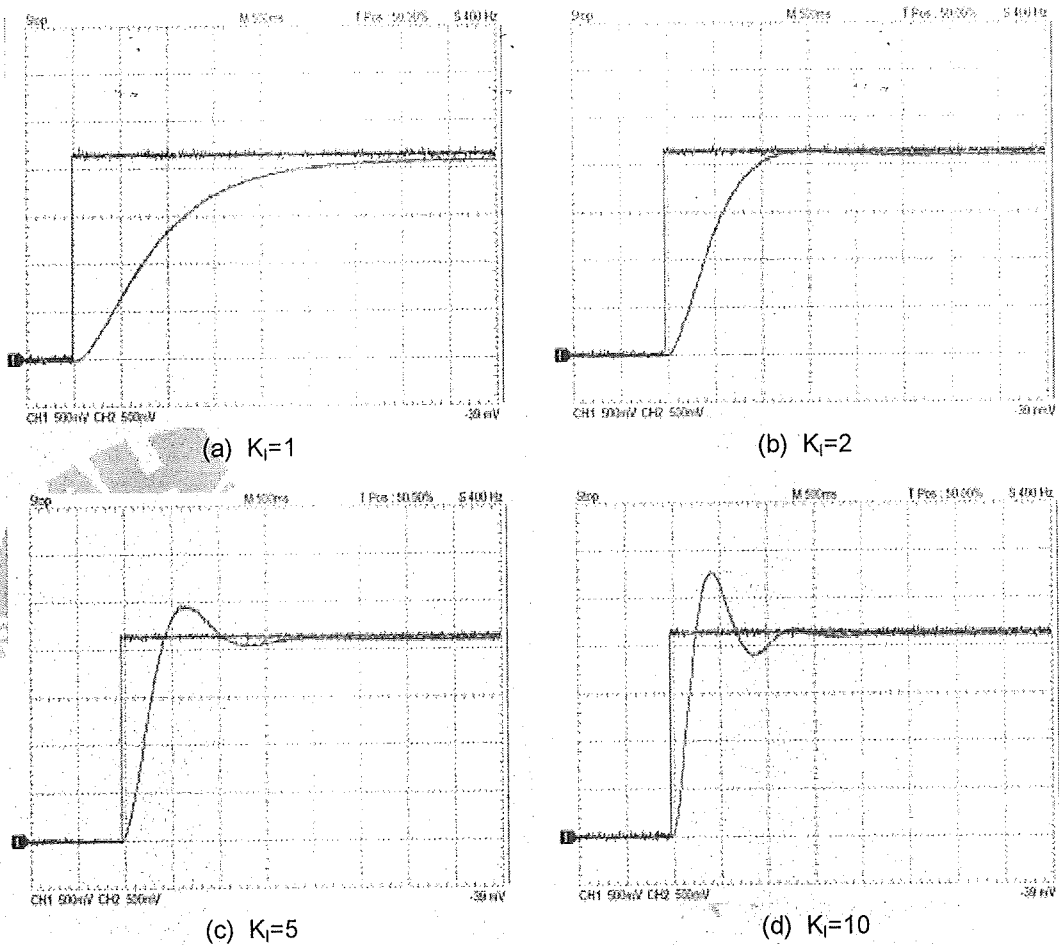
- W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 2,2Vpp i częstotliwości 0,05Hz.
- W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x1, a stałe a i b ustawić na 5. W takim przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażana zależnością:

$$G_p(s) = \frac{5}{s+5}$$

Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą $M(s)$ opisywana jest wtedy zależnością

$$M(s) = \frac{5K_I}{s^2 + 5s + 5K_I}$$

- W module ACS-13003 ustawić $K_I=1$. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_0' modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 13-16(a).

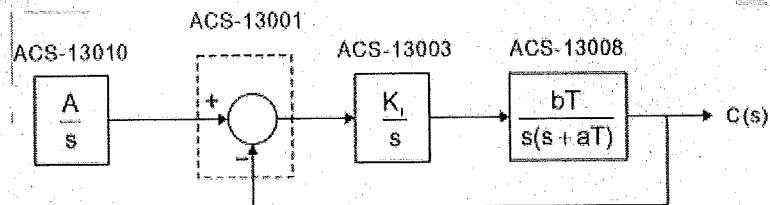


Rys. 13-16

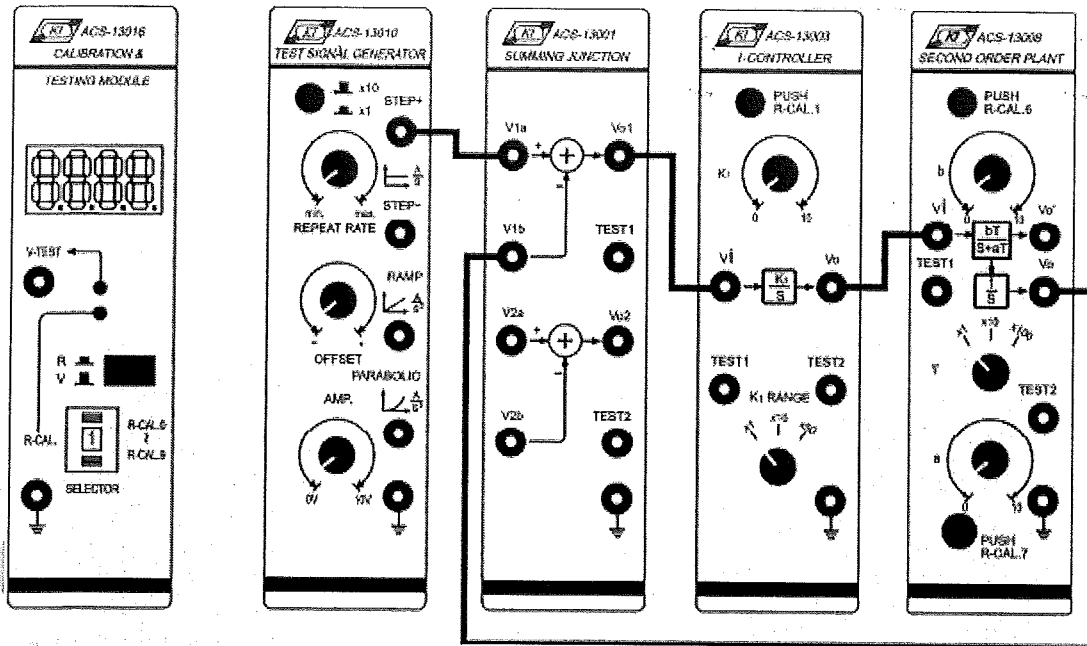
- Powtórzyć punkt 4 dla $K_I = 2, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 13-16(b), (c) i (d). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_I .

B. Regulator I w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

- Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 13-17.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 13-17

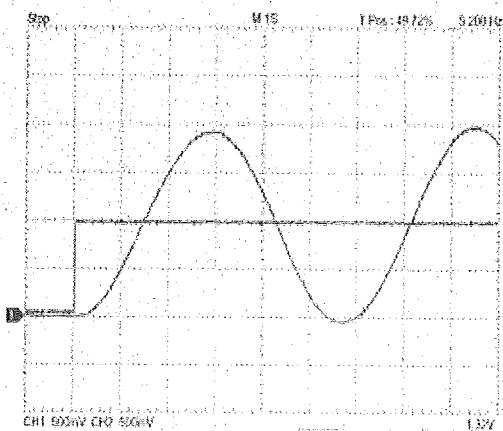
2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 1Vpp i częstotliwości 0,05Hz.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz a=b=5. W tym przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażona zależnością:

$$G_p(s) = \frac{50}{s(s+50)}$$

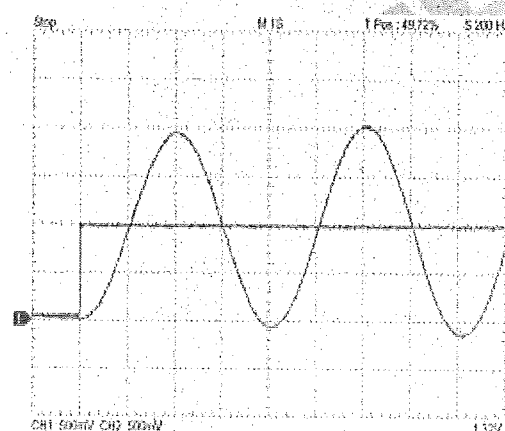
Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą M(s) opisywana jest wtedy zależnością

$$M(s) = \frac{50K_I}{s^3 + 50s^2 + 50K_I} = \frac{50K_I}{s(s^2 + 50s) + 50K_I}$$

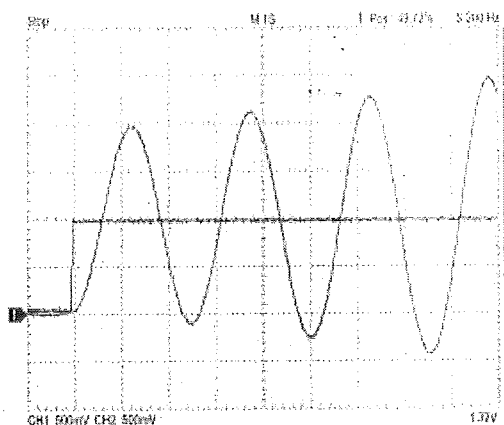
4. W module ACS-13003 ustawić $K_I=1$. Zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rys. 13-18(a).



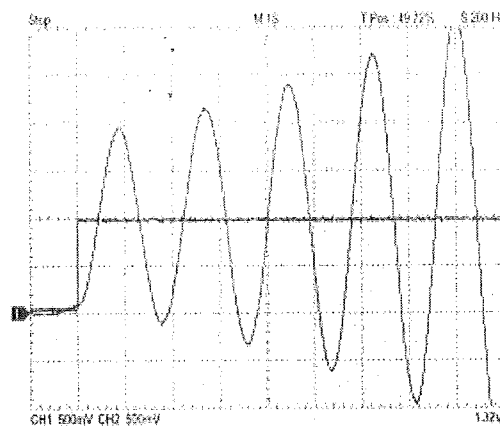
(a) $K_I=1$



(b) $K_I=2$



(c) $K_I=5$



(d) $K_I=10$

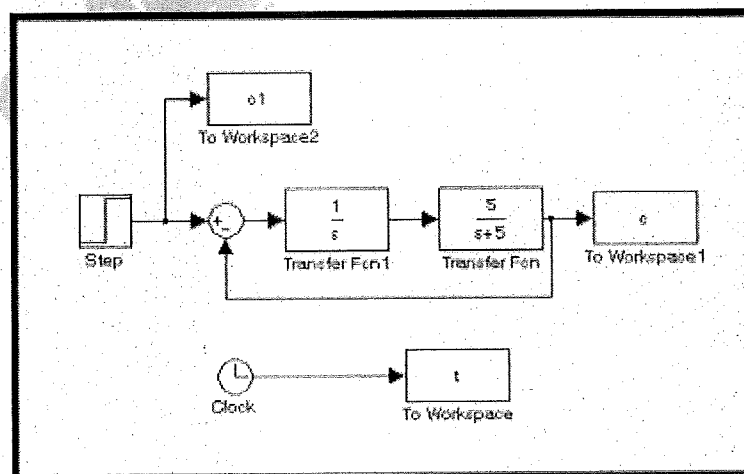
Rys. 13-18

5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_I = 2, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 13-18(b), (c) i (d). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_I .

SYMULACJA SIMULINK

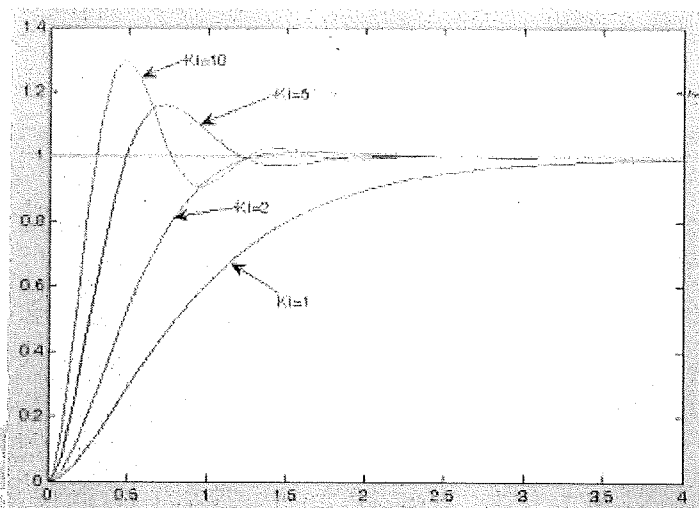
A. Regulator I w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Otworzyć okno poleceń programu MATLAB.
2. W oknie poleceń MATLAB wpisać `simulink < J >`.
3. W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 13-19.



Rys. 13-19

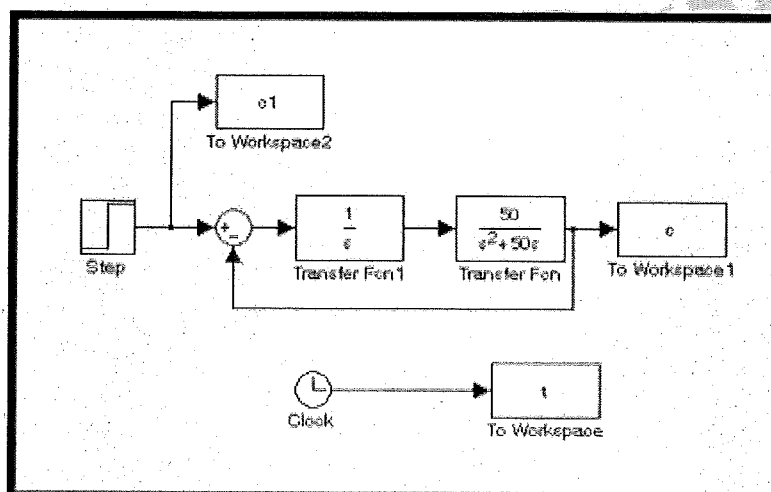
4. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
5. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czas symulacji zmienić czas Stop na 4.0.
6. Zapisać schemat blokowy pod nazwą `Experiment_13_1.mdl`.
7. Uruchomić symulację dla stałej K_I bloku `Transfer Fcn1` równej 1, 2, 5 i 10, aby uzyskać wyniki pokazane na rysunku 13-20.



Rys. 13-20 $K_I=1, 2, 5, 10$

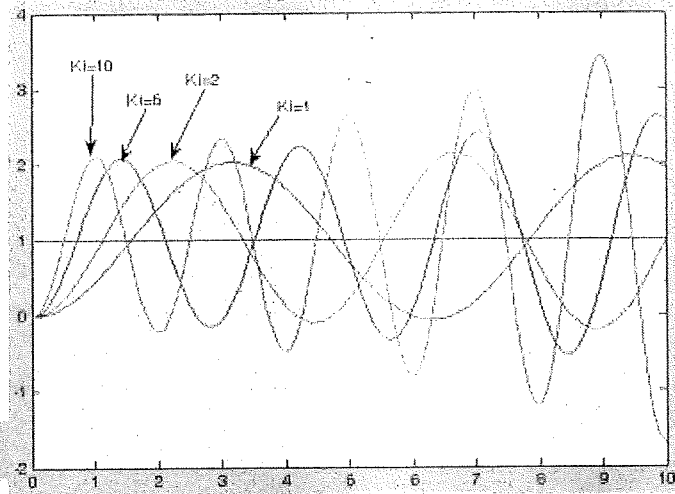
B. Regulator I w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 13-21.



Rys. 13-21

2. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
3. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 10.0.
4. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_13_2.mdl.
5. Uruchomić symulację dla stałej K_I bloku Transfer F_{cn1} równej 1, 2, 5 i 10, aby uzyskać wyniki pokazane na rysunku 13-21.



Rys. 13-22 $K_i=1, 2, 5, 10$

Ćwiczenie 14 Zastosowanie regulatora I do kontroli prędkości i położenia serwisilnika prądu stałego

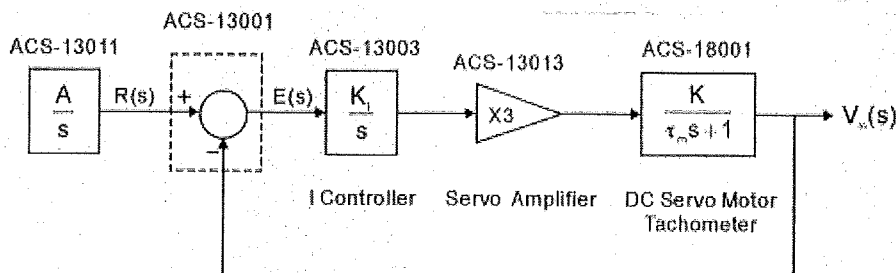
CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie zasady działania systemu kontroli prędkości i położenia serwisilnika DC PM.
2. Budowa praktycznego układu sterowania prędkością obrotową serwisilnika prądu stałego z regulatorem całkującym.
3. Budowa praktycznego układu sterowania położeniem kątowym serwisilnika prądu stałego z regulatorem całkującym.

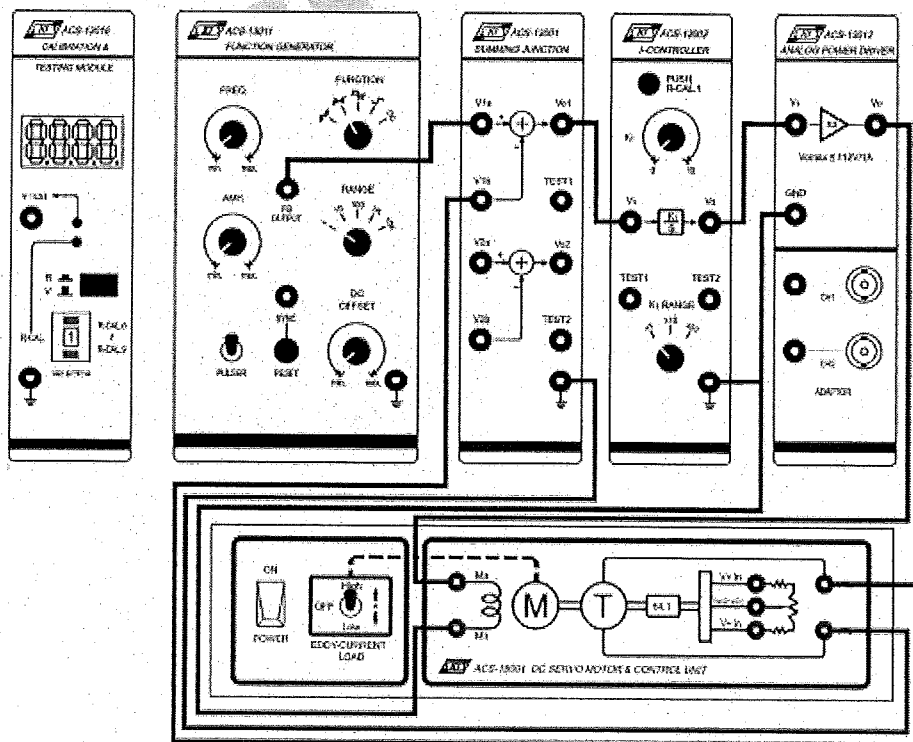
PROCEDURA

A. Regulator I w układzie sterowania prędkością serwisilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 14-1.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 14-1

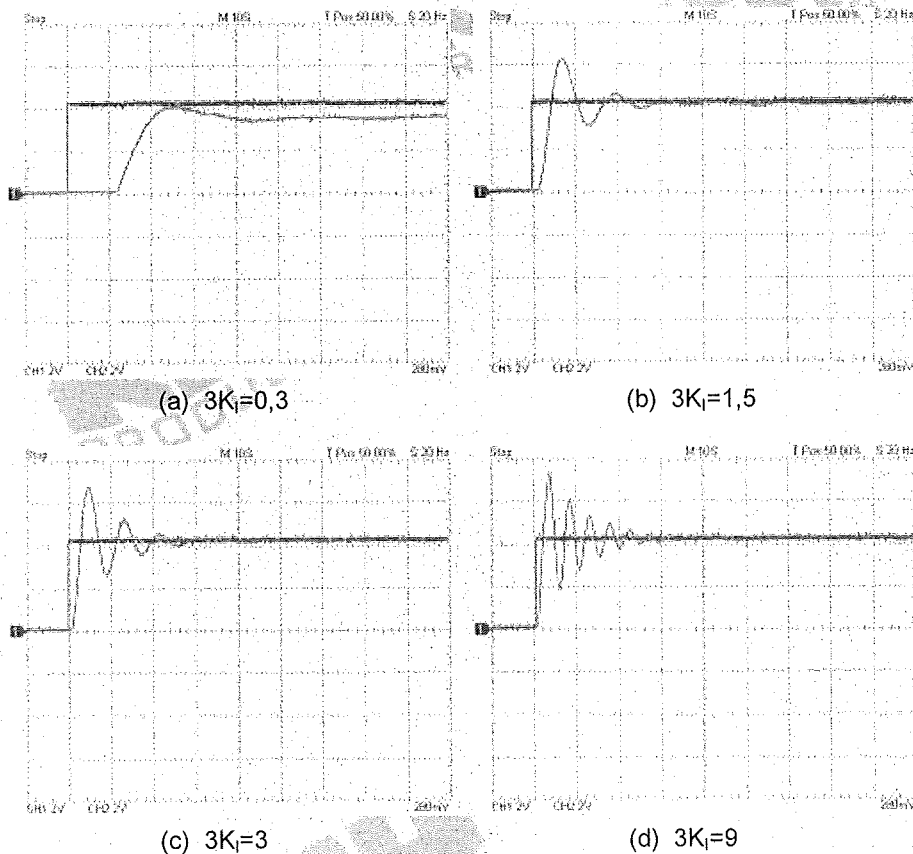
2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję odpowiadającą przebiegowi impulsowemu (⌋) i pokrętkami DC OFFSET (składowa stała) i AMP (amplituda) regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 2Vpp (poziom niski = 0V).
3. W takim przypadku uproszczona funkcja przejściowa serwosilnika prądu stałego $G_m(s)$ jest wyrażana zależnością:

$$G_m(s) = \frac{V_\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{\tau_m s + 1}$$

a zlinearyzowana funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą $M(s)$ – zależnością:

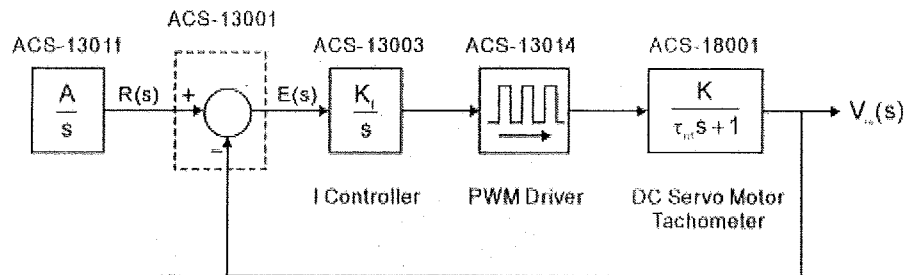
$$M(s) = \frac{V_\omega(s)}{R(s)} = \frac{3K_I K}{\tau_m s^2 + s + 3K_I K}$$

4. W module ACS-13003 ustawić $K_I=0.1$ ($3K_I=0.3$). Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 ($R(s)$) i VTa (prędkość $V_\omega(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rys. 14-2(a).
5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_I=0.5, 1, 3$ ($3K_I=1.5, 3, 9$) i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 14-2(b), (c) i (d). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_I .

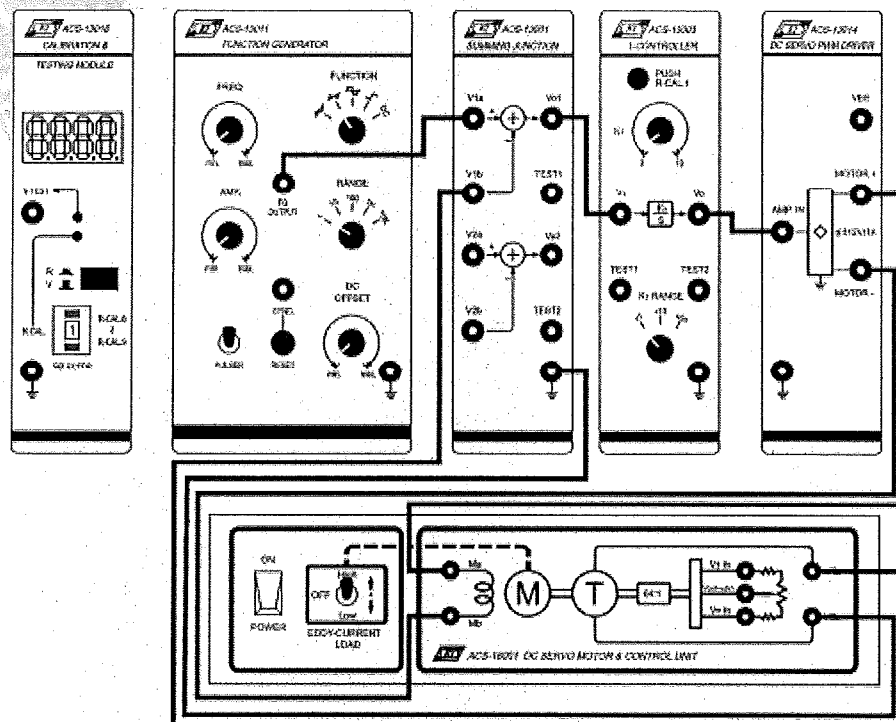


Rys. 14-2

6. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 14-3. W tym układzie sterownik analogowy ACS13013 zastąpiony jest sterownikiem PWM ACS-13014.



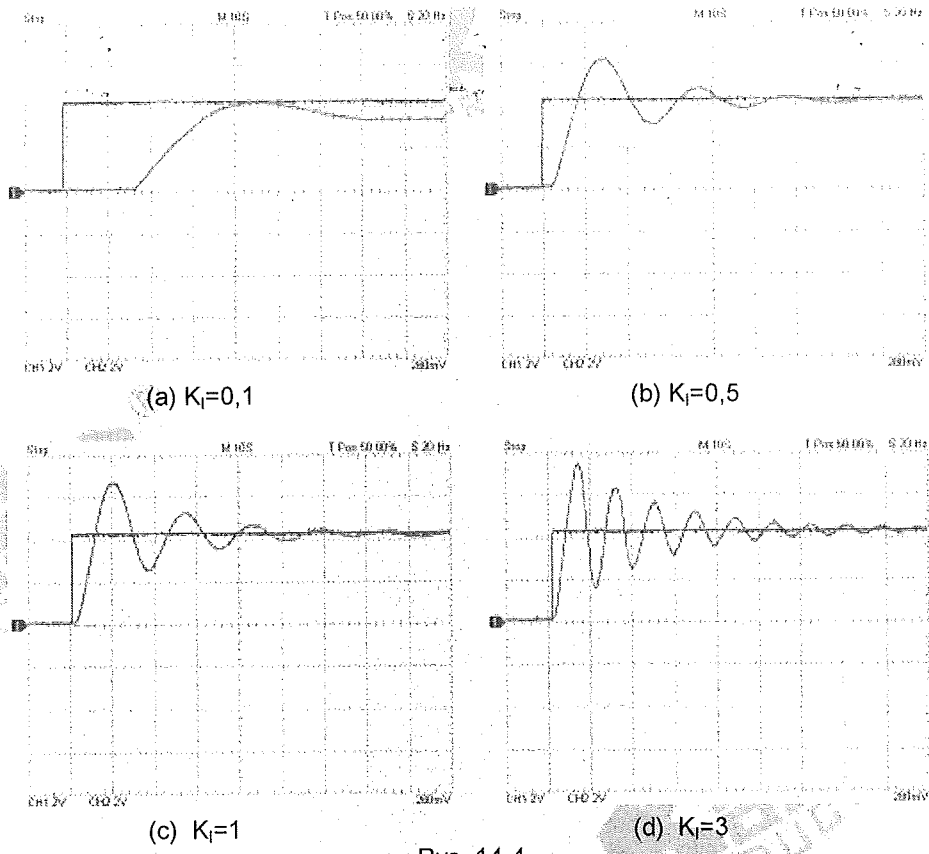
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 14-3

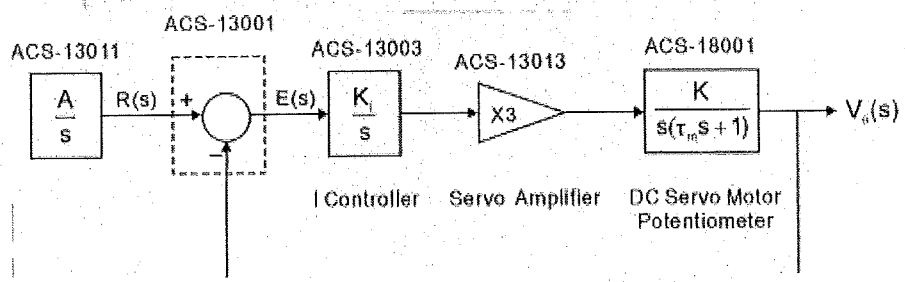
7. Powtórzyć czynności z punktów 2 do 5. Zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 ($R(s)$) i VTa (prędkość $V\omega(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rys. 14-4.
8. Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i charakterystyki czasowe dla różnych typów sterowników.



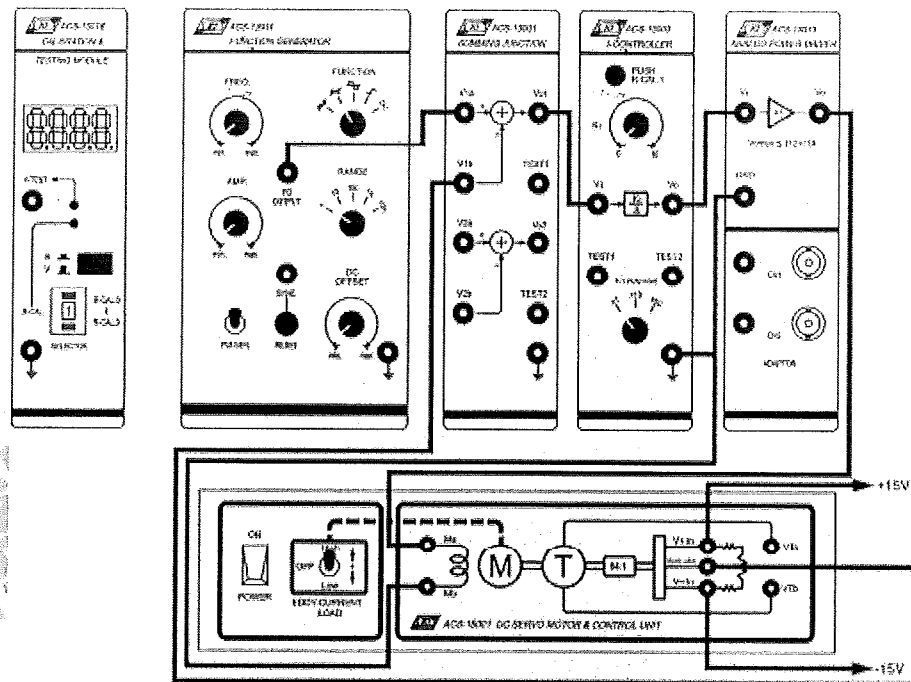
Rys. 14-4

B. Regulator I w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 14-5.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 14-5

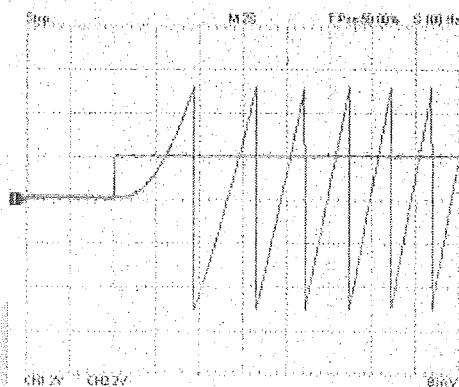
2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \lceil i pokrętkami DC OFFSET (składowa stała) i AMP (amplituda) regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 2Vpp (poziom niski = 0V).
3. W takim przypadku uproszczona funkcja przejściowa serwośilnika prądu stałego $G_m(s)$ jest wyrażana zależnością:

$$G_m(s) = \frac{V_\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s(\tau_m s + 1)}$$

a zlinearyzowana funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą $M(s)$ – zależnością:

$$M(s) = \frac{V_\theta(s)}{R(s)} = \frac{K_I K_s K}{\tau_m s^3 + s^2 + K_I K_s K}$$

4. W module ACS-13003 ustawić $K_I=3$ ($3K_I=9$). Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 ($R(s)$) i V_o (położenie $V_\theta(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rys. 14-6.



Rys. 14-6 Odpowiedź szybka ($K_I=3$)

Ćwiczenie 15 Regulator różniczkujący D

CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie działania regulatora różniczkującego (*D controller*) w różnych obiektach.
2. Poznanie działania regulatora różniczkującego w systemie sterowania prędkością obrotową serwisilnika prądu stałego.
3. Poznanie działania regulatora różniczkującego w systemie sterowania położeniem serwisilnika prądu stałego.

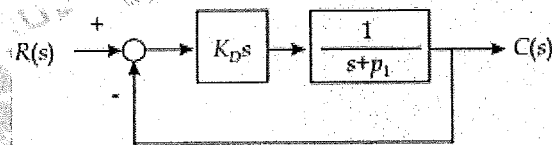
PODSTAWY TEORETYCZNE

W poniższym ćwiczeniu do przestudiowania wpływu regulatora różniczkującego (D) na działanie systemu będziemy używali odpowiedzi na pobudzenie skokiem jednostkowym. Mimo że regulator D zazwyczaj nie jest używany samodzielnie, to zrozumienie jego wpływu na system sterowania jest pomocne w zrozumieniu zasady działania regulatorów PD i PID. Przedyskutujemy teraz wpływ regulatora różniczkującego na różne układy sterowania.

1. Obiekty typu 0
(1) Obiekt pierwszego rzędu

$$G(s) = \frac{1}{s + p_1}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu D pokazano na rysunku 15-1.



Rys. 15-1 Schemat blokowy systemu pierwszego rzędu typu 0 z regulatorem D

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_D s}{s(s + p_1)}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$M(s) = \frac{K_D s}{(K_D + 1)s + p_1}$$

Przy pobudzeniu skokiem jednostkowym $u_s(t)$, gdy system znajduje się w stanie ustalonym, sygnał wyjściowy $c(t)=0$ ponieważ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} M(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_D s}{(K_D + 1)s + p_1} = 0$$

W chwili, gdy czas dąży do zera, sygnał wyjściowy $c(t)$ jest równy

$$\lim_{t \rightarrow 0} c(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sC(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{1}{s} M(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{K_D s}{(K_D + 1)s + p_1} = \frac{K_D}{K_D + 1}$$

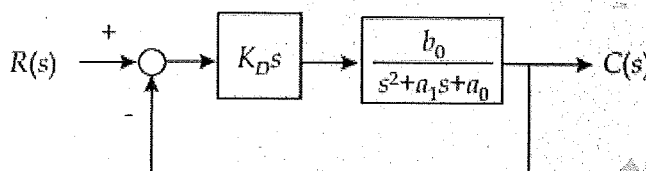
Podsumowując, możemy stwierdzić, że regulator różniczkujący D w systemie pierwszego rzędu typu 0 wpływa na:

- W chwili podania skoku jednostkowego na wejście systemu, na wyjściu natychmiast pojawia się napięcie $K_D/(K_D+1)$.
- Redukcję odpowiedzi na skok jednostkowy w stanie ustalonym do zera.
- Brak zależności odpowiedzi na skok jednostkowy w stanie ustalonym od wartości K_D .

(2) Obiekt drugiego rzędu

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu D pokazano na rysunku 15-2.



Rys. 15-2 Schemat blokowy systemu drugiego rzędu typu 0 z regulatorem D

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie w tym przypadku wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_D b_0 s}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$M(s) = \frac{K_D b_0 s}{s^2 + (a_1 + K_D b_0) s + a_0}$$

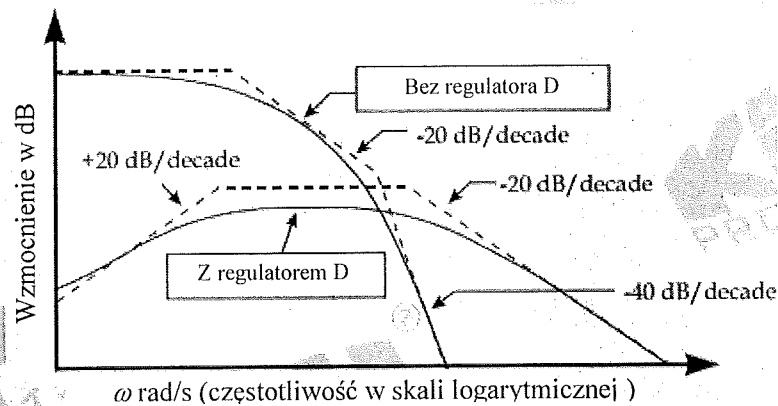
Przy pobudzeniu skokiem jednostkowym $u_s(t)$, gdy system znajduje się w stanie ustalonym, sygnał wyjściowy $c(t)=0$ ponieważ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} M(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_D b_0 s}{s^2 + (K_D b_0 + a_1) s + a_0} = 0$$

Na podstawie powyższego równania trudno jest określić odpowiedź systemu w stanie nieustalonym na pobudzenie skokiem jednostkowym, dlatego przedyskutujemy teraz wpływ regulatora różniczkującego na system sterowania, korzystając z charakterystyk Bodego.

- a. Oba bieguny systemu z zamkniętą pętlą leżą na osi rzeczywistej

Rysunek 15-3 przedstawia charakterystyki Bodego systemu z zamkniętą pętlą bez i z regulatorem różniczkującym D.

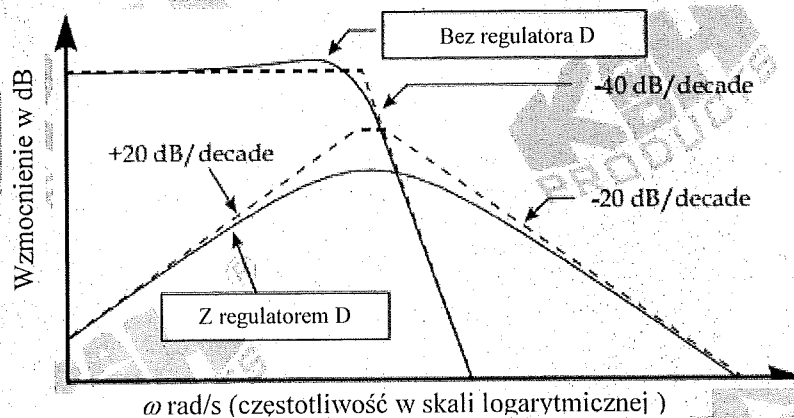


Rys. 15-3 Charakterystyki Bodego systemu z zamkniętą pętlą

Z rysunku 15-3 widzimy, że wzmocnienie przy niskich częstotliwościach systemu z regulatorem D w układzie z zamkniętą pętlą jest mniejsze niż w systemie bez regulatora D, a różnica między wartościami wzmocnienia rośnie wraz ze spadkiem częstotliwości. Przy pobudzeniu skokiem jednostkowym odpowiedź systemu w stanie ustalonym wynosi 0. Patrząc z kolei na krzywe wzmocnienia dla wysokich częstotliwości, możemy stwierdzić, że wzmocnienie systemu z zamkniętą pętlą i regulatorem D jest większe niż dla systemu bez regulatora, a różnica wartości wzmocnienia obu systemów jest tym większa, im większa jest częstotliwość. Inaczej mówiąc, regulator różniczkujący przyspiesza odpowiedź na skok jednostkowy.

- b. Dwa bieguny systemu z zamkniętą pętlą są liczbami zespolonymi sprzężonymi

Rysunek 15-4 przedstawia charakterystyki Bodego systemu z zamkniętą pętlą bez i z regulatorem D.



Rys. 15-4 Charakterystyki Bodego systemu z zamkniętą pętlą

Z wykresów Bodego z rys. 15-4 widzimy, że ten przypadek jest podobny do przypadku z biegunami leżącymi na osi rzeczywistej. Innymi słowy, regulator D powoduje przyspieszenie odpowiedzi w stanie nieustalonym oraz wartość 0 odpowiedzi w stanie ustalonym.

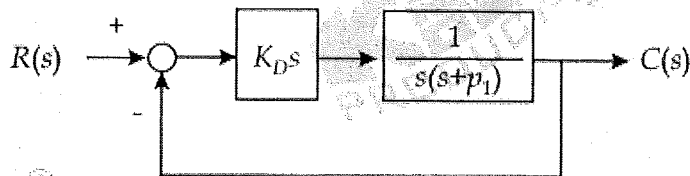
Konkludując, możemy stwierdzić, że regulator różniczkujący D w systemie drugiego rzędu typu 0 powoduje:

- Odpowiedź równą 0 w stanie ustalonym.
- Brak wpływu wartości stałej K_D na odpowiedź w stanie ustalonym.
- Przyspieszenie odpowiedzi w stanie nieustalonym.

2. Obiekty typu 1

$$G(s) = \frac{1}{s(s + p_1)}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu D pokazano na rysunku 15-5.



Rys. 15-5 Schemat blokowy systemu pierwszego rzędu typu 1 z regulatorem D

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą jest wyrażona zależnością

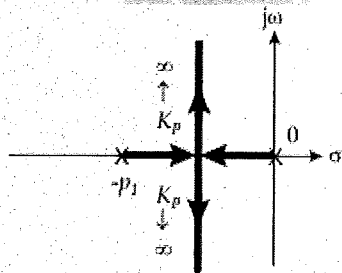
$$G(s) = \frac{K_D}{s + p_1}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wtedy równa

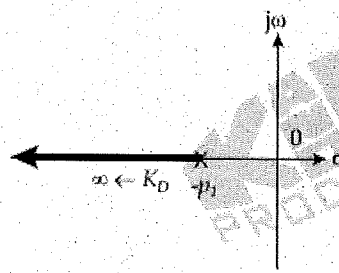
$$M(s) = \frac{K_D}{s + (p_1 + K_D)}$$

Ponieważ obiekt jest obiektem typu 1, to system z zamkniętą pętlą bez regulatora D z natury nie posiada uchybu ustalonego przy pobudzeniu skokiem jednostkowym. Z regulatorem D transmitancja $G(s)$ przyjmuje wartość 0, zatem pojawia się uchyb ustalony. Inaczej mówiąc, regulator różniczkujący redukuje rząd systemu i odpowiedź w stanie ustalonym staje się słaba.

Przeprowadzimy teraz analizę odpowiedzi impulsowej, korzystając z wykresu położenia pierwiastków transmitancji. Wykresy położenia pierwiastków systemu z regulatorami P i D pokazano na rysunkach odpowiednio 15-6 i 15-7.



Rys. 15-6 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem P



Rys. 15-7 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem D

Porównując wykresy położenia pierwiastków z rysunków 15-6 i 15-7, możemy stwierdzić, że wprowadzenie regulatora D do systemu powoduje przesunięcie bieguna systemu w lewo i system redukuje jeden biegun, zatem odpowiedź systemu staje się szybsza. Analizując wykres z rysunku 15-7, widzimy, że im większa wartość K_D , tym szybsza odpowiedź. Dodatkowo, z funkcji przejściowej układu z otwartą pętlą wynika, że im większa wartość K_D , tym mniejszy uchyb ustalony dla pobudzenia skokiem jednostkowym.

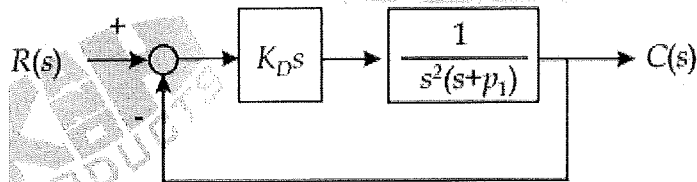
Konkludując, można stwierdzić, że regulator D w systemie drugiego rzędu typu 1 powoduje:

- Przyspieszenie odpowiedzi w stanie nieustalonym.
- Pogorszenie odpowiedzi w stanie ustalonym.
- Zwiększenie szybkości odpowiedzi wraz ze wzrostem stałej K_D .
- Zmniejszanie uchybu ustalonego przy pobudzeniu skokiem jednostkowym wraz ze wzrostem wartości K_D .

2. Obiekty typu 2

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s + p_1)}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu D pokazano na rysunku 15-8.



Rys. 15-8 Schemat blokowy obiektu typu 2 z regulatorem D

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą jest wyrażona zależnością

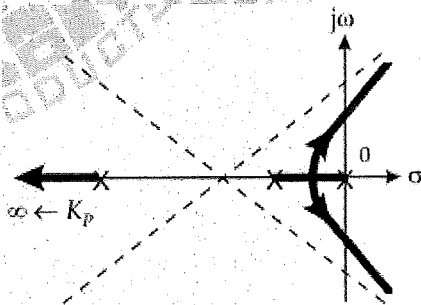
$$G(s) = \frac{K_D}{s(s + p_1)}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wtedy równa

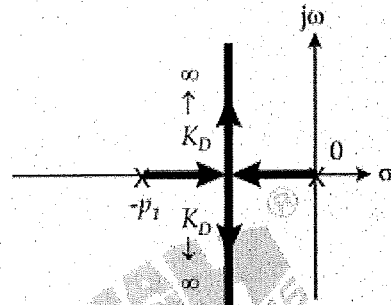
$$M(s) = \frac{K_D}{s^2 + p_1 s + K_D}$$

Ponieważ obiekt jest obiektem typu 2, to system z zamkniętą pętlą bez regulatora D z natury nie posiada uchybu ustalonego przy pobudzeniu sygnałem narastającym liniowo. Jednakże, gdy regulator D jest włączony w system z zamkniętą pętlą, to transmitancja $G(s)$ staje się funkcją przejściową systemu typu 1, zatem posiada uchyb ustalony. Inaczej mówiąc, regulator różniczkujący redukuje rząd systemu i odpowiedź w stanie ustalonym staje się słaba.

Rysunek 15-9 przedstawia wykres położenia pierwiastków obiektu typu 2 z regulatorem P. Na tym rysunku bieguny systemu z zamkniętą pętlą bez regulatora D mogą leżeć w prawej półowce płaszczyzny zespolonej, zatem taki system z zamkniętą pętlą jest systemem niestabilnym.



Rys. 15-9 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem P



Rys. 15-10 Położenie pierwiastków systemu z regulatorem D

Wykres pierwiastków systemu typu 2 z regulatorem D pokazano na rysunku 15-10. Z rysunku widać, że bieguny systemu z regulatorem D ulegają przesunięciu i leżą w lewej półowce płaszczyzny zespolonej. Liczba biegunów zostaje zredukowana do jednego, zatem odpowiedź systemu staje się szybsza. Z funkcji przejściowej układu z zamkniętą pętlą wynika, że im większa wartość K_D , tym większa częstotliwość własna ω_n i mniejszy współczynnik tłumienia ζ . Inaczej mówiąc, szybkość odpowiedzi rośnie przy wzroście K_D . Dodatkowo, z transmitancji systemu z otwartą pętlą widzimy, że im większa wartość K_D , tym mniejszy uchyb ustalony odpowiedzi na pobudzenie sygnałem narastającym liniowo.

W podsumowaniu można stwierdzić, że regulator D w systemie drugiego rzędu typu 2 powoduje:

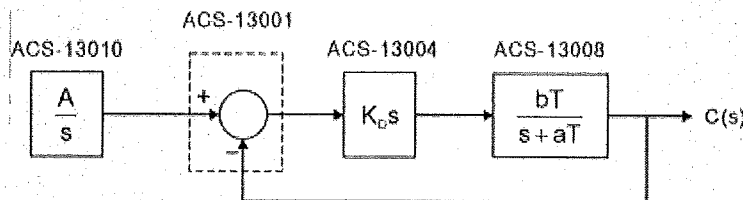
- Przyspieszenie odpowiedzi w stanie nieustalonym.
- Pogorszenie odpowiedzi w stanie ustalonym.
- Zwiększenie szybkości odpowiedzi w stanie nieustalonym wraz ze wzrostem stałej K_D .
- Zmniejszanie uchybu ustalonego przy pobudzeniu sygnałem narastającym liniowo (*ramp*) wraz ze wzrostem wartości K_D .

PROCEDURA

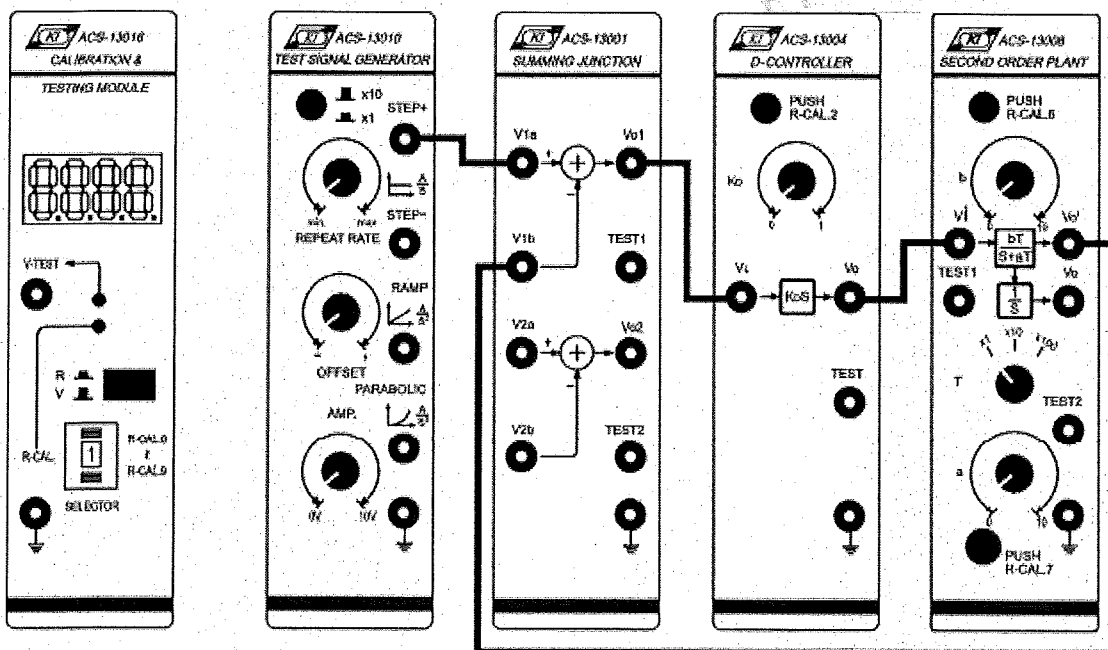
W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 do symulacji serwoślownika prądu stałego.

A. Regulator D w układzie sterowania prędkością serwoślownika z zamkniętą pętlą.

- Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 15-11.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 15-11

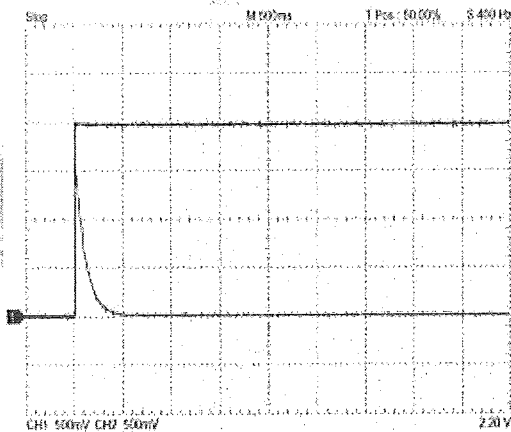
- W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie $2V_{pp}$ i częstotliwości $0,05\text{Hz}$.
- W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji $\times 10$, a stałe a i b ustawić na 5. W takim przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażana zależnością:

$$G_p(s) = \frac{50}{s + 50}$$

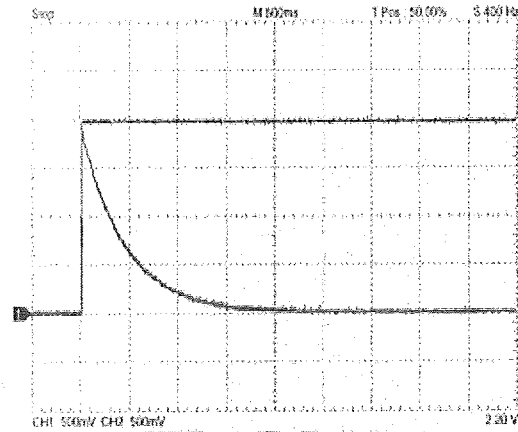
Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą $M(s)$ opisywana jest wtedy zależnością

$$M(s) = \frac{50K_D s}{(50K_D + 1)s + 50}$$

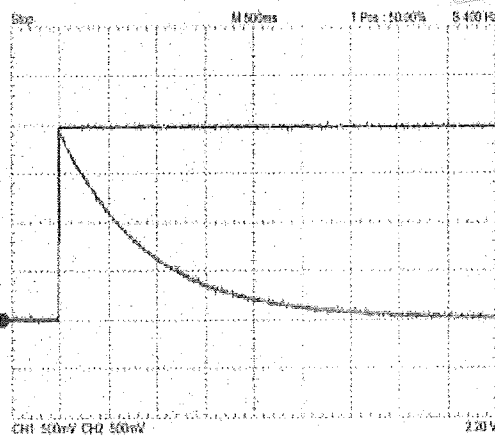
4. W module ACS-13004 ustawić $K_D=0.1$. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 15-12(a).



(a) $K_D=0,1$



(b) $K_D=0,5$



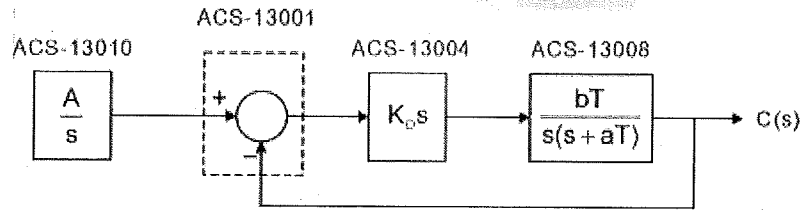
(c) $K_D=1$

Rys. 15-12

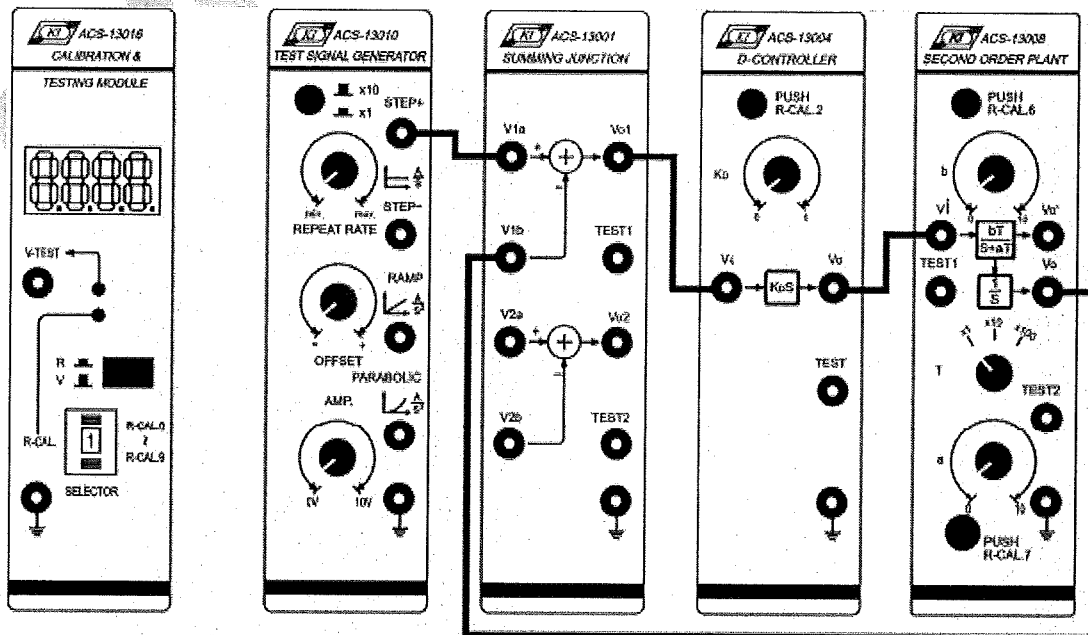
5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_D = 0,5, 1$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 15-12(b) i (c). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_D .

B. Regulator D w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

- Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 15-13.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 15-13

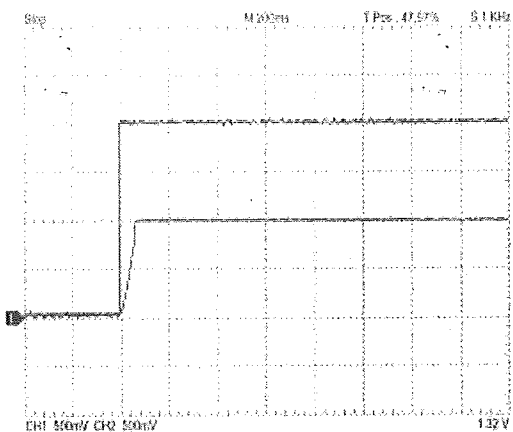
- W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 2V_{pp} i częstotliwości 0,05Hz.
- W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz a=b=5. W tym przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażona zależnością:

$$G_p(s) = \frac{50}{s(s+50)}$$

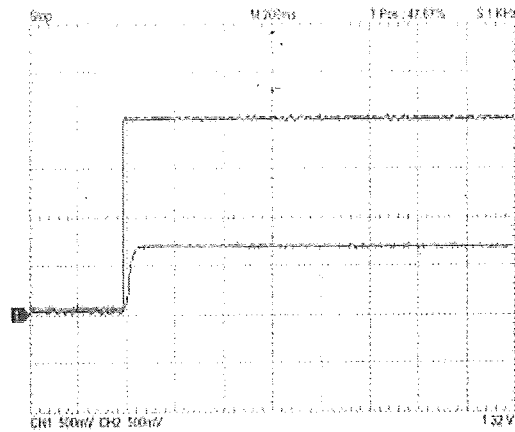
Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą M(s) opisywana jest wtedy zależnością

$$M(s) = \frac{50K_D}{s + 50s + 50K_D}$$

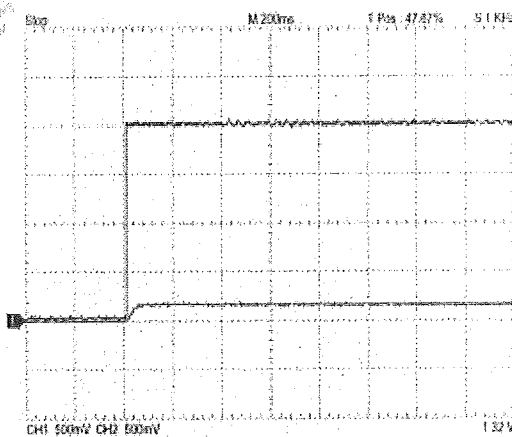
- W module ACS-13004 ustawić K_D=1. Oscyloskopem zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V₀ modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 15-14(a).



(a) $K_D=1$



(b) $K_D=0,5$



(c) $K_D=0,1$

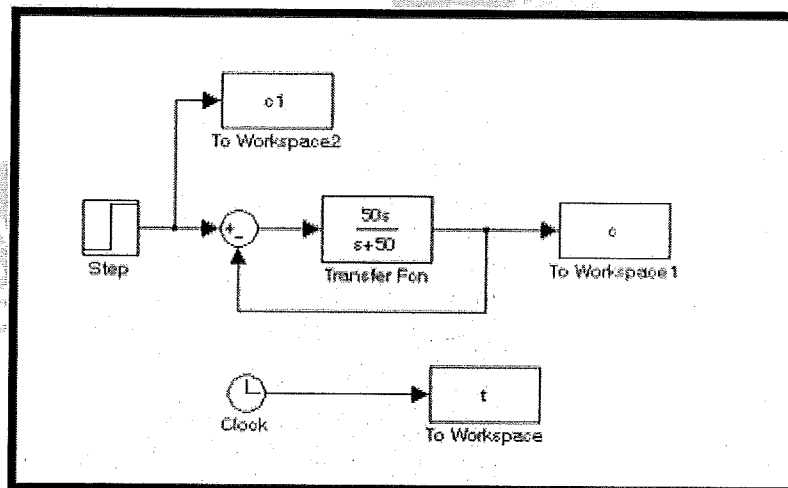
Rys. 15-14

5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_D = 0,5, 0,1$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 15-14(b) i (c). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_D .

SYMULACJA SIMULINK

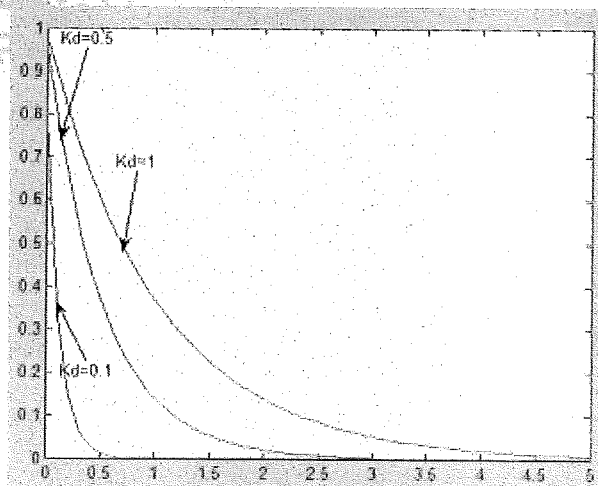
A. Regulator D w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Otworzyć okno poleceń programu MATLAB.
2. W oknie poleceń MATLAB wpisać simulink < J >.
3. W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 15-15.



Rys. 15-15

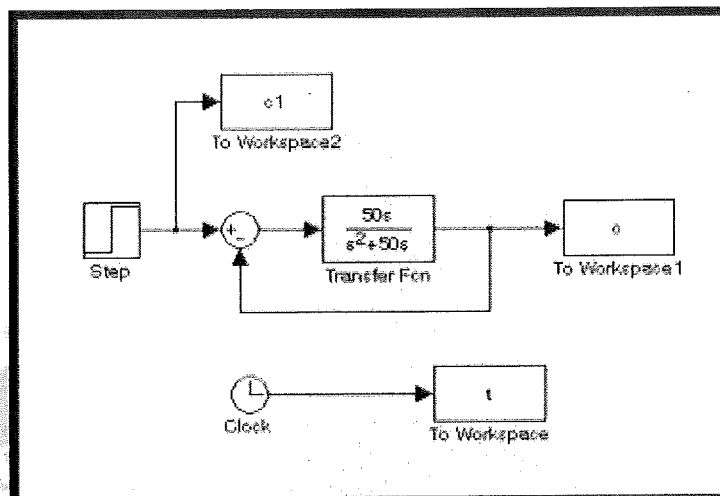
4. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
5. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 5.0.
6. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_15_1.mdl.
7. Modyfikować współczynnik wyrażenia s w liczniku funkcji przejściowej bloku Transfer Fcn na 5, 25 i 50 ($K_D=0,1, 0,5, 1$) i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki jak na rysunku 15-16.



Rys. 15-16 $K_D=0,1, 0,5, 1$

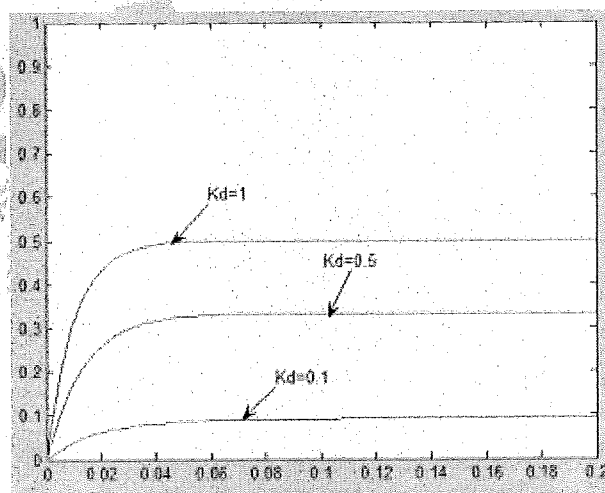
B. Regulator D w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 15-17.



Rys. 15-17

2. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
3. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 0.2.
4. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_15_2.mdl.
5. Modyfikować współczynnik wyrażenia s w liczniku funkcji przejściowej bloku Transfer Fcn na 5, 25 i 50 ($K_D=0,1, 0,5, 1$) i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki jak na rysunku 15-18.



Rys. 15-18 $K_D=0,1, 0,5, 1$

Ćwiczenie 16 Zastosowanie regulatora D do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego

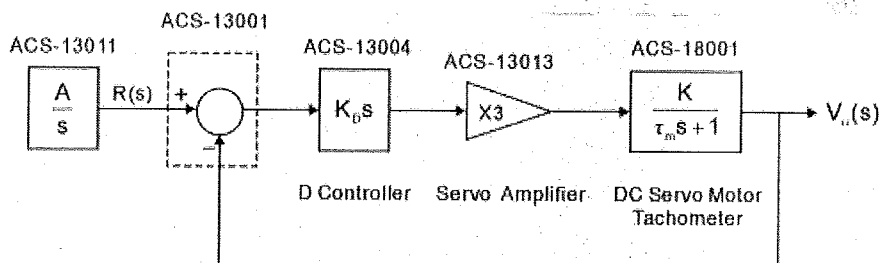
CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie zasady działania systemu kontroli prędkości i położenia serwosilnika DC PM.
2. Budowa praktycznego układu sterowania prędkością obrotową serwosilnika prądu stałego z regulatorem różniczkującym.
3. Budowa praktycznego układu sterowania położeniem kątowym serwosilnika prądu stałego z regulatorem różniczkującym.

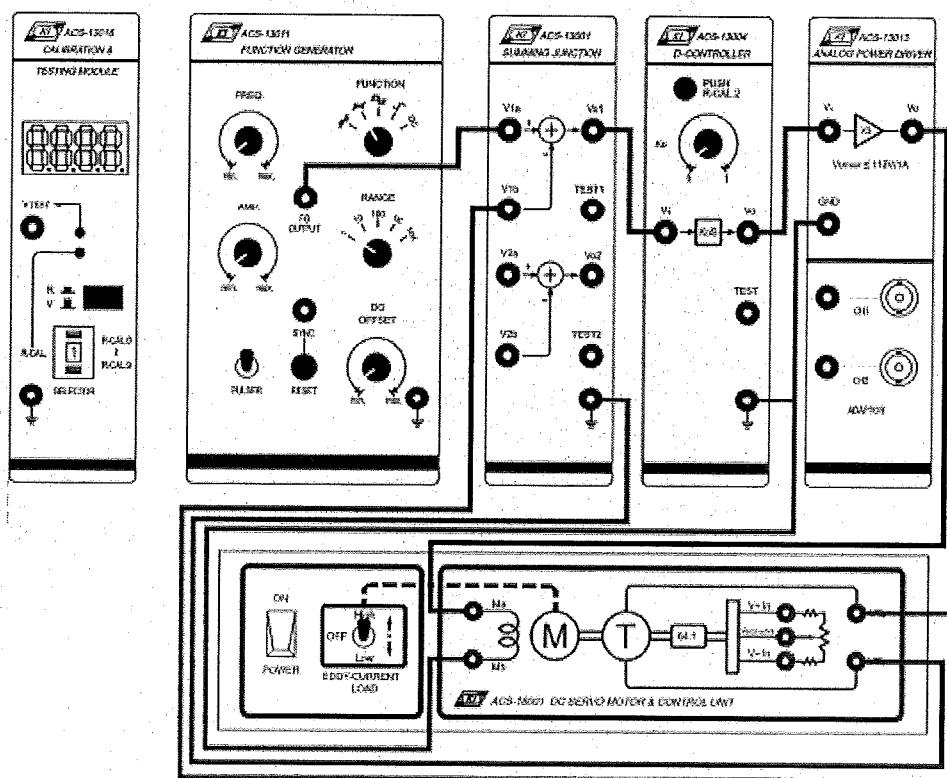
PROCEDURA

A. Regulator D w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 16-1.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 16-1

- W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję odpowiadającą przebiegowi impulsowemu (⌋) i pokrętkami DC OFFSET (składowa stała) i AMP (amplituda) regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 4Vpp (poziom niski = 0V).

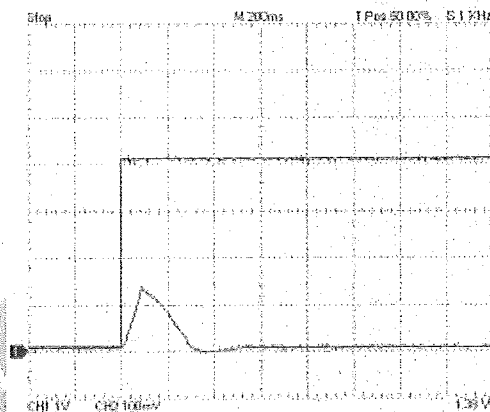
- W takim przypadku uproszczona funkcja przejściowa serwosilnika prądu stałego $G_m(s)$ jest wyrażana zależnością:

$$G_m(s) = \frac{V_\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{\tau_m s + 1}$$

a zlinearyzowana funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą $M(s)$ – zależnością:

$$M(s) = \frac{V_\omega(s)}{R(s)} = \frac{K_D K_s K}{(K_D K_s K + \tau_m)s + 1}$$

- W module ACS-13004 ustawić $K_D=0.3$. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 ($R(s)$) i VTa (prędkość $V_\omega(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rys. 16-2.
- Powtórzyć punkt 4 dla różnych wartości K_D . Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_D .

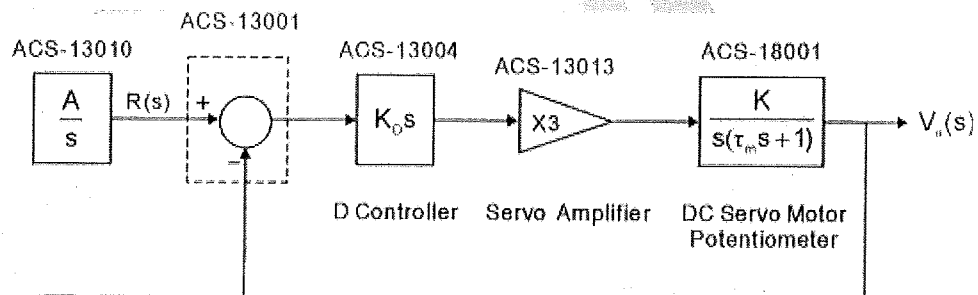


Rys. 16-2 Odpowiedź na skok jednostkowy ($K_D=0,3$)

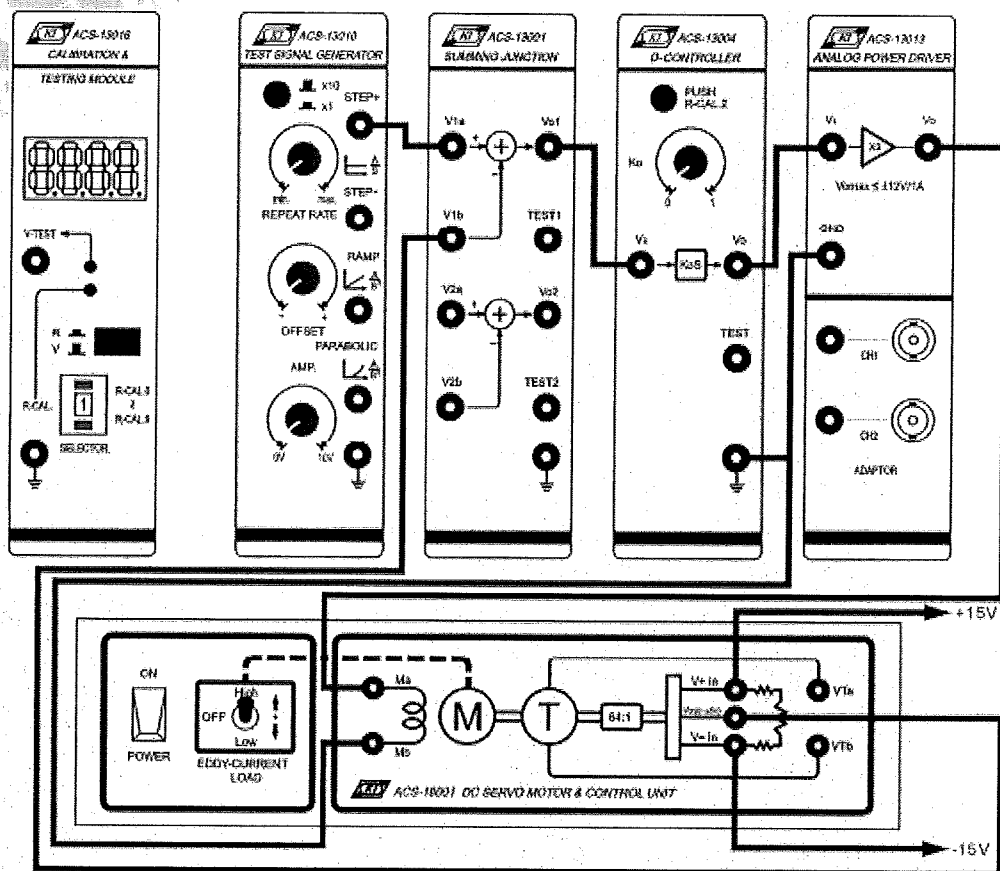
- Zmodyfikować układ z rysunku 16-1 przez zastąpienie analogowego sterownika mocy ACS13013 cyfrowym sterownikiem PWM ACS-13014. Powtórzyć punkty 2 do 4 i porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i charakterystyk odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.

B. Regulator D w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 16-3.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 16-3

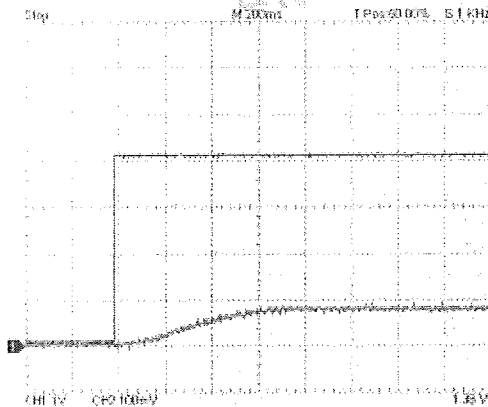
2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 4Vpp (poziom niski=0V) i częstotliwości 0,05Hz.
3. W takim przypadku uproszczona funkcja przejściowa serwosilnika prądu stałego $G_m(s)$ jest wyrażana zależnością:

$$G_m(s) = \frac{V_\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s(\tau_m s + 1)}$$

a zlinearyzowana funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą $M(s)$ – zależnością:

$$M(s) = \frac{V_\theta(s)}{R(s)} = \frac{K_D K_s K}{\tau_m s + (1 + K_D K_s K)}$$

4. W module ACS-13004 ustawić $K_D=1$. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 ($R(s)$) i V_o (położenie $V_\theta(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rys. 16-4.



Rys. 16-4 Odpowiedź na skok jednostkowy ($K_D=1$)

5. Powtórzyć punkt 4 dla różnych wartości K_D . Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_D .
6. Zmodyfikować układ z rysunku 16-3 przez zastąpienie analogowego sterownika mocy ACS13013 cyfrowym sterownikiem PWM ACS-13014. Powtórzyć punkty 2 do 5 i porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i charakterystyk odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.

Ćwiczenie 17 Regulator proporcjonalno-całkujący PI

CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie działania regulatora proporcjonalno-całkującego (PI – *Proportional-Integral*) w różnych obiektach.
2. Poznanie działania regulatora proporcjonalno-całkującego w systemie sterowania prędkością obrotową serwisilnika prądu stałego.
3. Poznanie działania regulatora proporcjonalno-całkującego w systemie sterowania położeniem serwisilnika prądu stałego.

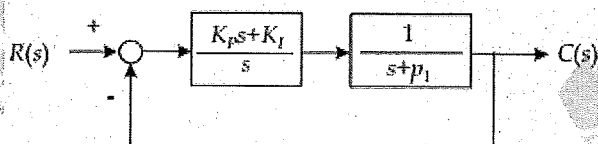
PODSTAWY TEORETYCZNE

Regulator całkujący I jest zwykle stosowany do poprawy odpowiedzi systemu w stanie ustalonym, jednakże typ systemu ulega podwyższeniu i tym samym jego odpowiedź staje się wolna. Mimo, że zwiększanie stałej K_I może przyspieszyć odpowiedź w stanie nieustalonym, to pojawia się przerost charakterystyki, który powoduje niestabilność systemu. System z regulatorem proporcjonalnym P ma szybką odpowiedź w stanie nieustalonym, ale nie może poprawić odpowiedzi w stanie ustalonym. Aby poprawić jakość systemu, który będzie posiadał dobrą odpowiedź w stanie nieustalonym i słabą odpowiedź w stanie ustalonym, należy użyć regulatora proporcjonalno-całkującego PI. Poniżej przestudujemy wpływ regulatora PI na obiekty typu 0 na podstawie analizy odpowiedzi systemu na pobudzenie skokiem jednostkowym.

1. Obiekt pierwszego rzędu

$$G(s) = \frac{1}{s + p_1}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem PI pokazano na rysunku 17-1.



Rys. 17-1 Schemat blokowy systemu pierwszego rzędu typu 0 z regulatorem PI

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$G(s) = \left(K_p + \frac{K_I}{s} \right) \frac{1}{s + p_1} = \frac{K_p s + K_I}{s(s + p_1)}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$M(s) = \frac{K_p s + K_I}{s^2 + (K_p + p_1)s + K_I}$$

Równanie charakterystyczne systemu ma postać

$$s^2 + (K_p + p_1)s + K_I = 0$$

Przepisując równanie charakterystyczne do formy ogólnej, otrzymujemy

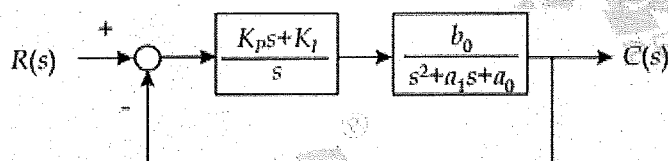
$$s^2 + (K_p + p_1)s + K_I = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Z funkcji przejściowej układu z otwartą pętlą widzimy, że system zmienił się z typu 0 na typ 1, zatem uchyb ustalony dla pobudzenia skokiem jednostkowym staje się równy 0. Jest to wpływ regulatora I. Przy ustalonej stałej proporcjonalnej wzmocnienia K_p , wpływ parametru K_I może być określony z równania charakterystycznego: im większa wartość K_I , tym większa częstotliwość własna ω_n i mniejszy współczynnik tłumienia ζ . Innymi słowy, im większa wartość K_I , tym szybsza odpowiedź systemu, ale większy przerost napięcia. W obiektach pierwszego rzędu typu 0 z regulatorem całkującym uchyb ustalony przy pobudzeniu skokiem jednostkowym staje się równy 0, ale regulator I spowalnia odpowiedź w stanie nieustalonym. Chociaż zwiększanie stałej K_I przyspiesza odpowiedź, to jednocześnie zwiększeniu ulega przerost charakterystyki. Zjawisko to może być zredukowane przez wprowadzenie stałej K_p do systemu. Z równania charakterystycznego systemu wynika, że przy ustalonej wartości K_I zwiększanie K_p zwiększa współczynnik tłumienia ζ , ale częstotliwość własna ω_n pozostaje niezmienna. Mówiąc w skrócie, im większa wartość K_p , tym mniejszy przerost.

2 Obiekt drugiego rzędu

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu PI pokazano na rysunku 17-2.



Rys. 17-2 Schemat blokowy systemu drugiego rzędu typu 0 z regulatorem PI

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie w tym przypadku wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{b_0 (K_p s + K_I)}{s(s^2 + a_1 s + a_0)}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$M(s) = \frac{b_0 (K_p s + K_I)}{s^3 + a_1 s^2 + (a_0 + K_p b_0) s + K_I b_0}$$

Z funkcji przejściowej układu z otwartą pętlą widzimy, że system zmienia się z typu 0 na typ 1 i uchyb ustalony dla pobudzenia skokiem jednostkowym staje się równy 0. Jest to wpływ regulatora I.

Przeprowadzimy teraz analizę wpływu regulatora PI na system, korzystając z wykresu położenia pierwiastków transmitancji. W pierwszej kolejności przedyskutujemy wpływ K_I na system w przypadku, gdy $K_p=0$. Ponieważ $K_p=0$, to równanie charakterystyczne będzie miało postać

$$s^3 + a_1 s^2 + a_0 s + K_I b_0 = 0$$

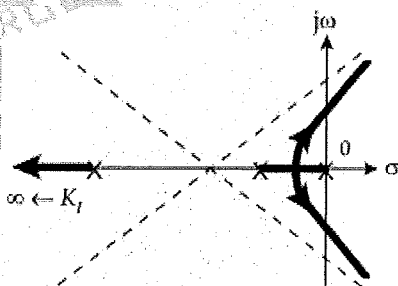
Przekształcając powyższe równanie otrzymujemy

$$1 + \frac{b_0 K_I}{s(s^2 + a_1 s + a_0)} = 0$$

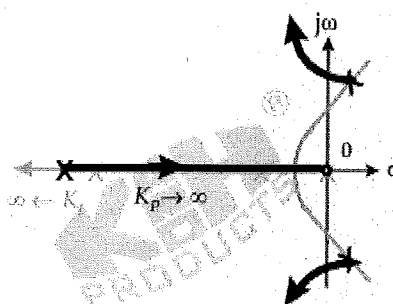
Używając członu

$$\frac{b_0 K_I}{s(s^2 + a_1 s + a_0)}$$

narysować wykres pierwiastków, jak pokazano na rysunku 17-3.



Rys. 17-3 Położenie pierwiastków ($K_p=0$)



Rys. 17-4 Położenie pierwiastków ($K_p \neq 0$)

Z rysunku 17-3 możemy zauważyć, że im większe K_I , tym większa częstotliwość ω_n i mniejszy współczynnik tłumienia ζ . Innymi słowy, im większe K_I , tym szybsza odpowiedź systemu, ale większy przerost napięcia wyjściowego. Gdy K_I wzrośnie do pewnej określonej wartości, bieguny będą leżeć w prawej połowie płaszczyzny zespolonej, zatem system staje się niestabilny. W systemie drugiego rzędu typu 0 tylko z regulatorem I uchyb ustalony przy pobudzeniu skokiem jednostkowym staje się równy 0, ale odpowiedź w stanie nieustalonym jest wolniejsza. Mimo że zwiększenie stałej K_I może przyspieszyć odpowiedź systemu, to pojawi się znaczny przerost napięcia wyjściowego i system może nawet stać się niestabilny. Ten konflikt może być zredukowany przez wprowadzenie stałej K_p do systemu. Niech teraz K_I będzie stałe, to przekształcając równanie charakterystyczne, otrzymujemy:

$$1 + \frac{b_0 K_p s}{s^3 + a_1 s^2 + a_0 s + b_0 K_I} = 0$$

Trzy pierwiastki powyższego równania są widoczne na rysunku 17-3. Jeżeli K_I jest zbyt duże, to dwa z trzech pierwiastków będą leżeć w prawej połowie płaszczyzny zespolonej. Wykres położenia pierwiastków systemu po wprowadzeniu stałej K_p pokazano na rysunku 17-4.

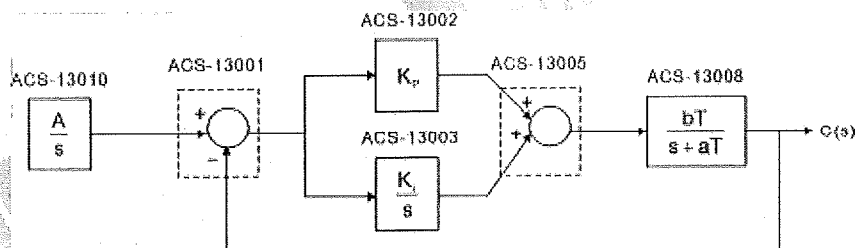
Na wykresie z rysunku 17-4 widzimy, że bieguny systemu przesuwały się w lewo wraz ze wzrostem wartości K_p . Mówiąc w skrócie, niestabilny z powodu regulatora całkującego system po wprowadzeniu regulatora proporcjonalnego staje się stabilny, a jego odpowiedź ulega przyspieszeniu.

PROCEDURA

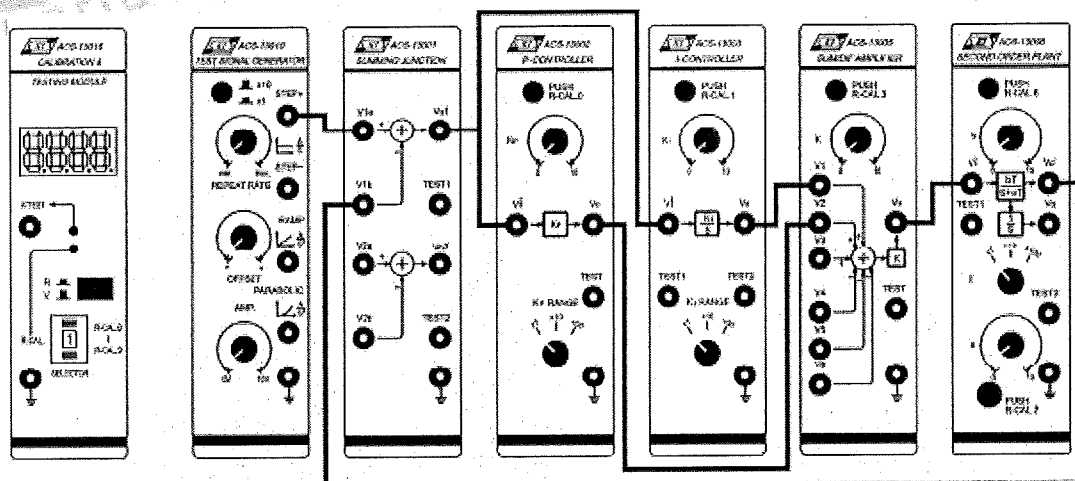
W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 do symulacji serwosilnika prądu stałego.

A. Regulator PI w układzie sterowania prędkości serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 17-5.



(a) Schemat blokowy



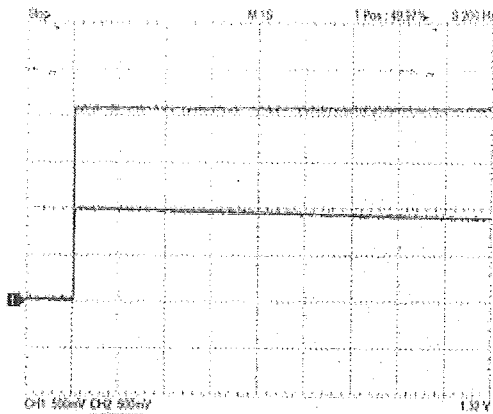
(b) Schemat połączeń

Rys. 17-5

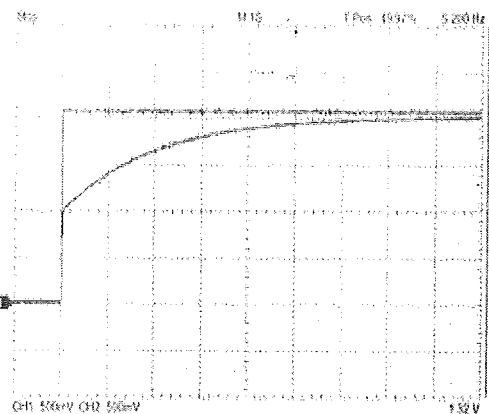
2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 2Vpp i częstotliwości 0,05Hz.
3. W module ACS-13005 ustawić K na 1.
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10, a stałe a i b ustawić na 5. W takim przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażana zależnością:

$$G_p(s) = \frac{50}{s + 50}$$

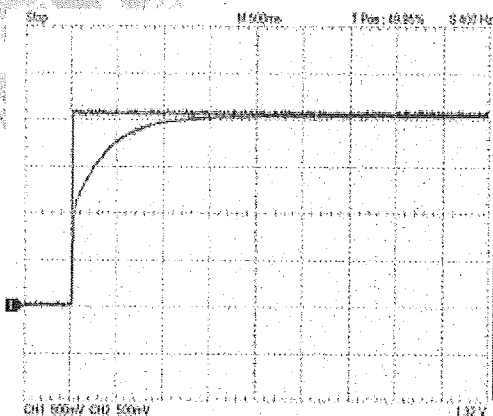
5. W module ACS-13002 ustawić $K_p=1$, a w module ACS-13003 ustawić K_i na 0. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 17-6(a).
6. Powtórzyć punkt 5 dla $K_i = 1, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 17-6(b) do (d).



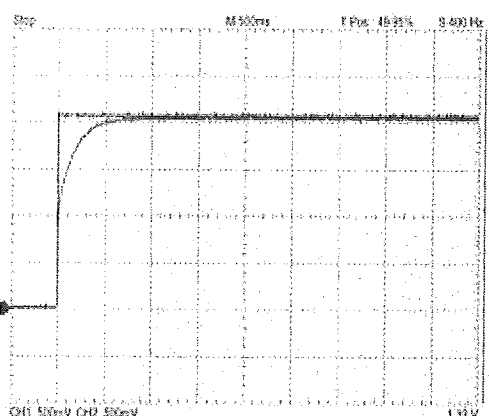
(a) $K_p=1, K_i=0$



(b) $K_p=1, K_i=1$



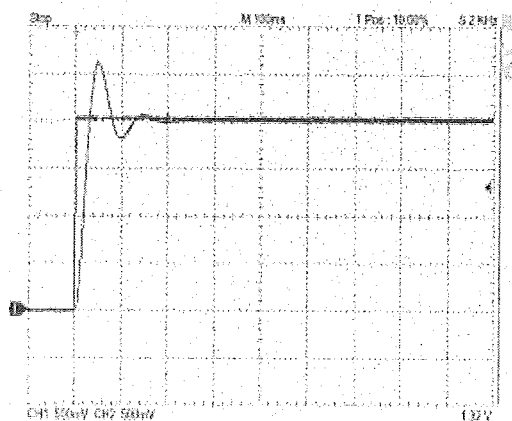
(c) $K_p=1, K_i=5$



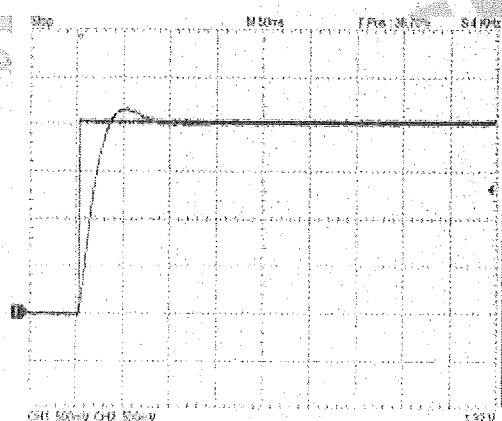
(d) $K_p=1, K_i=10$

Rys. 17-6 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

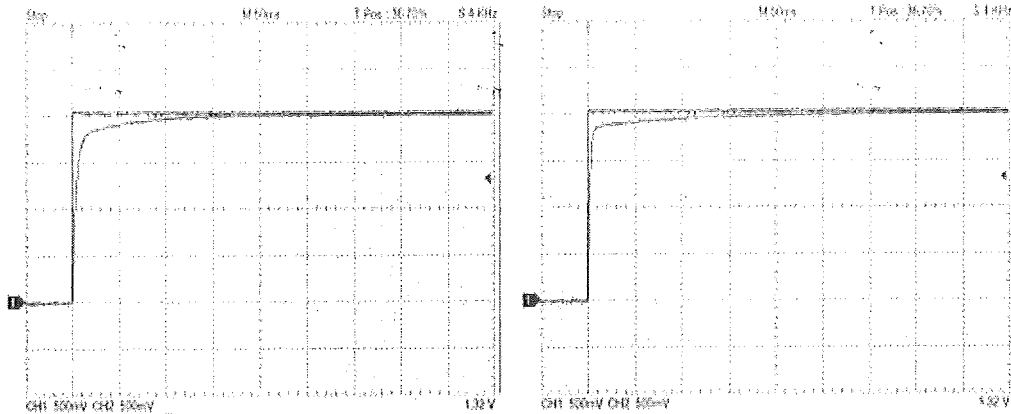
7. W module ACS-13002 ustawić $K_p=0$, a w module ACS-13003 ustawić $K_i=100$. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 17-7(a).
8. Powtórzyć punkt 7 dla $K_p = 1, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 17-7(b) do (d).



(a) $K_p=0, K_i=100$



(b) $K_p=1, K_i=100$



(c) $K_p=5, K_i=100$

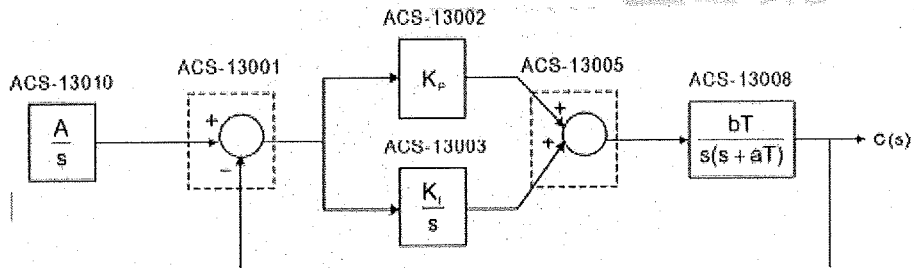
(d) $K_p=10, K_i=100$

Rys. 17-7 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

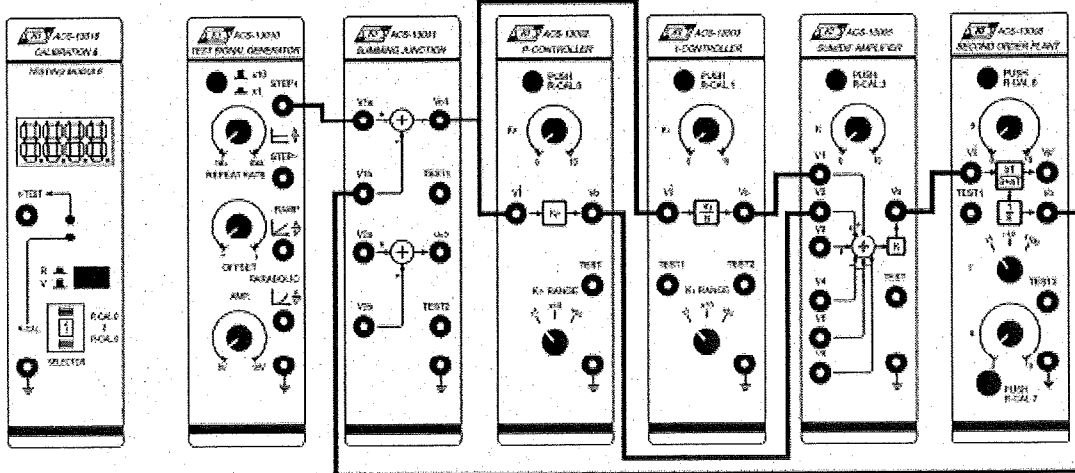
9. Przećwiczyć różne inne kombinacje wartości K_p i K_i . Porównać uchyb ustalony i charakterystyki w stanie nieustalonym systemu dla różnych wartości K_p i K_i .

B. Regulator PI w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 17-8.



(a) Schemat blokowy



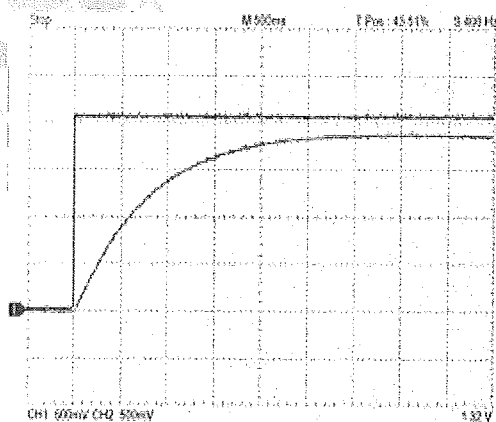
(b) Schemat połączeń

Rys. 17-8

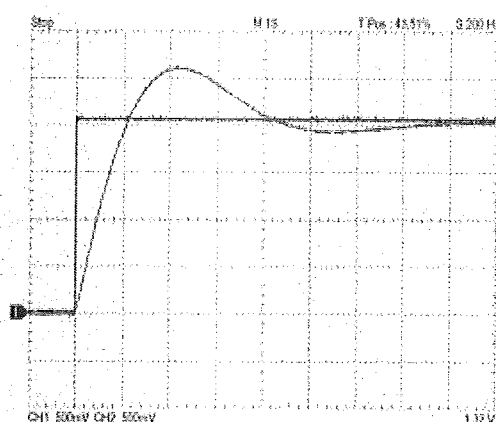
2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 2Vpp i częstotliwości 0,05Hz.
3. W module ACS-13005 ustawić K na 1.
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz a=b=5. W tym przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażona zależnością:

$$G_p(s) = \frac{50}{s(s+50)}$$

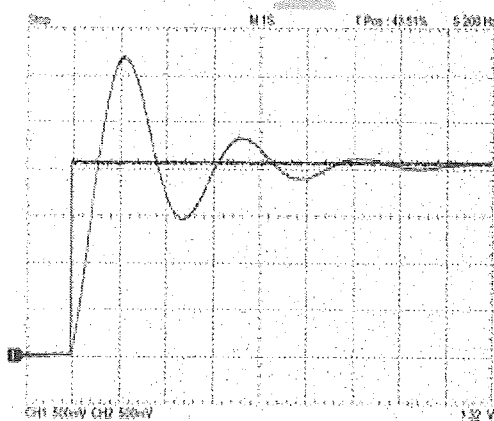
5. W module ACS-13002 ustawić $K_p=1$, a w module ACS-13003 ustawić $K_I=0$. Oscyloskopem zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 17-9(a).
6. Powtórzyć punkt 5 dla $K_I = 1, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 17-9(b) do (d).



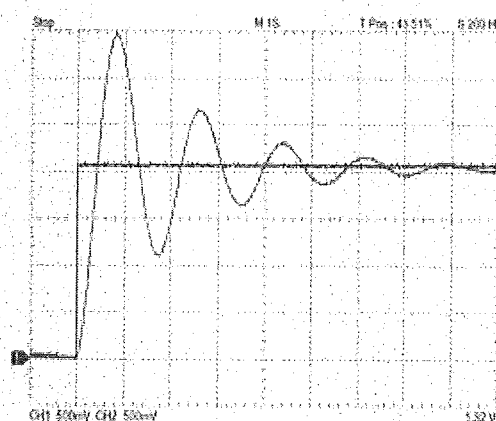
(a) $K_p=1, K_I=0$



(b) $K_p=1, K_I=1$



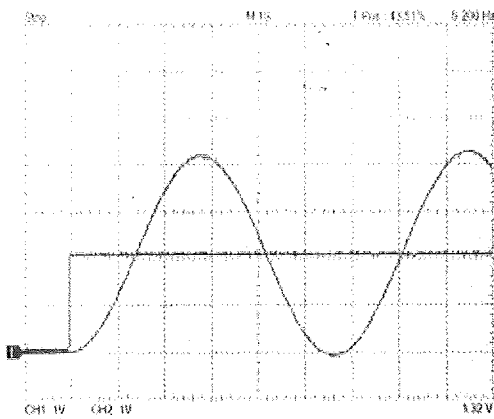
(c) $K_p=1, K_I=5$



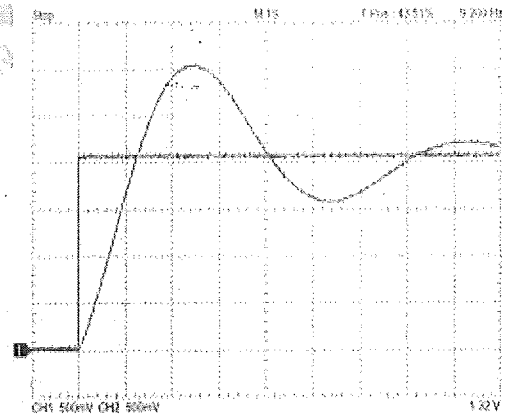
(d) $K_p=1, K_I=10$

Rys. 17-9 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

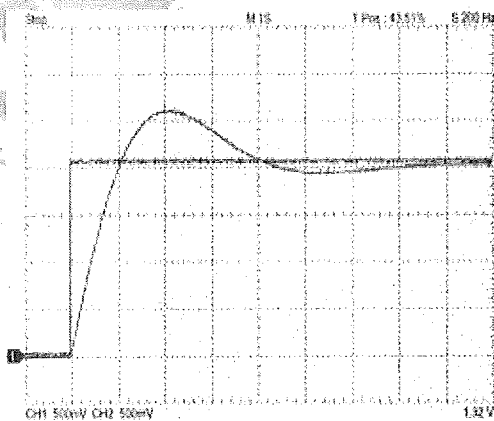
7. W module ACS-13002 ustawić $K_p=0$, a w module ACS-13003 ustawić $K_I=1$. Oscyloskopem zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 17-10(a).
8. Powtórzyć punkt 7 dla $K_p = 0,5, 1, 5$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 17-10(b) do (d).



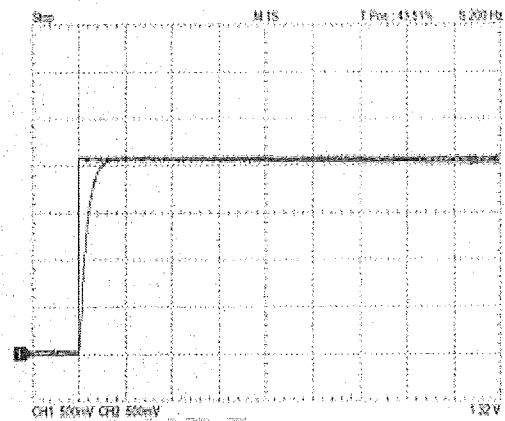
(a) $K_p=0, K_i=1$



(b) $K_p=0,5, K_i=1$



(c) $K_p=1, K_i=1$



(d) $K_p=5, K_i=1$

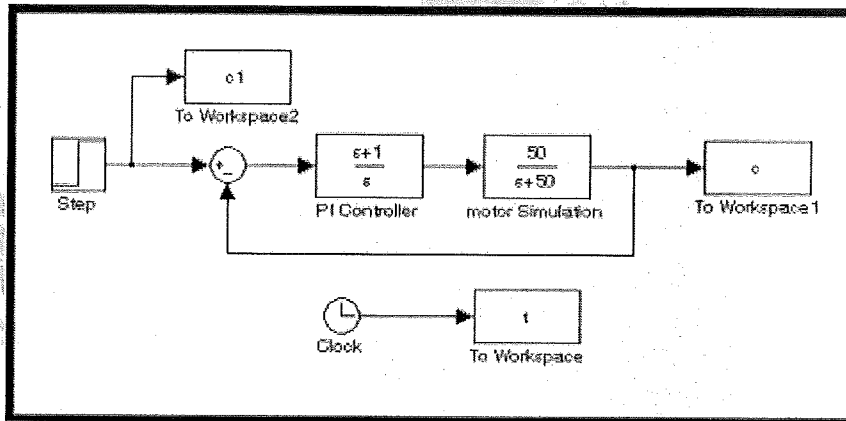
Rys. 17-10 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

9. Przećwiczyć różne inne kombinacje wartości K_p i K_i . Porównać uchyb ustalony i charakterystyki w stanie nieustalonym systemu dla różnych wartości K_p i K_i .

SYMULACJA SIMULINK

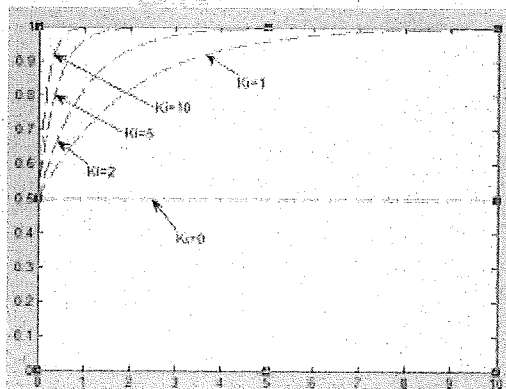
A. Regulator PI w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Otworzyć okno poleceń programu MATLAB.
2. W oknie poleceń MATLAB wpisać simulink < ↵ >.
3. W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 17-11.

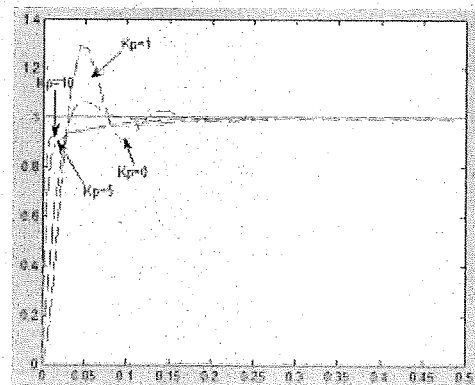


Rys. 17-11

4. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
5. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 10.
6. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_17_1.mdl.
7. Ustawić $K_p=1$. Modyfikować współczynnik w liczniku funkcji przejściowej regulatora PI dla uzyskania $K_i=1, 2, 5, 10$ i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki jak na rysunku 17-12.
8. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 0,5. Ustawić $K_i=100$. Modyfikować współczynnik w liczniku funkcji przejściowej regulatora PI dla uzyskania $K_p=0, 1, 5, 10$ i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki jak na rysunku 17-13.



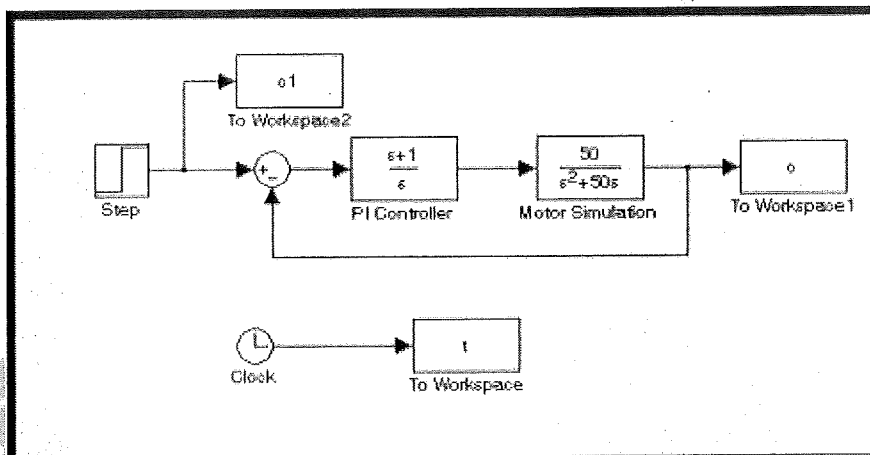
Rys. 17-12 $K_p=1, K_i=1, 2, 5, 10$



Rys. 17-13 $K_i=100, K_p=0, 1, 5, 10$

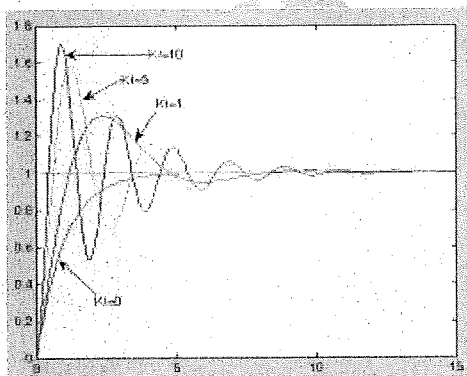
B. Regulator PI w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 17-14.

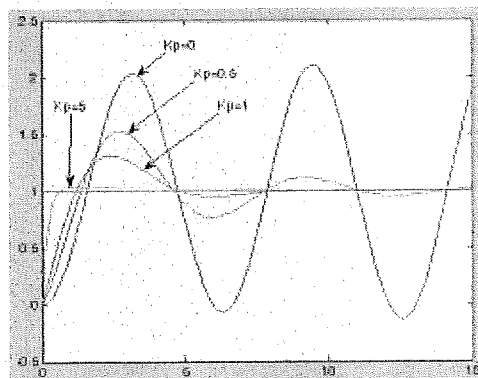


Rys. 17-14

2. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
3. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 15.
4. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_17_2.mdl.
5. Ustawić $K_p=1$. Modyfikować współczynnik w liczniku funkcji przejściowej regulatora PI dla uzyskania $K_I=0, 1, 5, 10$ i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki jak na rysunku 17-15.
6. Ustawić $K_I=1$. Uruchomić symulację $K_p=0, 0.5, 1, 5$, aby uzyskać wyniki jak na rys. 17-16.



Rys. 17-15 $K_p=1, K_I=0, 1, 5, 10$



Rys. 17-16 $K_I=1, K_p=0, 0.5, 1, 5$

Ćwiczenie 18 Zastosowanie regulatora PI do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego

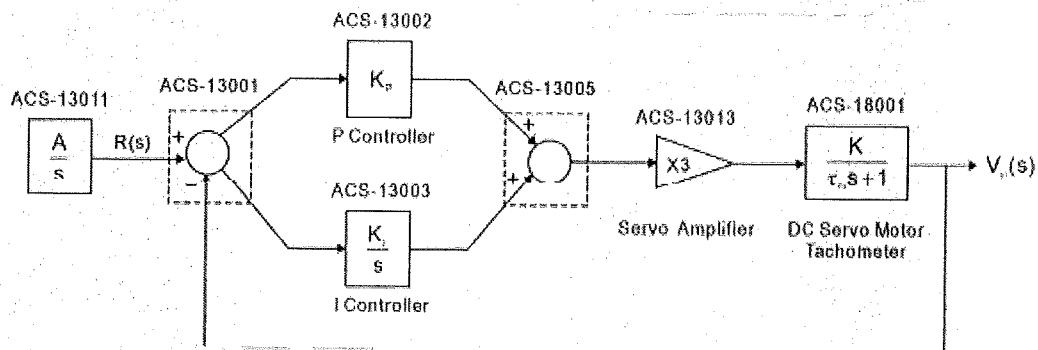
CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie zasady działania systemu kontroli prędkości i położenia serwosilnika DC PM.
2. Budowa praktycznego układu sterowania prędkością obrotową serwosilnika prądu stałego z regulatorem proporcjonalno-całkującym PI.
3. Budowa praktycznego układu sterowania położeniem kątowym serwosilnika prądu stałego z regulatorem proporcjonalno-całkującym PI.

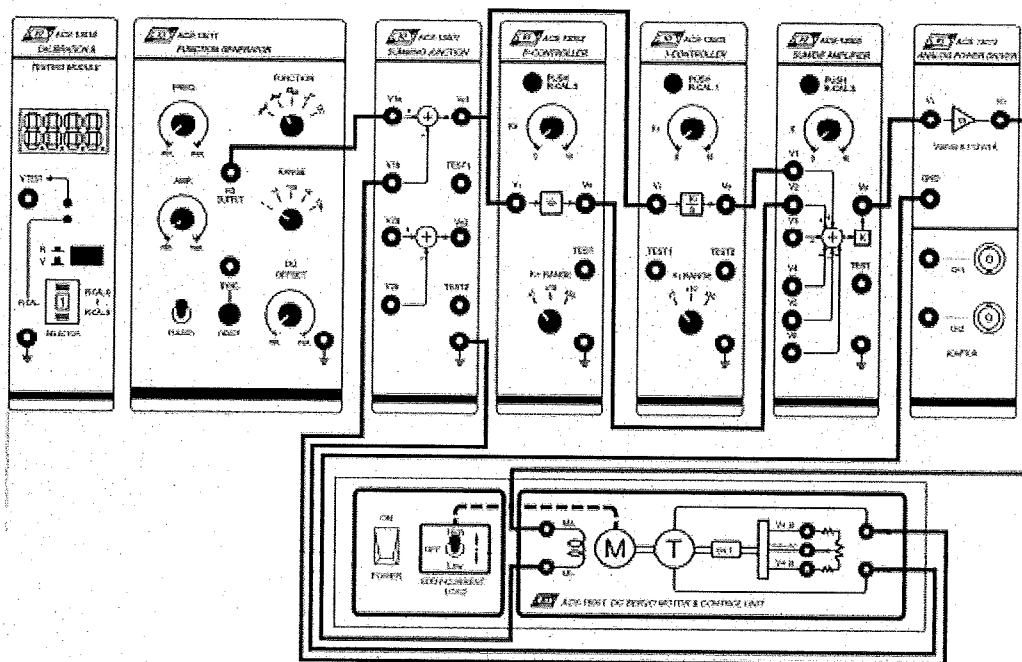
PROCEDURA

A. Regulator PI w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 18-1.



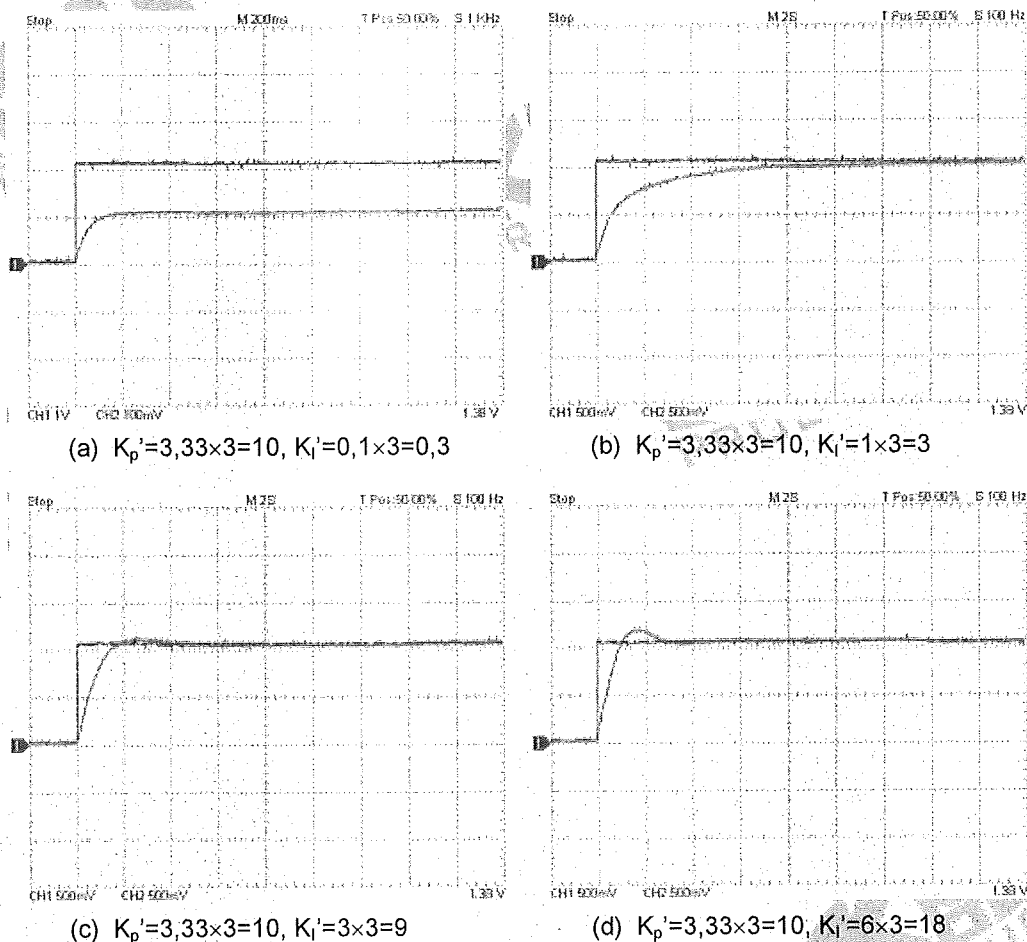
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

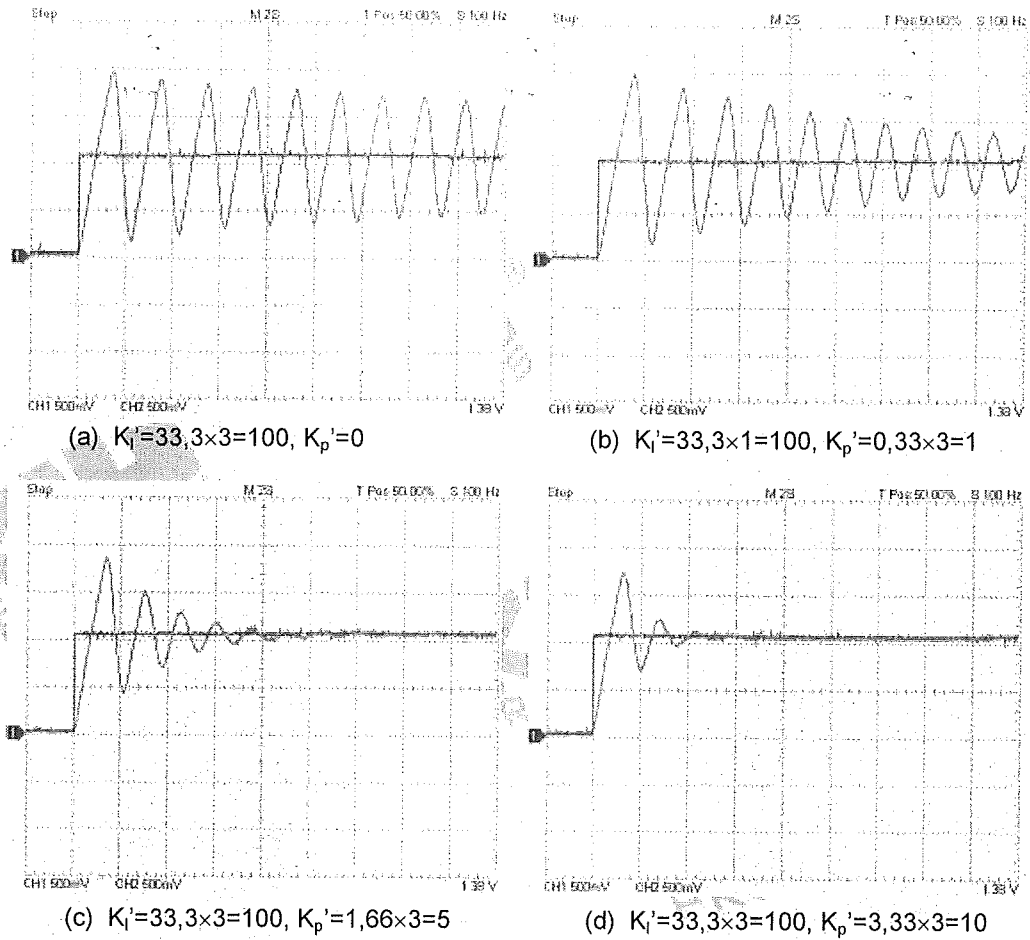
Rys. 18-1

2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję odpowiadającą przebiegowi impulsowemu (⌋) i pokrętkami DC OFFSET (składowa stała) i AMP (amplituda) regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 1Vpp (poziom niski = 0V).
3. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
4. W module ACS-13002 ustawić K_p na 3,33 ($K_p'=3K_p=3 \times 3,33=10$). W module ACS-13003 ustawić K_i na 0,1 ($K_i'=3K_i=3 \times 0,1=0,3$). Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 (R(s)) i VTa (prędkość $V\omega$ (s)) modułu ACS-18001, które pokazano na rysunku 18-2(a).
5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_i' = 3, 9, 18$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 18-2(b) do (d). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi dla różnych wartości K_i' .



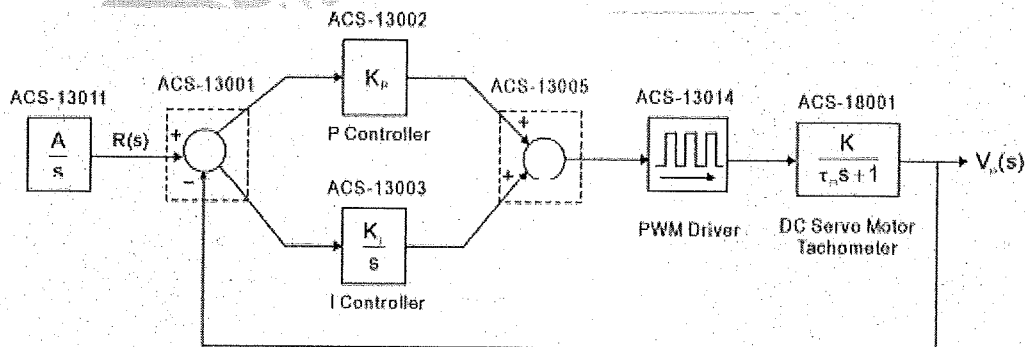
Rys. 18-2

6. Ustawić $K_i'=100$. Powtórzyć punkt 4 dla $K_p' = 0, 1, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 18-3. Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_p' .

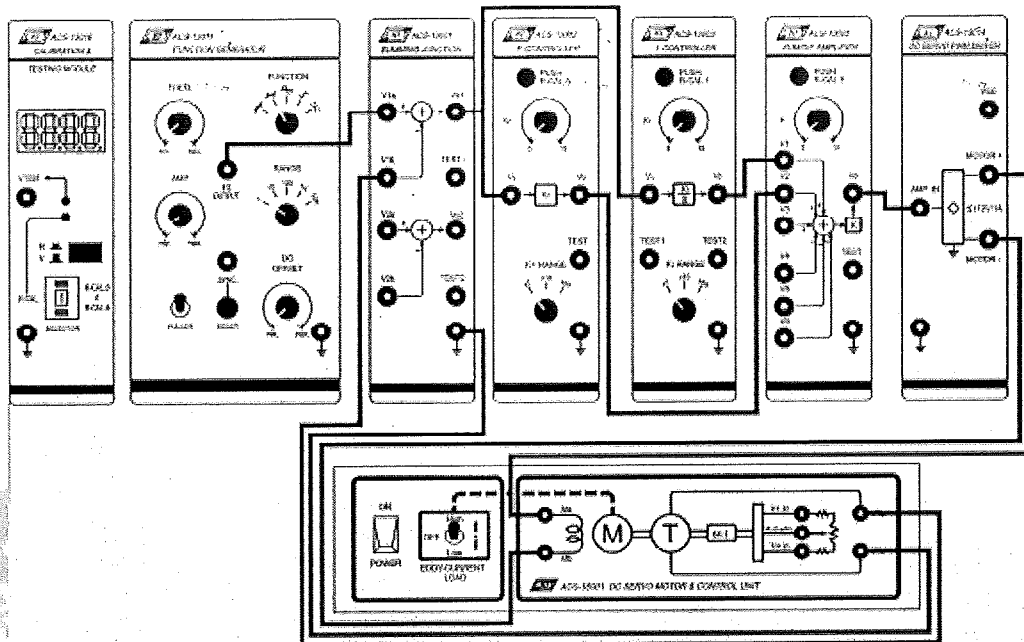


Rys. 18-3

7. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 18-4. W tym układzie sterownik analogowy ACS13013 zastąpiony jest sterownikiem PWM ACS-13014.



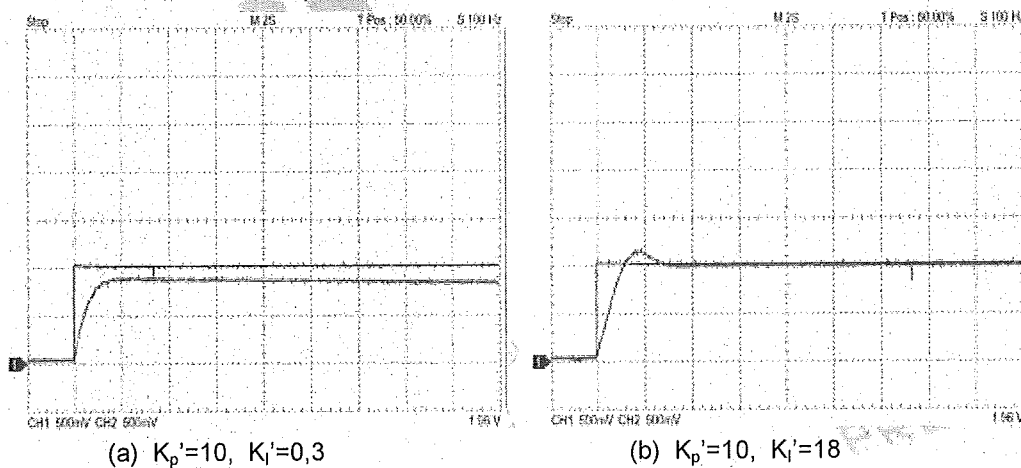
(a) Schemat blokowy



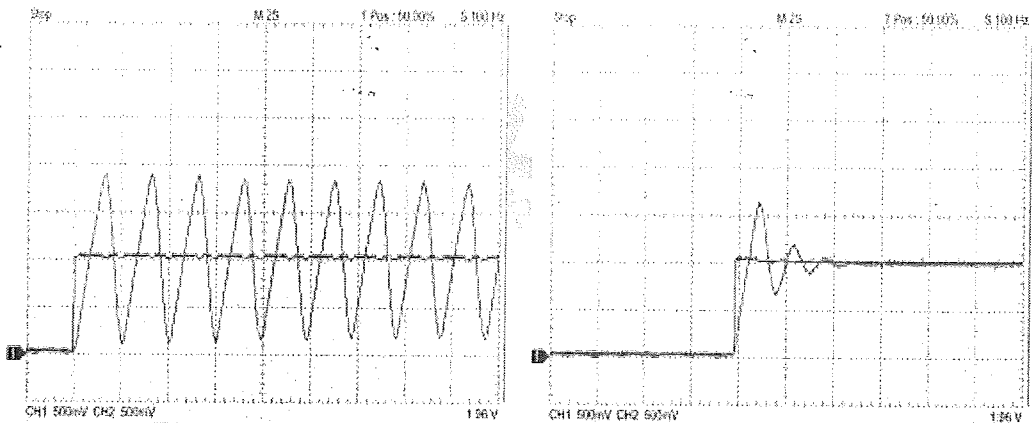
(b) Schemat połączeń

Rys. 18-4

8. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję odpowiadającą przebiegowi impulsowemu (□) i pokrętkami DC OFFSET (składowa stała) i AMP (amplituda) regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 1Vpp (poziom niski = 0V).
9. Powtórzyć czynności z punktów 2 do 5 i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach 18-5 i 18-6. Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.



Rys. 18-5 Sterownik PWM



(a) $K_p'=0, K_i'=100$

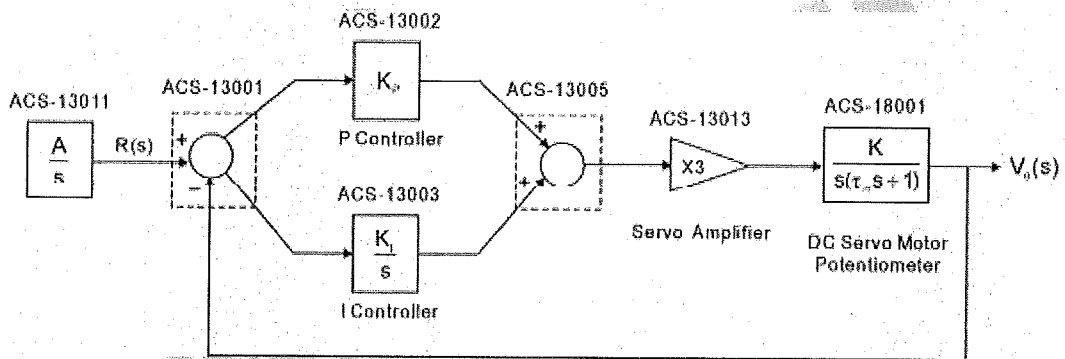
(b) $K_p'=10, K_i'=100$

Rys. 18-6 Sterownik PWM

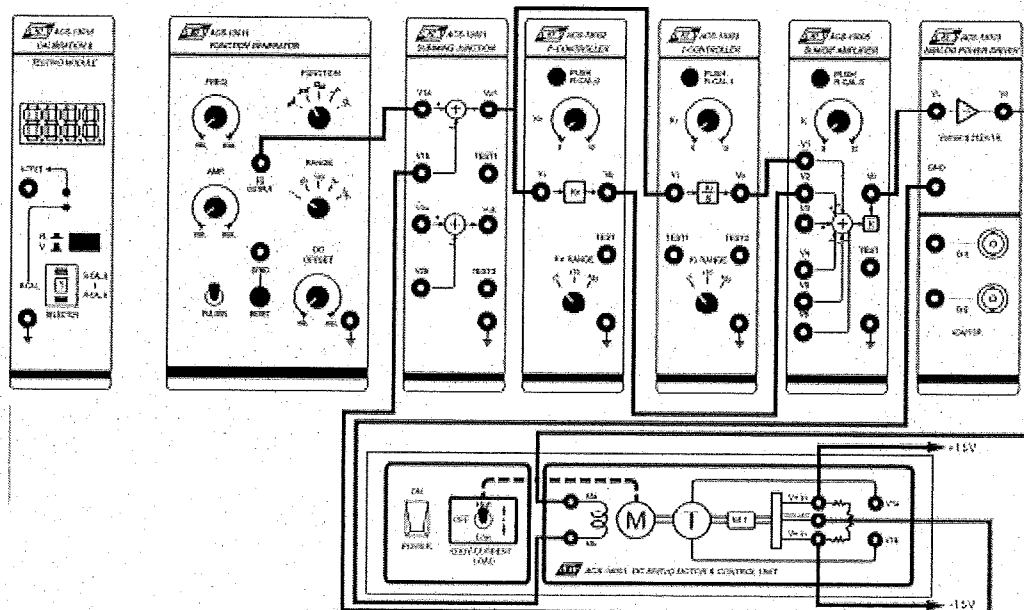
B. Regulator PI w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

Uwaga! System może pracować niestabilnie.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 18-7.



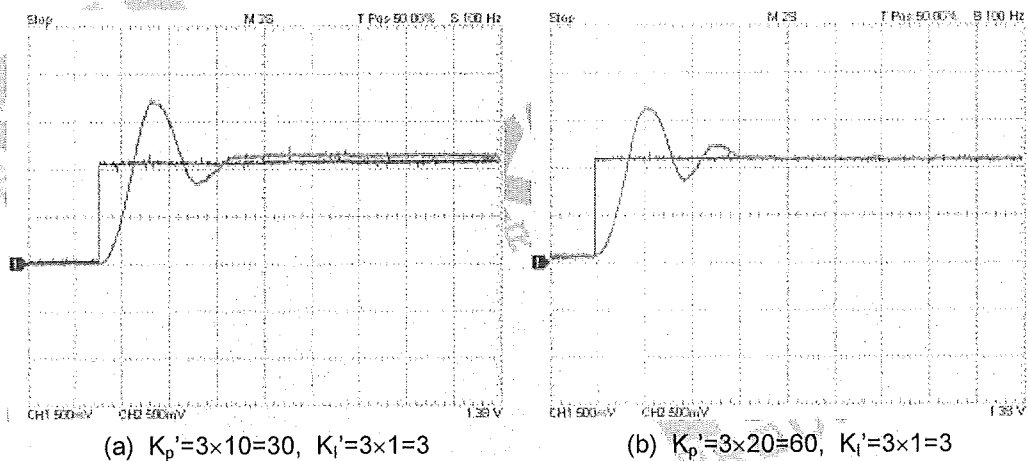
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

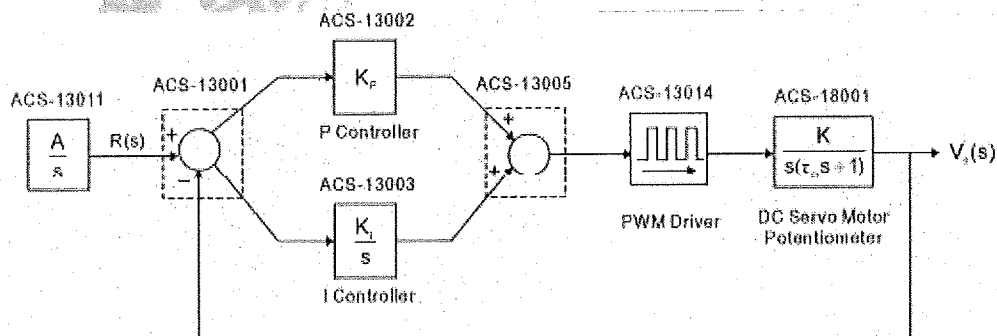
Rys. 18-7

2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \square i pokrętlami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 1Vpp (poziom niski = 0V).
3. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
4. W module ACS-13002 ustawić K_p na 10 ($K_p'=3K_p=3 \times 10=30$). W module ACS-13003 ustawić K_i na 1 ($K_i'=3K_i=3 \times 1=3$). Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 ($R(s)$) i V_o (położenie $V\theta(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rysunku 18-8(a).
5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_p'=3 \times 20=60$ i $K_i'=3 \times 1=3$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 18-8(b). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_p' .

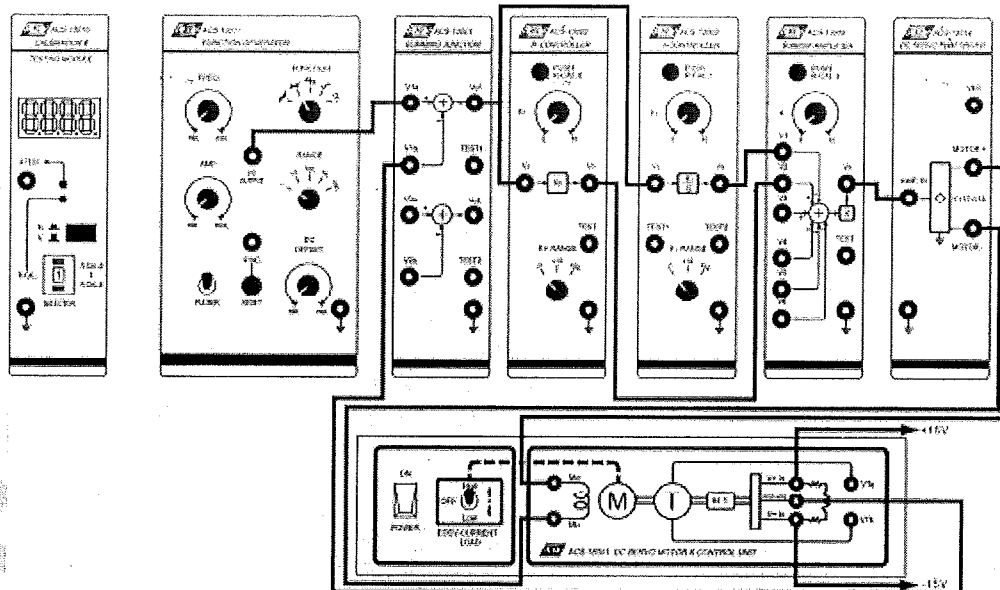


Rys. 18-8

6. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 18-9. W tym układzie sterownik analogowy ACS13013 zastąpiony jest sterownikiem PWM ACS-13014.



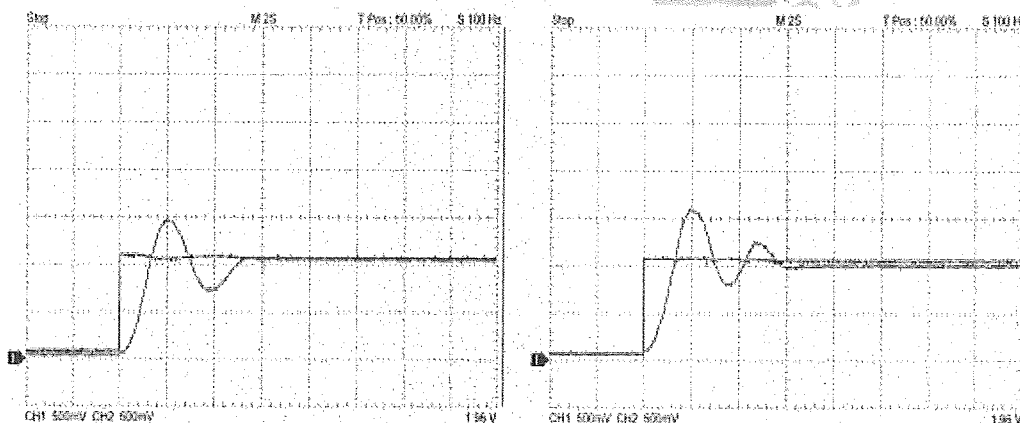
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 18-9

7. Powtórzyć czynności z punktów 2 do 5 i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 18-10. Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.



(a) $K_p' = 3 \times 10 = 30$, $K_I' = 3 \times 1 = 3$

(b) $K_p' = 3 \times 20 = 60$, $K_I' = 3 \times 1 = 3$

Rys. 18-10 Sterownik PWM

Ćwiczenie 19 Regulator proporcjonalno-różniczkujący PD

CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie działania regulatora proporcjonalno-różniczkującego (PD – *Proportional-Derivative*) w różnych obiektach.
2. Poznanie działania regulatora proporcjonalno-różniczkującego w systemie sterowania prędkością obrotową serwisilnika prądu stałego.
3. Poznanie działania regulatora proporcjonalno-różniczkującego w systemie sterowania położeniem serwisilnika prądu stałego.

PODSTAWY TEORETYCZNE

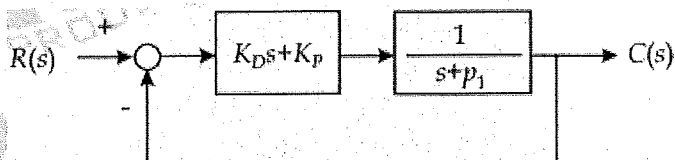
W poniższym ćwiczeniu do przestudiowania wpływu regulatora proporcjonalno-różniczkującego (PD) na działanie systemu będziemy używali odpowiedzi na pobudzenie skokiem jednostkowym. Przedyskutujemy teraz wpływ regulatora proporcjonalno-różniczkującego na różne układy sterowania.

1. Obiekty typu 0

- (1) Obiekt pierwszego rzędu

$$G(s) = \frac{1}{s + p_1}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu PD pokazano na rysunku 19-1.



Rys. 19-1 Schemat blokowy systemu pierwszego rzędu typu 0 z regulatorem PD

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_D s + K_p}{s + p_1}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$M(s) = \frac{K_D s + K_p}{(K_D + 1)s + (p_1 + K_p)}$$

Przy pobudzeniu skokiem jednostkowym $u_s(t)$, gdy system znajduje się w stanie ustalonym,

sygnał wyjściowy $c(t)$ jest równy $\frac{K_p}{p_1 + K_p}$ ponieważ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} M(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_D s + K_p}{(K_D + 1)s + (p_1 + K_p)} = \frac{K_p}{p_1 + K_p}$$

W chwili, gdy czas dąży do zera, sygnał wyjściowy $c(t)$ jest równy

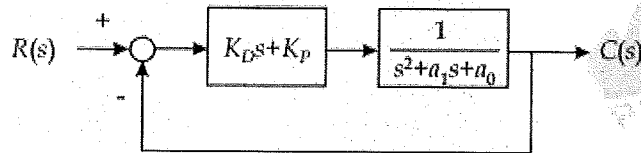
$$\lim_{t \rightarrow 0} c(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sC(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{1}{s} M(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{K_D s + K_p}{(K_D + 1)s + (p_1 + K_p)} = \frac{K_D}{K_D + 1}$$

Z powyższych równań możemy stwierdzić, że odpowiedź w stanie nieustalonym systemu z samym regulatorem różniczkującym jest identyczna, jak systemu z regulatorem PD. Odpowiedź w stanie ustalonym jest równa 0 dla systemu z regulatorem D, natomiast dla systemu z regulatorem PD jest równa $K_p(K_p + p_1)$. Podsumowując, regulator PD zapewnia nie tylko zalety regulatora D, przyspieszając odpowiedź systemu w stanie nieustalonym, ale również regulatora P, redukując uchyb ustalony.

(2) Obiekt drugiego rzędu

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu PD pokazano na rysunku 19-2.



Rys. 19-2 Schemat blokowy systemu drugiego rzędu typu 0 z regulatorem PD

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie w tym przypadku wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_D s + K_p}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wyrażona zależnością

$$M(s) = \frac{K_D s + K_p}{s^2 + (a_1 + K_D)s + (a_0 + K_p)}$$

Przy pobudzeniu skokiem jednostkowym $u_s(t)$, gdy system znajduje się w stanie ustalonym, sygnał wyjściowy $c(t)$ przyjmuje wartość

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \frac{K_p}{K_p + a_0}$$

Analizując powyższe równania, możemy stwierdzić, że napięcie wyjściowe w stanie ustalonym systemu z regulatorem PD jest równe $K_p(K_p + a_0)$, gdy dla systemu z samym regulatorem D jest równe 0. Przeanalizujemy teraz zachowanie systemu na podstawie jego równania charakterystycznego. Rozważmy poniższe równanie charakterystyczne.

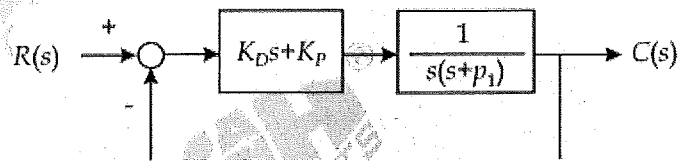
$$s^2 + (a_1 + K_D)s + (a_0 + K_p) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Przy ustalonej stałej K_D wpływ parametru K_p może być określony z równania charakterystycznego: im większa wartość K_p , tym większa częstotliwość własna ω_n i mniejszy współczynnik tłumienia ζ . Innymi słowy, im większa wartość K_p , tym szybsza odpowiedź systemu, ale większy przerost napięcia. Efekt ten może być poprawiony przez wprowadzenie stałej K_D do systemu. Z równania charakterystycznego systemu wynika, że przy ustalonej wartości K_p zwiększanie K_D zwiększa współczynnik tłumienia ζ , ale częstotliwość własna ω_n pozostaje niezmienna. Mówiąc w skrócie, im większa wartość K_D , tym mniejszy przerost.

2. Obiekty typu 1

$$G(s) = \frac{1}{s(s + p_1)}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu PD pokazano na rysunku 19-3.



Rys. 19-3 Schemat blokowy systemu pierwszego rzędu typu 1 z regulatorem PD

Funkcją przejściową układu z otwartą pętlą jest wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_D s + K_p}{s(s + p_1)}$$

a funkcją przejściową układu z zamkniętą pętlą będzie wtedy równa

$$M(s) = \frac{K_D s + K_p}{s^2 + (p_1 + K_D)s + K_p}$$

W obiekcie typu 1 tylko z regulatorem P odpowiedź systemu staje się szybka, ale pojawia się przerost napięcia. Z samym regulatorem D typ systemu zostaje zredukowany i w efekcie odpowiedź w stanie ustalonym jest słaba. W celu rozwiązania powyższych problemów, należy w systemie zastosować regulator proporcjonalno-różniczkujący PD. Z równania transmitancji układu z otwartą pętlą widzimy, że po zastosowaniu regulatora PD uchyb ustalony staje się równy 0. Wynika to z faktu, że typ systemu pozostaje niezmienny.

Rozważmy teraz poniższe równanie charakterystyczne

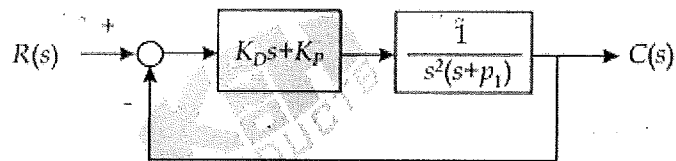
$$s^2 + (a_1 + K_D)s + K_p = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Przy ustalonej stałej K_D wpływ parametru K_p może być określony z równania charakterystycznego: im większa wartość K_p , tym większa częstotliwość własna ω_n i mniejszy współczynnik tłumienia ζ . Innymi słowy, im większa wartość K_p , tym szybsza odpowiedź systemu, ale większy przerost napięcia. Efekt ten może być poprawiony przez wprowadzenie stałej K_D do systemu. Z równania charakterystycznego wynika, że przy ustalonej wartości K_p zwiększanie K_D zwiększa współczynnik tłumienia ζ , ale częstotliwość własna ω_n pozostaje niezmienna. Mówiąc w skrócie, im większa wartość K_D , tym mniejszy przerost napięcia.

2. Obiekty typu 2

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s + p_1)}$$

Schemat blokowy takiego obiektu z regulatorem typu PD pokazano na rysunku 19-4.



Rys. 19-4 Schemat blokowy obiektu typu 2 z regulatorem PD

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą jest wyrażona zależnością

$$G(s) = \frac{K_D s + K_p}{s^2 (s + p_1)}$$

a funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą będzie wtedy równa

$$M(s) = \frac{K_D s + K_p}{s^3 + p_1 s^2 + K_D s + K_p}$$

W obiekcie typu 2 z regulatorem P bieguny systemu leżą w prawej połowie płaszczyzny zespolonej, zatem system staje się niestabilny. Taki obiekt z regulatorem D redukuje typ systemu, wtedy odpowiedź w stanie ustalonym staje się słaba. Obiekt typu 2 z regulatorem PD rozwiązuje powyższe problemy. Z transmitancji układu z otwartą pętlą widzimy, że obiekt typu 2 z regulatorem PD pozostaje systemem typu 2. Równanie charakterystyczne systemu typu 2 ma postać

$$s^3 + p_1 s^2 + K_D s + K_p = 0$$

Tablica Routha będzie miała postać

s^3	1	K_D
s^2	p_1	K_p
s^1	$(K_D p_1 - K_p) / p_1$	
s^0	K_p	

Aby system typu 2 był stabilny (bieguny w lewej półpłaszczyźnie zespolonej), współczynniki tablicy muszą spełniać poniższe warunki:

$$K_p > 0$$

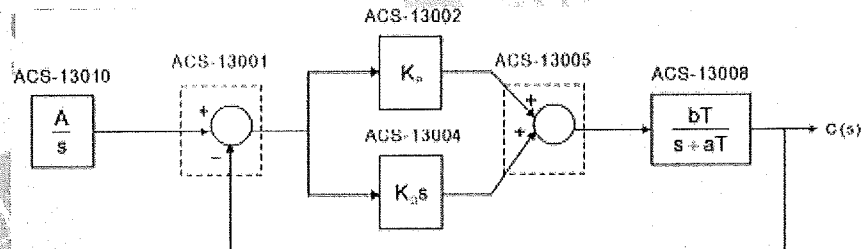
$$K_D p_1 - K_p > 0$$

PROCEDURA

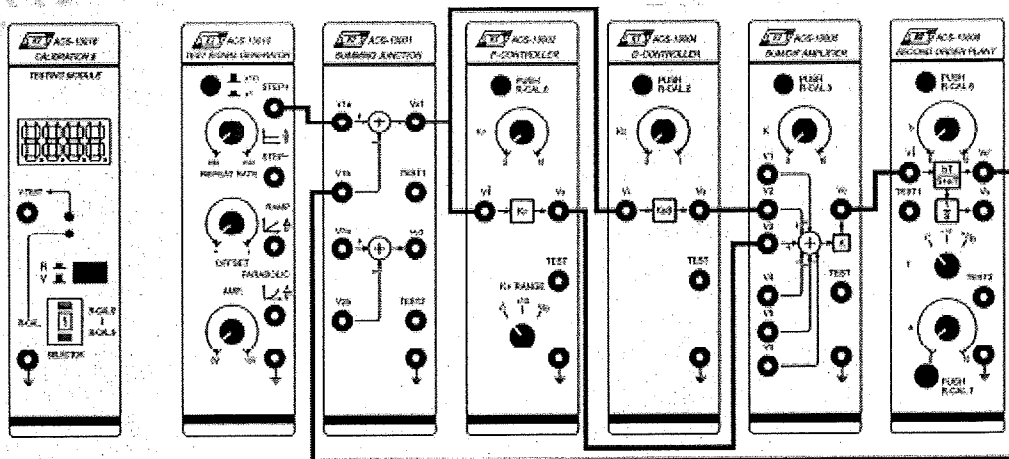
W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 do symulacji serwosilnika prądu stałego i badania działania regulatora PD w systemie sterowania serwosilnikiem.

A. Regulator PD w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 19-5.



(a) Schemat blokowy



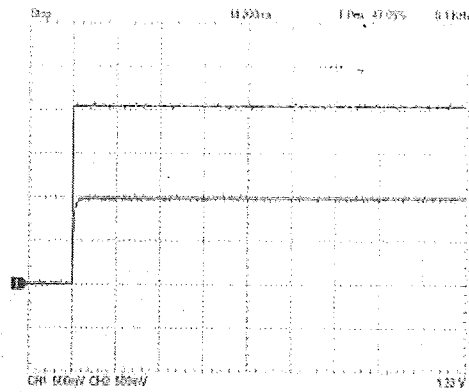
(b) Schemat połączeń

Rys. 19-5

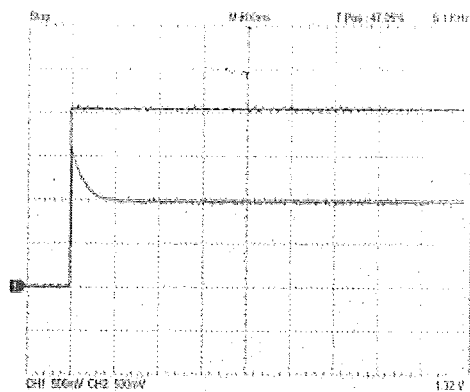
2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 2Vpp i częstotliwości 0,05Hz.
3. W module ACS-13005 ustawić K na 1.
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10, a stałe a i b ustawić na 5. W takim przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażana zależnością:

$$G_p(s) = \frac{50}{s + 50}$$

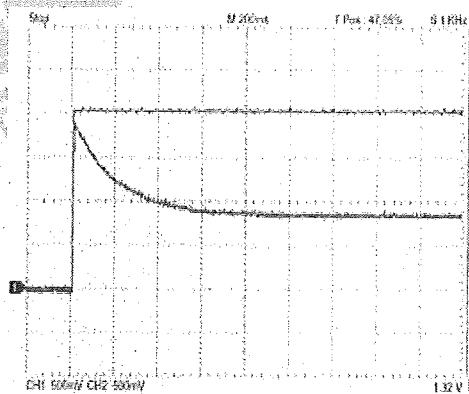
5. W module ACS-13002 ustawić $K_p=1$, a w module ACS-13004 ustawić $K_D=0$. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 19-6(a).
6. Powtórzyć punkt 5 dla $K_D = 0,1, 0,5, 1$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 19-6(b) do (d). Porównać zarejestrowane wartości uchybu ustalonego i odpowiedzi systemu w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_D .



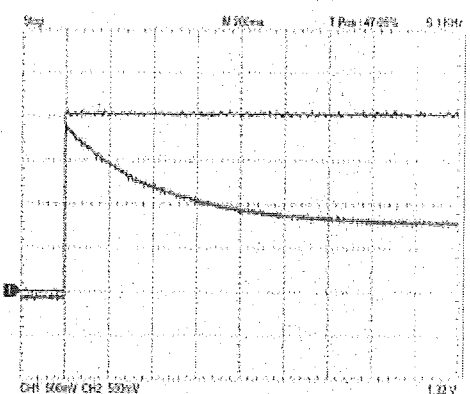
(a) $K_p=1, K_D=0$



(b) $K_p=1, K_D=0,1$



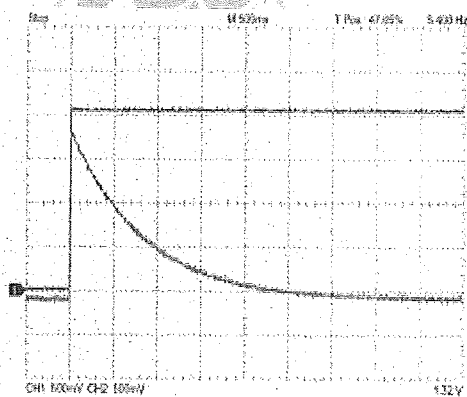
(c) $K_p=1, K_D=0,5$



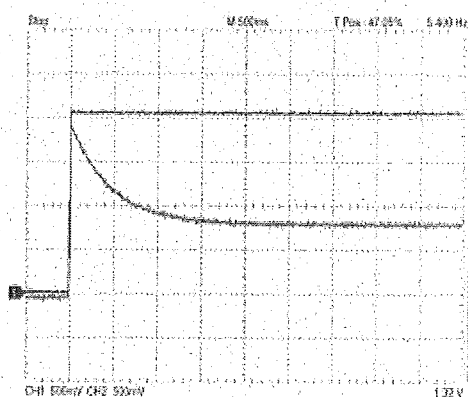
(d) $K_p=1, K_D=1$

Rys. 19-6. Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym dla różnych K_D ($K_p=1$)

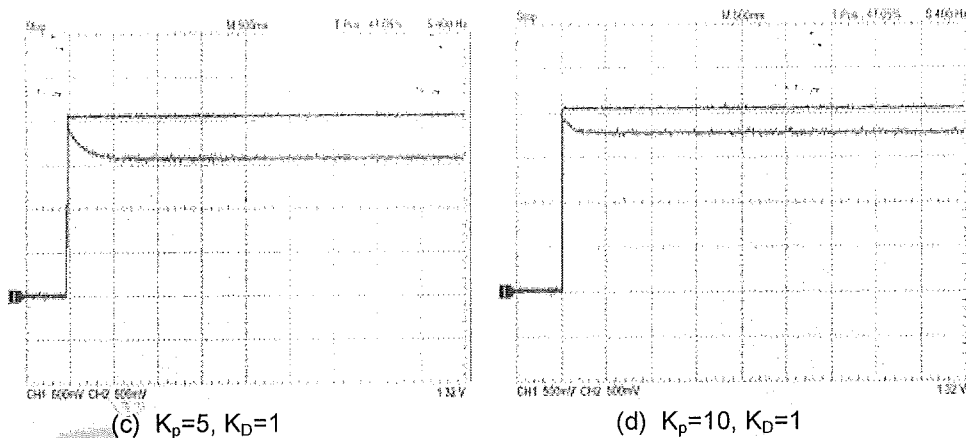
7. Powtórzyć punkt 5 dla $K_D = 1$ i $K_p = 0, 1, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 19-7(b) do (d). Porównać zarejestrowane wartości uchybu ustalonego i odpowiedzi systemu w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_p .



(a) $K_p=0, K_D=1$



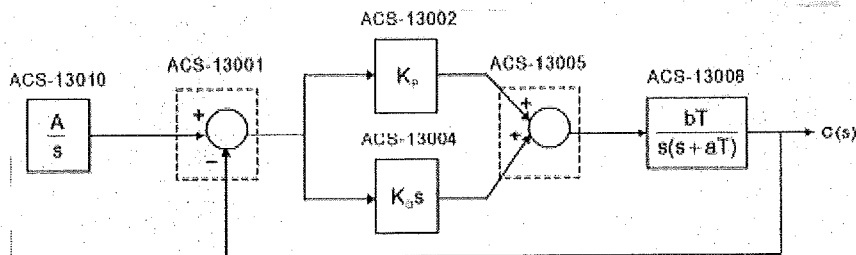
(b) $K_p=1, K_D=1$



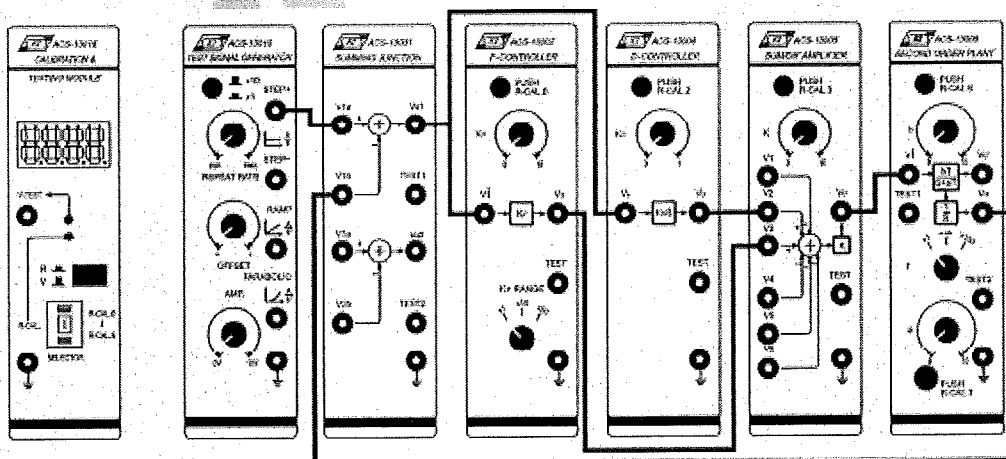
Rys. 19-7 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym dla różnych K_p ($K_D=1$)

B. Regulator PD w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 19-8.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

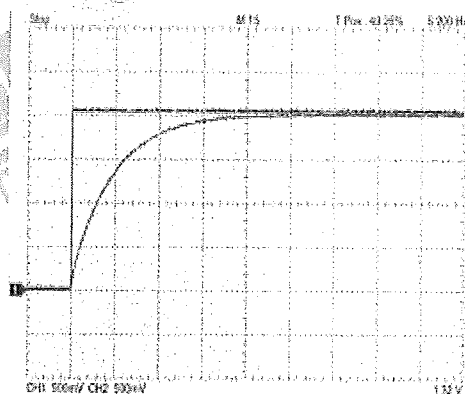
Rys. 19-8

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 2Vpp i częstotliwości 0,05Hz.
3. W module ACS-13005 ustawić K na 1.

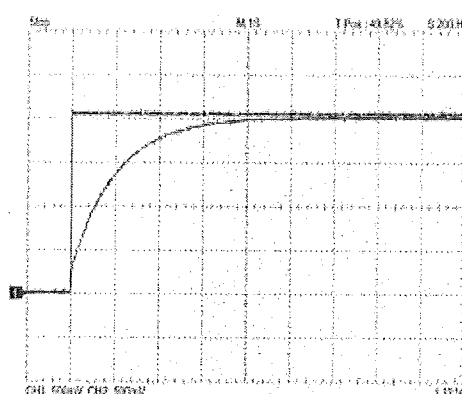
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz a=b=5. W tym przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażona zależnością:

$$G_p(s) = \frac{50}{s + 50}$$

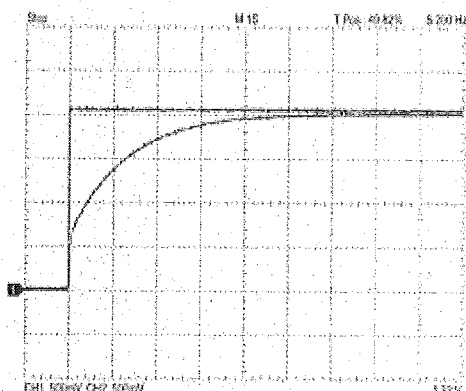
5. W module ACS-13002 ustawić $K_p=1$, a w module ACS-13004 ustawić $K_D=0,1$. Oscyloskopem zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 19-9(a).
6. Powtórzyć punkt 5 dla $K_D = 0,2, 0,5, 1$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 19-9(b) do (d). Porównać zarejestrowane wartości uchybu ustalonego i odpowiedzi systemu w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_D .



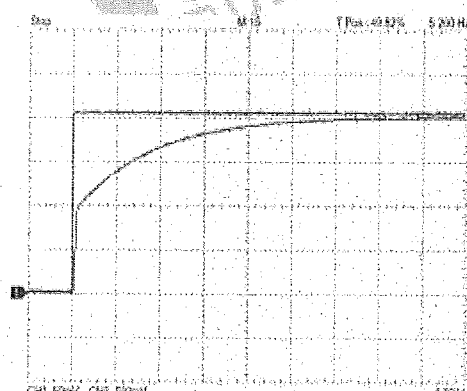
(a) $K_p=1, K_D=0,1$



(b) $K_p=1, K_D=0,2$



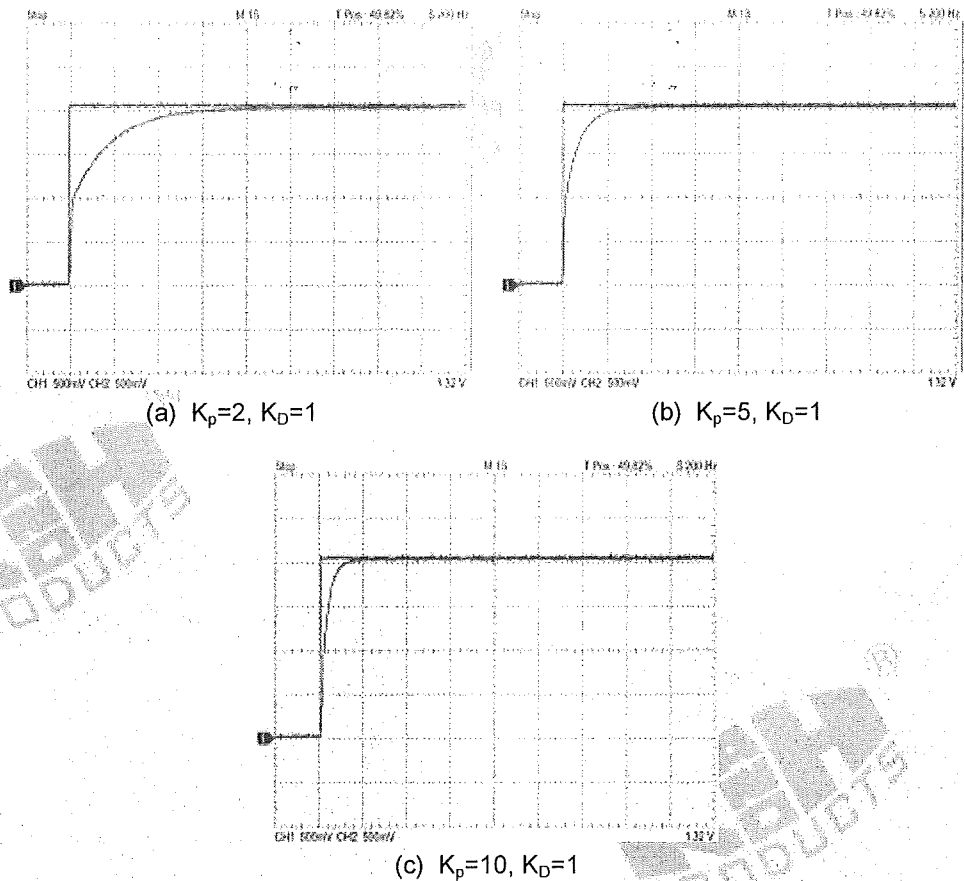
(c) $K_p=1, K_D=0,5$



(d) $K_p=1, K_D=1$

Rys. 19-9 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym dla różnych K_D ($K_p=1$).

7. Powtórzyć punkt 5 dla $K_D = 1$ i $K_p = 2, 5, 10$ oraz zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 19-10. Porównać zarejestrowane wartości uchybu ustalonego i odpowiedzi systemu w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_p .

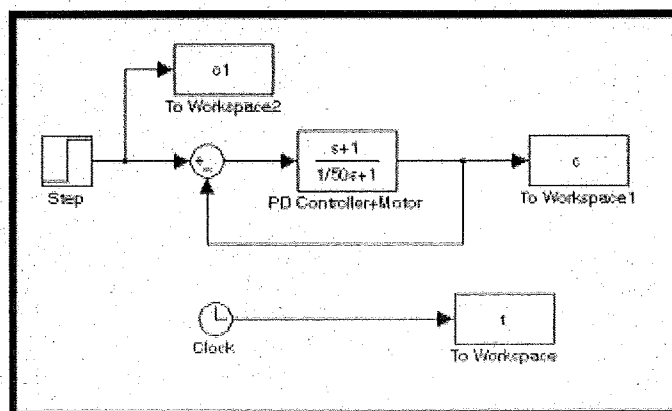


Rys. 19-10 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym dla różnych K_p ($K_D=1$)

SYMULACJA SIMULINK

A. Regulator PD w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

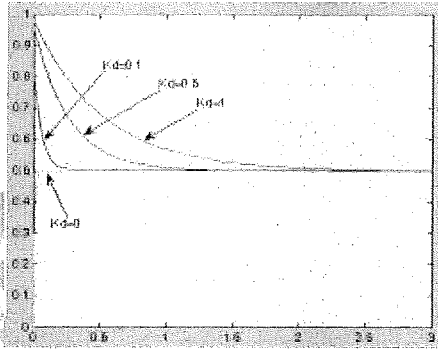
1. Otworzyć okno poleceń programu MATLAB.
2. W oknie poleceń MATLAB wpisać simulink < ↵ >.
3. W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 19-11.



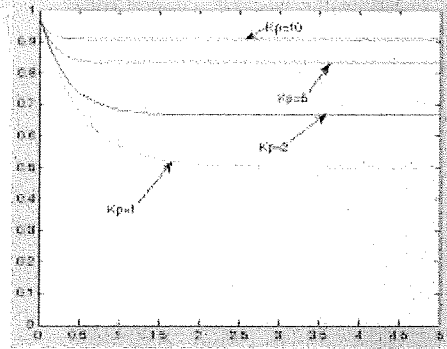
Rys. 19-11

4. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.

- Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czas symulacji zmienić czas Stop na 5.
- Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_19_1.mdl.
- Modyfikować współczynnik w liczniku funkcji przejściowej bloku PD Controller+Motor na $K_p=1$, $K_D=0, 0,1, 0,5, 1$ i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki jak na rysunku 19-12.
- Powtórzyć punkt 7 dla $K_D=1$, $K_p=1, 2, 5, 10$ i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 19-13.



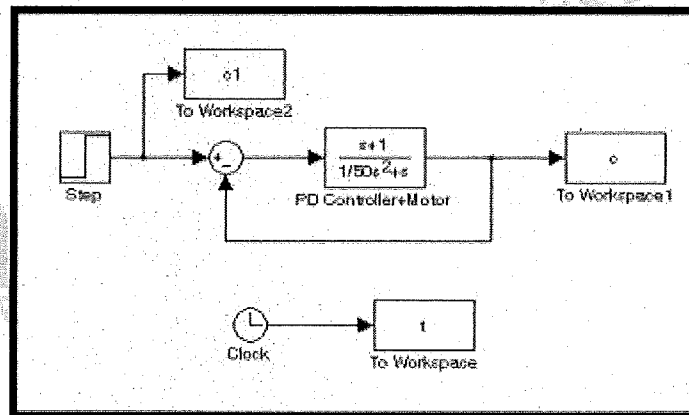
Rys. 19-12 $K_p=1$, $K_D=0, 0,1, 0,5, 1$



Rys. 19-13 $K_D=1$, $K_p=1, 2, 5, 10$

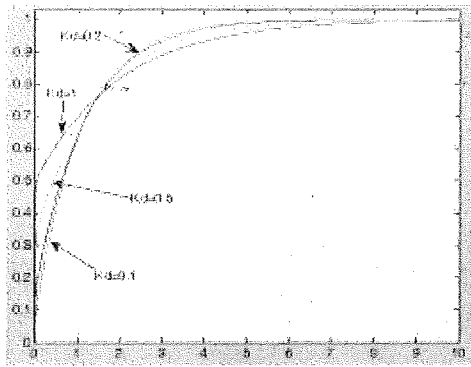
B. Regulator PD w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

- W oknie roboczym narysować schemat blokowy, jak na rysunku 19-14.

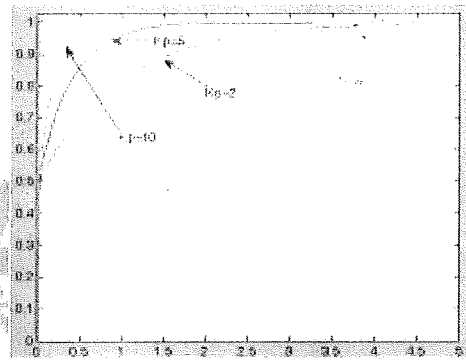


Rys. 19-14

- Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
- Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czas symulacji zmienić czas Stop na 10.
- Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_12_2.mdl.
- Ustawić $K_p=1$. Uruchomić dla $K_D=0, 0,1, 0,2, 0,5, 1$ i uzyskać wyniki jak na rysunku 19-15.
- Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czas symulacji zmienić czas Stop na 5.
- Modyfikować współczynnik w liczniku funkcji przejściowej bloku PD Controller+Motor na $K_D=1$, $K_p=2, 5, 10$ i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki jak na rysunku 19-16.



Rys. 19-15 $K_p=1, K_D=0,1, 0,2, 0,5, 1$



Rys. 19-16 $K_D=1, K_p=2, 5, 10$

KAMA
PRODUCTS

KAMA
PRODUCTS

KAMA
PRODUCTS

KAMA
PRODUCTS

KAMA
PRODUCTS

Ćwiczenie 20 Zastosowanie regulatora PD do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego

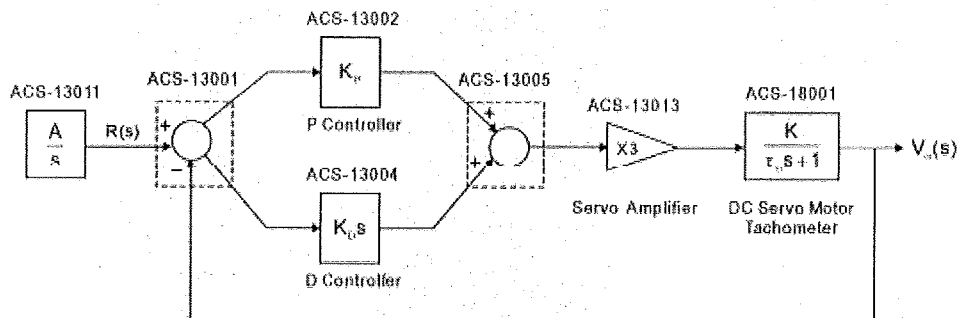
CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie zasady działania systemu kontroli prędkości i położenia serwosilnika DC PM.
2. Budowa praktycznego układu sterowania prędkością obrotową serwosilnika prądu stałego z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym PD.
3. Budowa praktycznego układu sterowania położeniem kątowym serwosilnika prądu stałego z regulatorem proporcjonalno-różniczkującym PD.

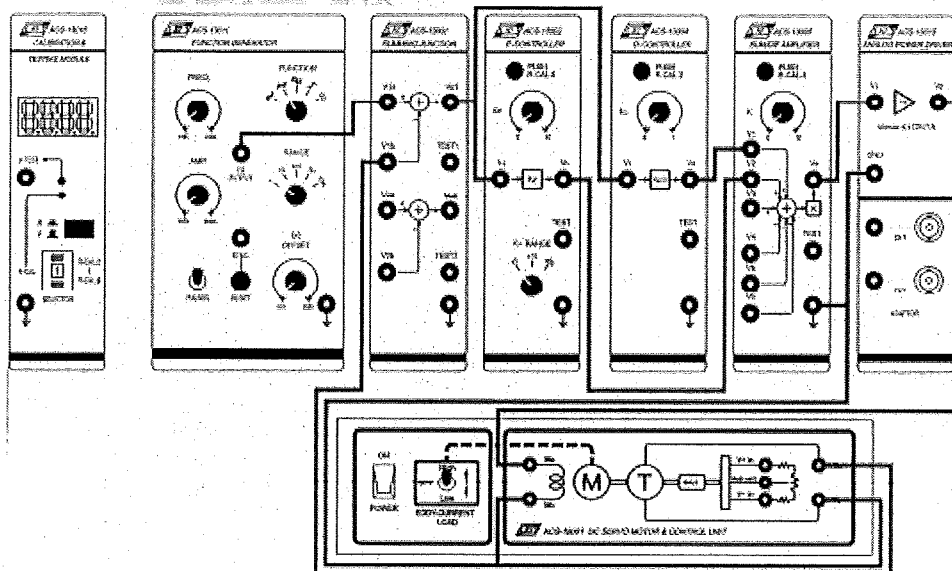
PROCEDURA

A. Regulator PD w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 20-1.



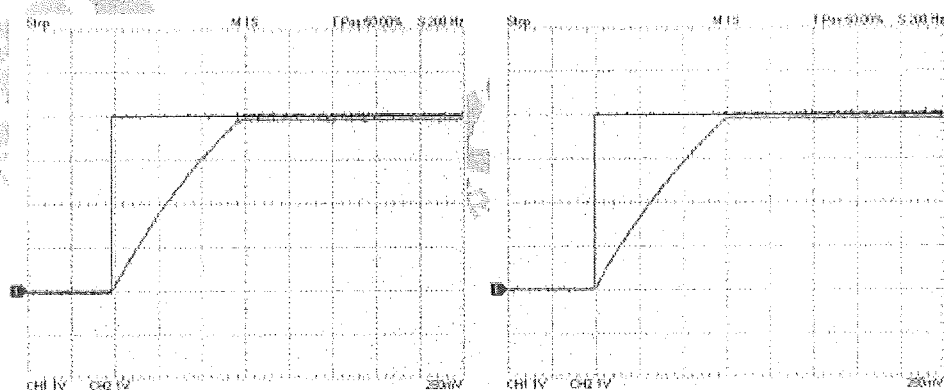
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

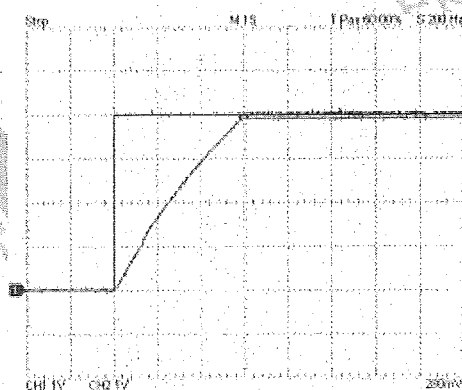
Rys. 20-1

2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję odpowiadającą przebiegowi impulsowemu (\square) i pokrętkami DC OFFSET (składowa stała) i AMP (amplituda) regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 4Vpp (poziom niski = 0V).
3. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
4. W module ACS-13002 ustawić K_p na 3,33 ($K_p'=3K_p=3 \times 3,33=10$). W module ACS-13004 ustawić K_D na 0 ($K_D'=3K_D=3 \times 0=0$). Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 ($R(s)$) i VTa (prędkość $V\omega(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rysunku 20-2(a).
5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_D'=0,5, 1$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 20-2(b) i 20-2(c). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_D' .



(a) $K_p'=3,33 \times 3=10, K_D'=3 \times 0=0$

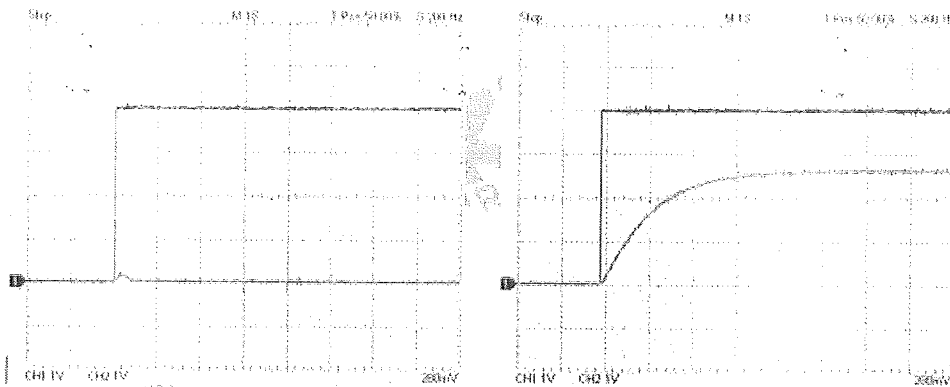
(b) $K_p'=3,33 \times 3=10, K_D'=3 \times 0,16=0,5$



(c) $K_p'=3,33 \times 3=10, K_D'=3 \times 0,33=1$

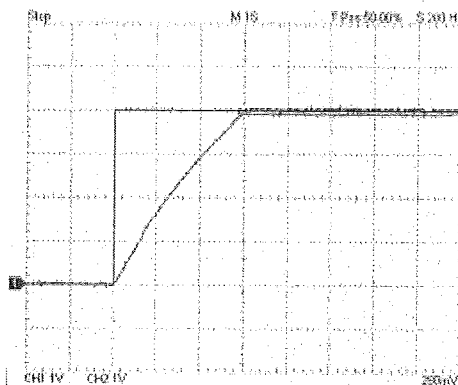
Rys. 20-2 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

6. Ustawić $K_D'=1$. Powtórzyć punkt 4 dla $K_p'=0, 5, 10$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 20-3. Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_p' .



(a) $K_D'=3 \times 0,33=1, K_p'=3 \times 0=0$

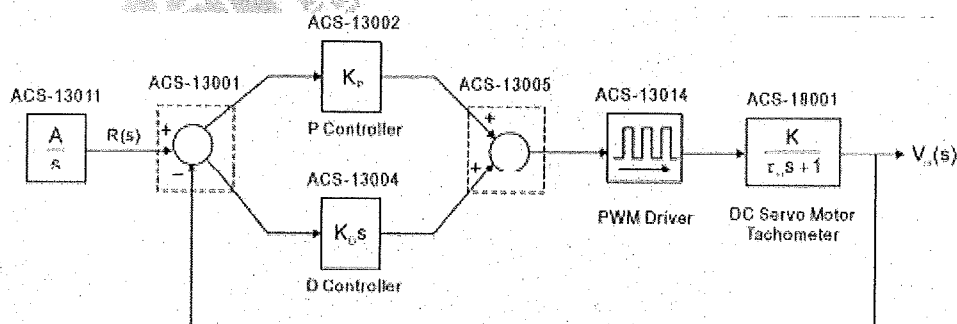
(b) $K_D'=3 \times 0,33=1, K_p'=3 \times 1,66=5$



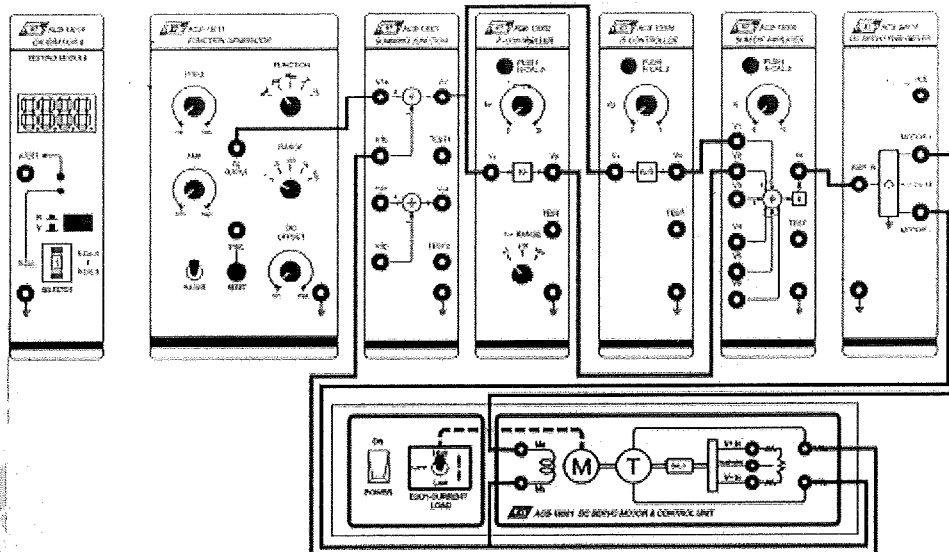
c) $K_D'=3 \times 0,33=1, K_p'=3 \times 3,33=10$

Rys. 20-3 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

7. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 20-4. W tym układzie sterownik analogowy ACS13013 zastąpiony jest sterownikiem PWM ACS-13014.



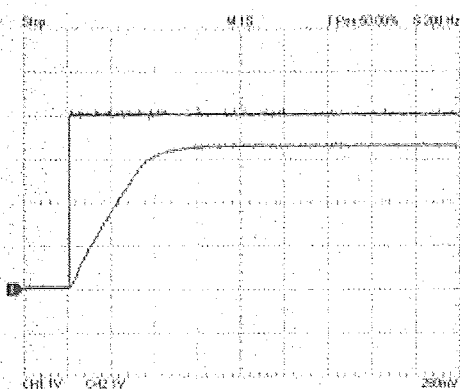
(a) Schemat blokowy



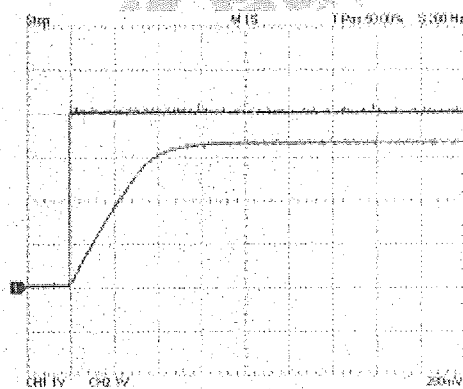
(b) Schemat połączeń

Rys. 20-4

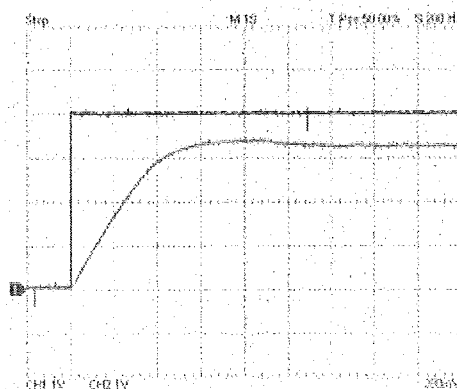
8. Powtórzyć czynności z punktów 2 do 6 i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach 20-5 i 20-6. Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.



(a) $K_p' = 3 \times 3,33 = 10$, $K_D' = 3 \times 0 = 0$

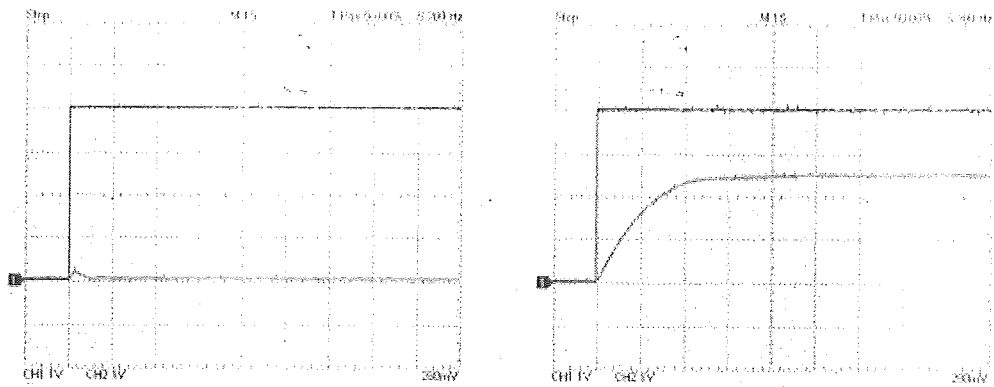


(b) $K_p' = 3 \times 3,33 = 10$, $K_D' = 3 \times 0,16 = 0,5$



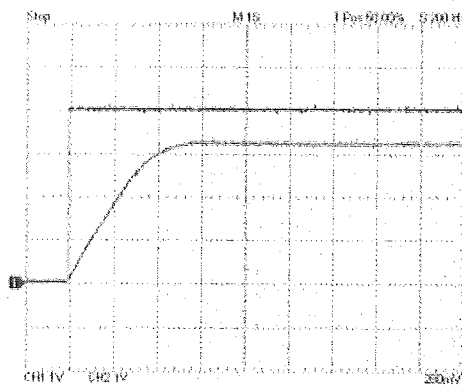
(c) $K_p' = 3 \times 3,33 = 10$, $K_D' = 3 \times 0,33 = 1$

Rys. 20-5 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym



(a) $K_D' = 3 \times 0,33 = 1, K_p' = 3 \times 0 = 0$

(b) $K_D' = 3 \times 0,33 = 1, K_p' = 3 \times 1,66 = 5$

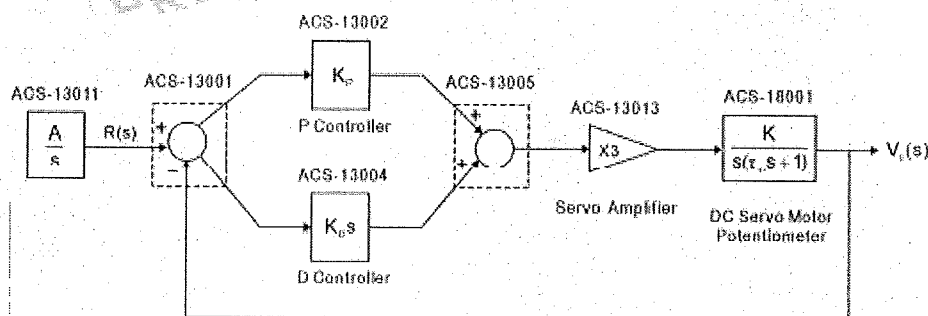


(c) $K_D' = 3 \times 0,33 = 1, K_p' = 3 \times 3,33 = 10$

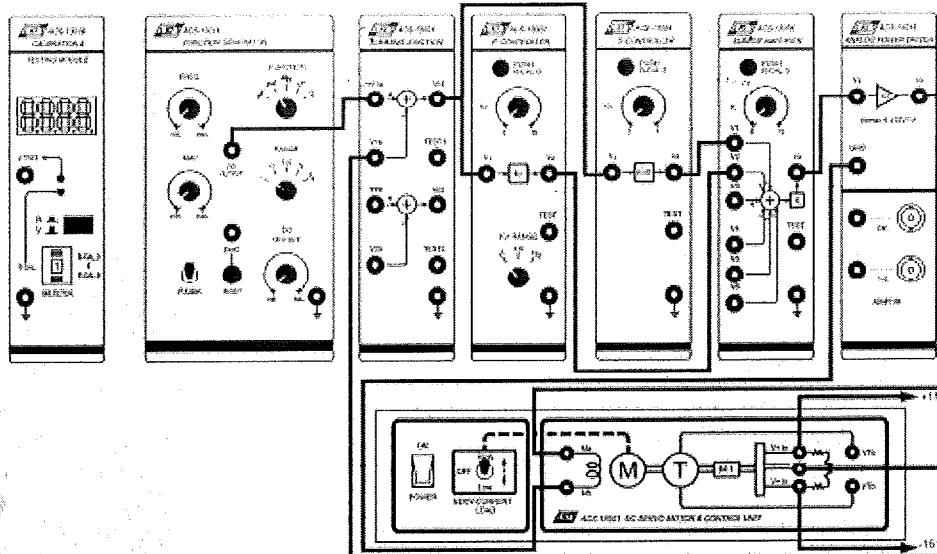
Rys. 20-6 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

B. Regulator PD w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 20-7.



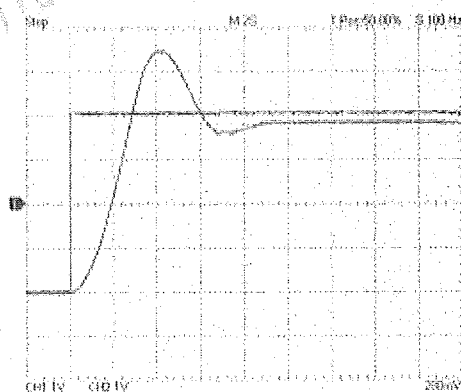
(a) Schemat blokowy



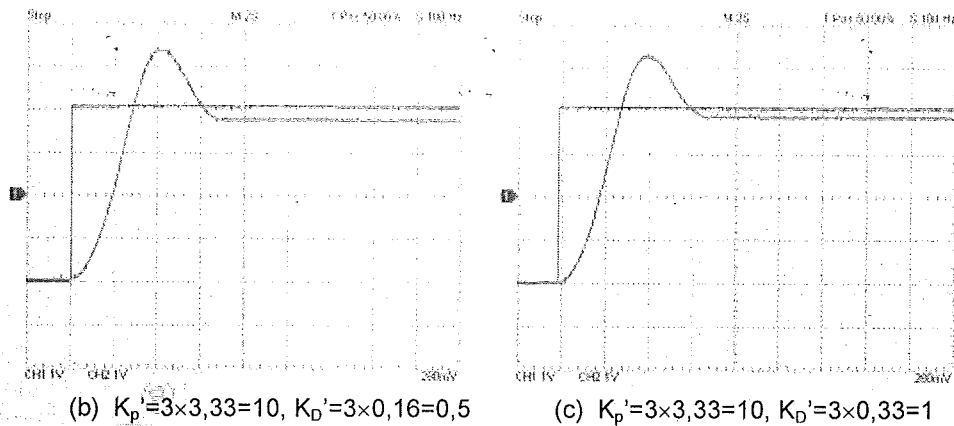
(b) Schemat połączeń

Rys. 20-7

2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \square i pokrętkami DC OFFSET i AMP. regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 4Vpp (poziom niski = -2V).
3. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
4. W module ACS-13002 ustawić K_p na 3,33 ($K_p'=3K_p=3 \times 3,33=10$). W module ACS-13004 ustawić $K_D=0,33$ ($K_D'=3K_D=3 \times 0,33=1$). Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 ($R(s)$) i V_o (położenie $\theta(s)$) modułu ACS-18001, które pokazano na rysunku 20-8(a).
5. Powtórzyć punkt 4 dla $K_D'=0,5, 1$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 20-8(b) i (c). Porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych wartości K_p' .



a) $K_p'=3 \times 3,33=10$, $K_D'=3 \times 0,33=1$



Rys. 20-8 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

6. Zmodyfikować układ połączeń przedstawiony na rysunku 20-1, zastępując sterownik analogowy ACS-13013 cyfrowym sterownikiem PWM ACS-13014. Powtórzyć procedurę z punktów 2 do 5 i porównać zarejestrowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.

Ćwiczenie 21 Regulator PID (1)

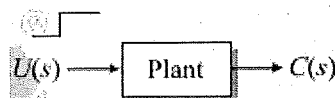
CEL ĆWICZEŃ

1. Dobór parametrów regulatora PID (*PID – Proportional-Integral-Derivative*) I metodą Zieglera-Nicholsa.
2. Precyzyjne dostrojenie parametrów regulatora PID.

PODSTAWY TEORETYCZNE

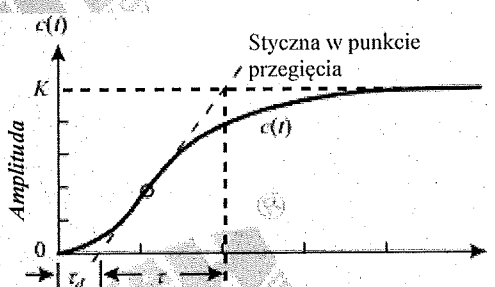
Jeżeli model matematyczny obiektu jest liniowy i parametry obiektu są już znane, to parametry regulatora PID mogą być dobrane z wykorzystaniem teorii sterowania. Niestety większość rzeczywistych obiektów jest złożona i nieliniowa, dlatego trudno jest dokładnie opisać taki system za pomocą równań matematycznych. W zastosowaniach przemysłowych regulatory PID są często konstruowane z użyciem metod empirycznych. Najpopularniejszymi metodami doświadczalnymi doboru parametrów regulatorów są metody Zieglera-Nicholsa. Przed wprowadzeniem do I metody Zieglera-Nicholsa w pierwszej kolejności uprościmy model matematyczny obiektu jak niżej.

1. Na wejście obiektu podajemy sygnał skoku jednostkowego (patrz rysunek 21-1).



Rys. 21-1 Skok jednostkowy podany na wejście obiektu

Dla większości obiektów, jeżeli sygnałem wejściowym jest skok jednostkowy, to sygnał wyjściowy $c(t)$ jest najczęściej krzywą S, jak pokazano na rysunku 21-1. Krzywa S nazywana jest krzywą przebiegu procesu.



Rys. 21-2 Odpowiedź na skok jednostkowy

2. Używamy systemu pierwszego rzędu $K/(\tau s+1)$ z opóźnieniem transportowym (czas martwy) $e^{-\tau_d s}$, aby aproksymować obiekt i uzyskać przybliżoną funkcję przejściową

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-\tau_d s}}{\tau s + 1}$$

gdzie K , τ i τ_d mogą być wyznaczone z krzywej S według poniższej procedury.

- (1) Znajdowanie wartości K

Wartość K można wyznaczyć z krzywej $c(t)$ pokazanej na rysunku 21-2 ponieważ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1 \cdot K e^{-\tau_d s}}{s \tau s + 1} = K$$

Zatem wartość K jest równa napięciu wyjściowemu systemu w stanie ustalonym.

(2) Znajdowanie wartości τ i τ_d

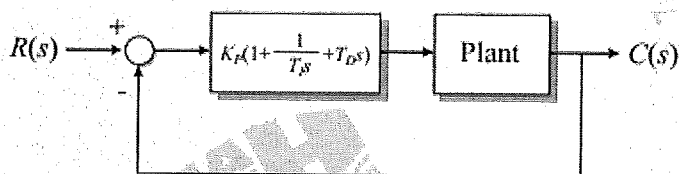
Narysować linię styczną do krzywej S c(t) w punkcie przecięcia, jak na rysunku 21-2 i wyznaczyć wartości τ i τ_d bezpośrednio z wykresu.

Rozważmy teraz pierwszą postać zasad Zieglera-Nicholsa, czyli metodę I doboru nastaw regulatora PID. Transmitancja regulatora PID jest wyrażana zależnością

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right), \quad K_I = \frac{K_p}{T_I}, \quad K_D = K_p T_D \quad (21-1)$$

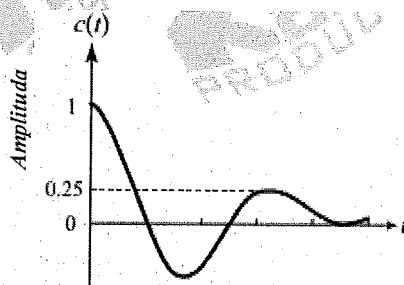
gdzie K_p , T_I i T_D oznaczają odpowiednio wzmocnienie proporcjonalne, czas całkowania i czas różniczkowania.

Rysunek 21-3 przedstawia schemat blokowy obiektu z regulatorem PID.



Rys. 21-3 Schemat blokowy obiektu z regulatorem PID

Celem I metody Zieglera-Nicholsa jest kontrola współczynnika zaniku odpowiedzi przejściowej do wartości poniżej 25%. Współczynnikiem zaniku odpowiedzi w stanie nieustalonym jest stosunek napięcia drugiego przerosu krzywej odpowiedzi do napięcia pierwszego przerosu (patrz rysunek 21-4).



Rys. 21-4 Współczynnik zaniku odpowiedzi w stanie nieustalonym

Zalecane przez Zieglera i Nicholsa, dla osiągnięcia powyższego celu, parametry nastawcze regulatora PID zestawiono w tabeli 21-1.

Tabela 21-1 Tabela nastaw regulatora PID według I metody Zieglera-Nicholsa

Typ regulatora	K_p	T_I	T_D
P	$\tau/K\tau_d$	∞	0
PI	$\tau/K\tau_d$	$\tau/K\tau_d$	0
PID	$1,2(\tau/K\tau_d)$	$2\tau_d$	$0,5\tau_d$

Precyzyjny dobór parametrów regulatora PID

Gdy regulator PID zaprojektowany wg I metody Zieglera-Nicholsa zostanie włączony w system, to teoretycznie powinien spowodować, że maksymalny przerost krzywej odpowiedzi na skok jednostkowy systemu z zamkniętą pętlą sprzężenia nie powinien przekroczyć 25%. Jednakże taki efekt nie może zostać zagwarantowany we wszystkich obiektach. Zasadniczo osiągnięta wartość maksymalna przerostu dla różnych obiektów wynosi od 10% do 60%.

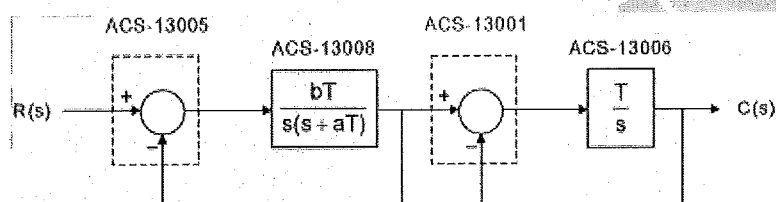
W praktyce, po włączeniu regulatora PID w system dobiera się jego parametry zgodnie z I metodą Zieglera-Nicholsa, a następnie metodą kolejnych przybliżeń dostraja się parametry regulatora do uzyskania żądanej charakterystyki odpowiedzi.

PROCEDURA

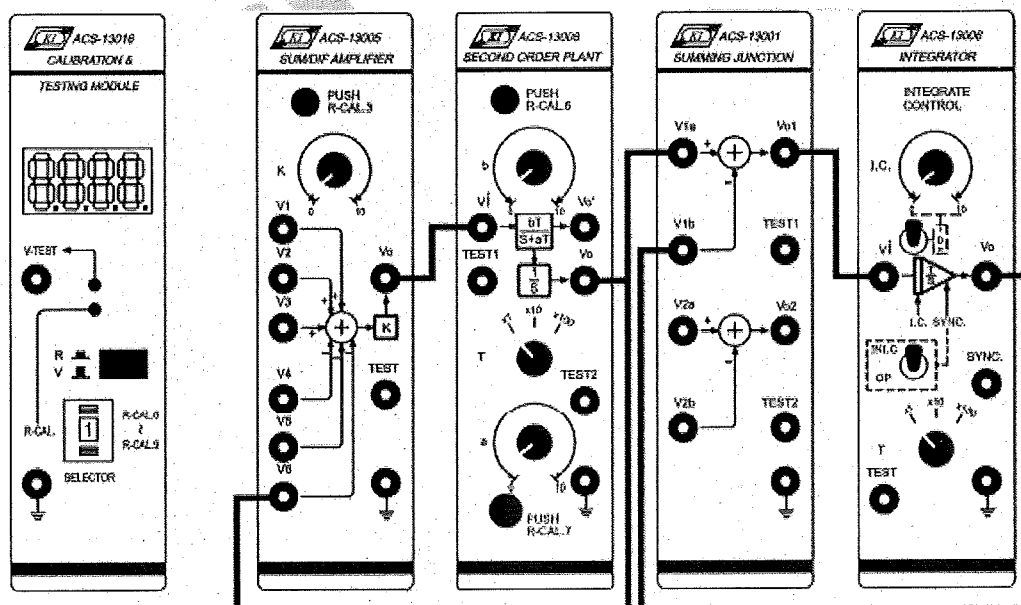
1. Załóżmy, że mamy obiekt

$$\frac{1000}{(s+10)(s^2+20s+1000)}$$

a schemat blokowy i schemat połączeń układu pomiarowego pokazano na rysunku 21-5.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

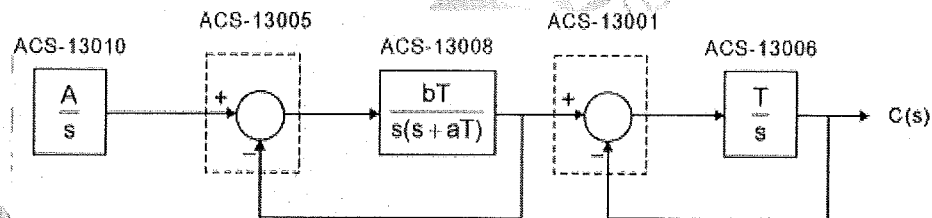
Rys. 21-5

- (1) W module ACS-13008 ustawić $bT=100$ i $T=20$.
- (2) W module ACS-13005 ustawić K na 1.

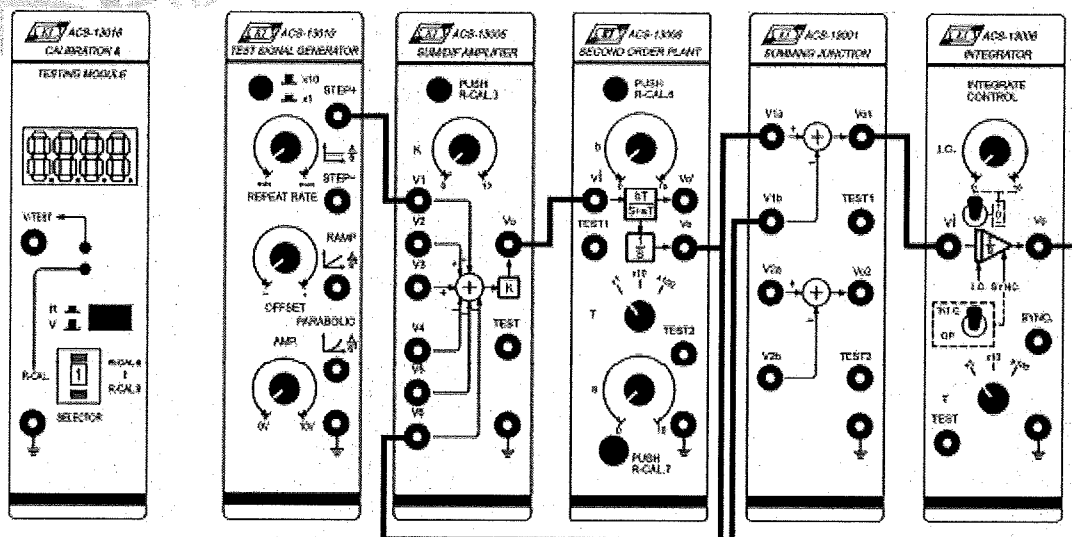
- (3) W module ACS-13006 ustawić przełącznik T na pozycji x10 (T=10) i przełącznik SYNC na tryb OP.

2. Wyznaczenie wartości K , τ i τ_d

- (1) Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 21-6.



(a) Schemat blokowy

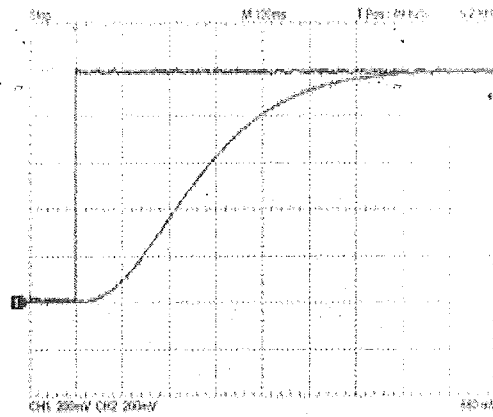


(b) Schemat połączeń

Rys. 21-6

- (2) W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 1Vpp i częstotliwości 0,05Hz.
- (3) Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13006, które pokazano na rysunku 21-7.
- (4) Znaleźć wartości K , τ i τ_d z krzywych przebiegu wejściowego i wyjściowego z rysunku 21-7, $K=1$, $\tau=0,08$, $\tau_d=0,4$. Obliczyć wartości K_p , T_I i T_D , podstawiając znalezione wartości do zależności zestawionych w tabeli nastaw I zasady Zieglera-Nicholsa (tabela 21-1).

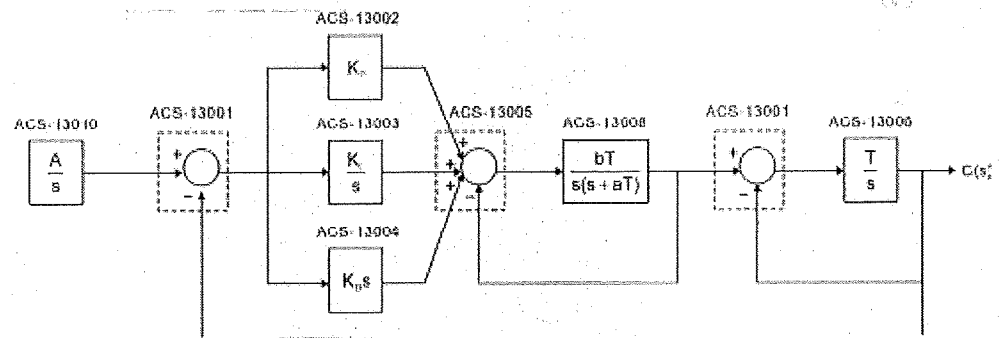
W ostatnim kroku obliczyć parametry K_I i K_D z zależności $K_I = \frac{K}{T_I}$, $K_D = K_p T_D$.



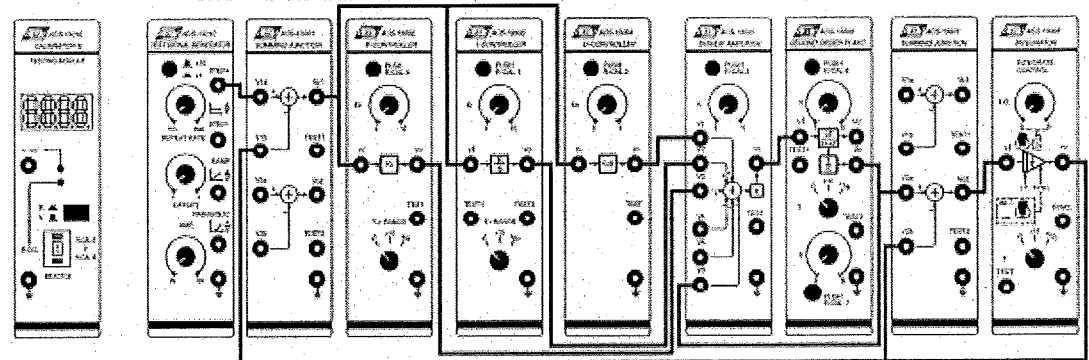
Rys. 21-7 Odpowiedź na skok jednostkowy ($K=1$, $\tau=0,08$, $\tau_d=0,4$)

3. Włączenie w obiekt regulatora PID

(1) Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 21-8.



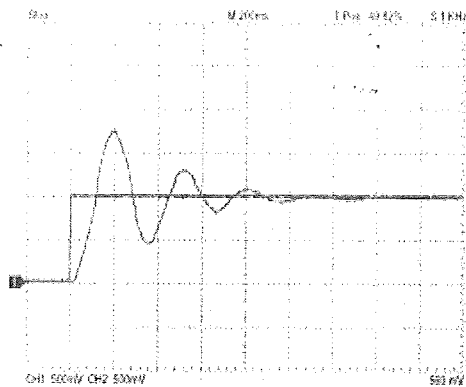
(a) Schemat blokowy



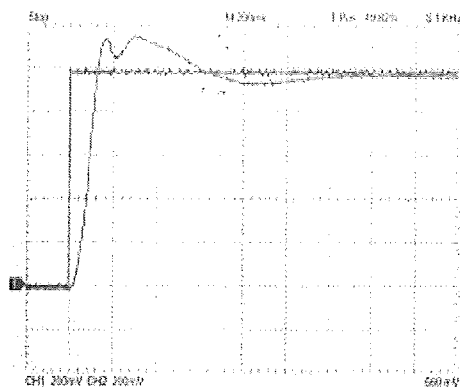
(b) Schemat połączeń

Rys. 21-8

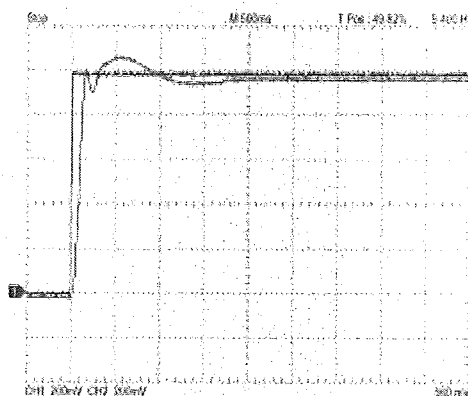
(2) Odpowiednio do wyliczonych wartości ustawić K_p w module ACS-13002, K_i w module ACS-13003 i K_D w module ACS-13004. Zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13006, które pokazano na rysunku 21-9(a).



(a) $K_p=5,55$, $K_I=34,69$, $K_D=0,222$



(b) $K_p=5,55$, $K_I=34,69$, $K_D=1$



(c) $K_p=4$, $K_I=20$, $K_D=1$

Rys. 21-9 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

4. Precyzyjny dobór parametrów regulatora PID

Przyjrzeć się krzywej na wyjściu V_o modułu ACS-13006, aby sprawdzić, czy spełnia ona wymagania na odpowiedź systemu. Jeżeli nie, dopasowywać kolejno parametry regulatora PID, aż wymagania te zostaną spełnione. Patrz rysunki 21-9(b) i 21-9(c).

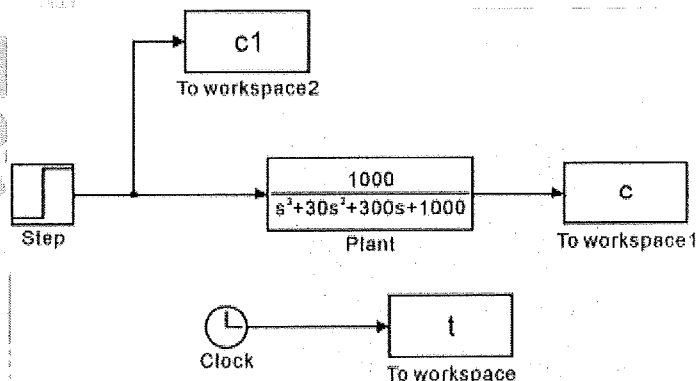
SYMULACJA SIMULINK

1. Załóżmy, że mamy obiekt

$$\frac{1000}{s^3 + 30s^2 + 300s + 1000}$$

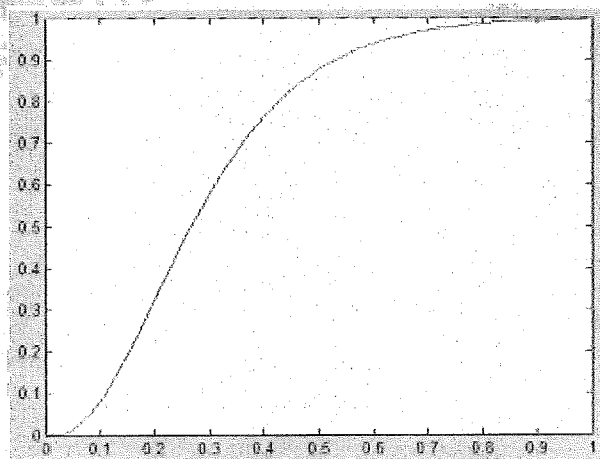
2. Wyznaczenie wartości K , τ i τ_d

- (1) W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 21-10.



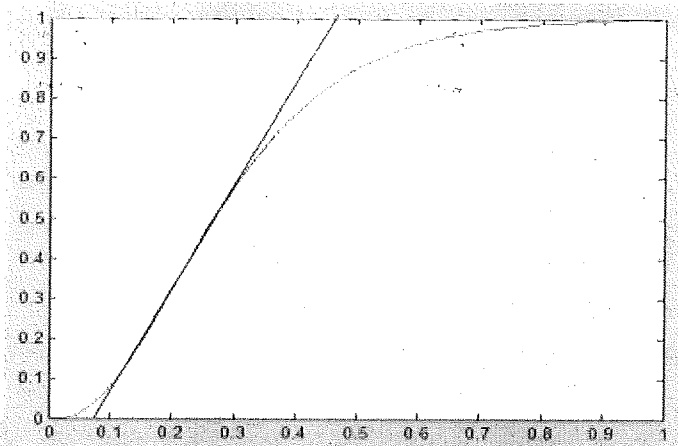
Rys. 21-10

- (2) Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
- (3) Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 1.
- (4) Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_21_1.mdl.
- (5) Uruchomić symulację, aby uzyskać wynik jak na rysunku 21-11.



Rys. 21-11

- (6) Wykreślić styczną w punkcie przegięcia krzywej $c(t)$, jak pokazano na rysunku 21-12.



Rys. 21-12

Z rysunku 21-12 otrzymujemy

$$K = 1$$

$$\tau_d \approx 0,08$$

$$\tau \approx 0,37$$

Zgodnie z I metodą Zieglera-Nicholsa dobrać parametry regulatora PID:

$$K_p = 1,2 \frac{\tau}{K\tau_d} = 5,55$$

$$T_I = 2\tau_d = 0,16$$

$$T_D = 0,5\tau_d = 0,04$$

Regulator PID opisuje ogólna zależność

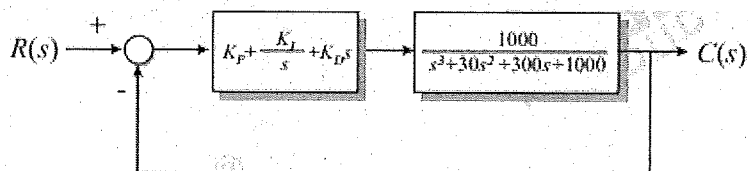
$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

Obliczając K_I i K_D , otrzymujemy

$$K_I = \frac{K_p}{T_I} = 34,69$$

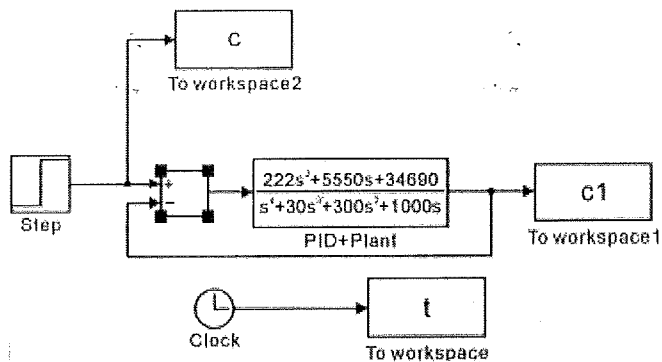
$$K_D = K_p T_D = 0,222$$

3. Włączyć regulator PID w system sterowania. Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą sprzężenia pokazano na rysunku 21-13.



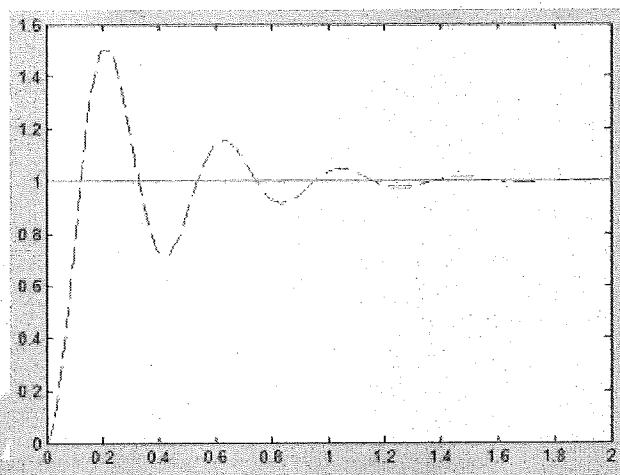
Rys. 21-13

4. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 21-14. Blok PID+Plant jest kombinacją regulatora PID i badanego obiektu.



Rys. 21-14

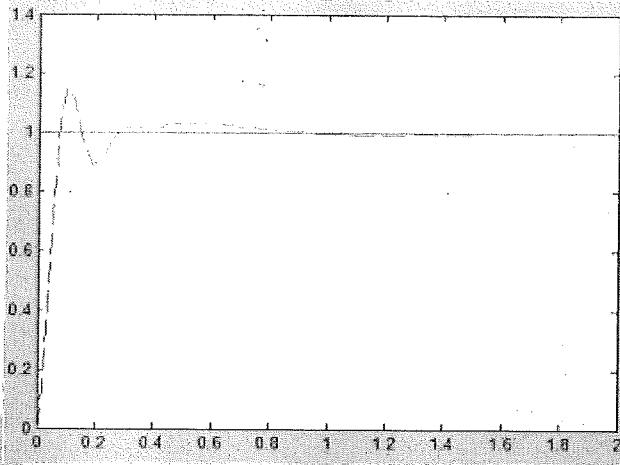
5. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawień czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
6. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_21_2.mdl.
7. Uruchomić symulację, aby uzyskać wynik jak na rysunku 21-15.



Rys. 21-15

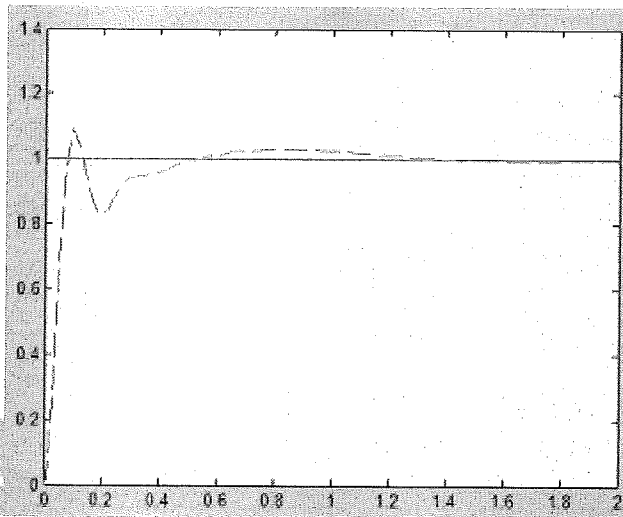
8. Dokładny dobór parametrów regulatora PID

Przerost krzywej z rysunku 21-15 wynosi około 50%, zatem regulator PID powinien zostać dostrójony. Aby to zrobić, metodą kolejnych prób zmieniać parametry regulatora, aż do uzyskania wymaganej charakterystyki. Rysunek 21-16 przedstawia odpowiedź systemu dla $K_D=1$ (pozostać K_p i K_i niezmiennione).



Rys. 21-16 Parametry regulatora PID: $K_p=5,55$, $K_i=34,69$, $K_D=1$

9. Rysunek 21-17 przedstawia odpowiedź systemu dla parametrów $K_p=4$, $K_i=20$, $K_D=1$.



Rys. 21-17 Parametry regulatora PID: $K_p=4$, $K_i=20$, $K_D=1$

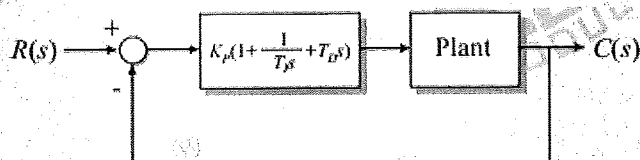
Ćwiczenie 22. Regulator PID (2)

CEL ĆWICZEŃ

1. Dobór parametrów regulatora PID II metodą Zieglera-Nicholsa.
2. Precyzyjne dostrojenie parametrów regulatora PID.

PODSTAWY TEORETYCZNE

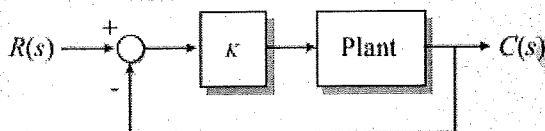
W celu wyznaczenia parametrów regulatora PID wg II metody Zieglera-Nicholsa wykorzystamy ten sam system, jaki został użyty w ćwiczeniu 21 do wyznaczenia parametrów regulatora PID I metodą Zieglera-Nicholsa. Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą sprzężenia pokazano na rys. 22-1.



Rys. 22-1 Schemat blokowy układu obiekt + regulator PID

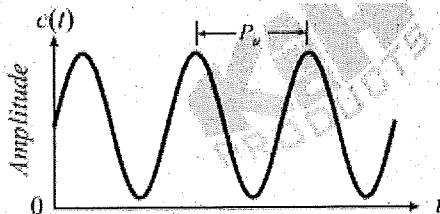
Przed zastosowaniem II metody Zieglera-Nicholsa doboru parametrów K_p , T_i i T_d regulatora PID należy wyznaczyć dwa współczynniki K_u i P_u , jak niżej:

Jeżeli używany jest jedynie regulator P, schemat blokowy systemu ma postać, jak na rysunku 22-2.



Rys. 22-2 Schemat blokowy do wyznaczenia współczynników K_u i P_u

Regulować wartością K , aby system na wyjściu zaczął generować przebieg sinusoidalny $c(t)$ o stałej amplitudzie. W tym momencie stała K regulatora proporcjonalnego jest nazywana maksymalnym wzmocnieniem K_u , z kolei okres oscylacji sygnału $c(t)$ jest nazywany maksymalnym okresem P_u , co pokazano na rysunku 22-3.



Rys. 22-3 Zależność między P_u i $c(t)$

Uwaga: Metoda ta nie nadaje się do systemów, które nie oscylują niezależnie od wartości K .

Po określeniu wartości K_u i P_u , należy wyregulować parametry regulatora PID zgodnie z tabelą nastaw II metody Zieglera-Nicholsa (patrz tabela 22-1)

Tabela 21-2 Tabela nastaw regulatora PID według II metody Zieglera-Nicholsa

Typ regulatora	K_p	T_I	T_D
P	$0,5K_u$	∞	0
PI	$0,45K_u$	$P_u/1,2$	0
PID	$0,6K_u$	$0,5P_u$	$0,125P_u$

Na tej podstawie możemy obliczyć wartości K_i i K_D z poniższych zależności

$$K_i = \frac{K_p}{T_I}$$

$$K_D = K_p T_D$$

Precyzyjny dobór parametrów regulatora PID

Gdy regulator PID zaprojektowany wg II metody Zieglera-Nicholsa zostanie włączony w system, to teoretycznie powinien spowodować, że maksymalny przerost krzywej odpowiedzi na skok jednostkowy systemu z zamkniętą pętlą sprzężenia nie powinien przekroczyć 25%. Jednakże taki efekt nie może zostać zagwarantowany we wszystkich obiektach. Zasadniczo osiągnięta wartość maksymalna przerostu dla różnych obiektów wynosi od 10% do 60%.

W praktyce, pod włączeniu regulatora PID w system dobiera się jego parametry zgodnie z II metodą Zieglera-Nicholsa, a następnie metodą kolejnych przybliżeń dostraja się parametry regulatora do uzyskania żądanej charakterystyki dopowiedzi.

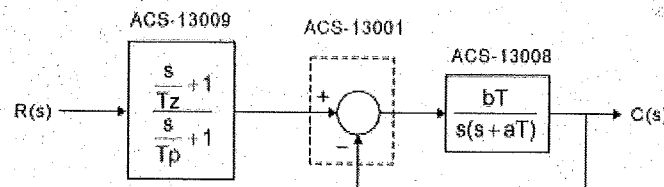
PROCEDURA

1. Załóżmy, że mamy obiekt

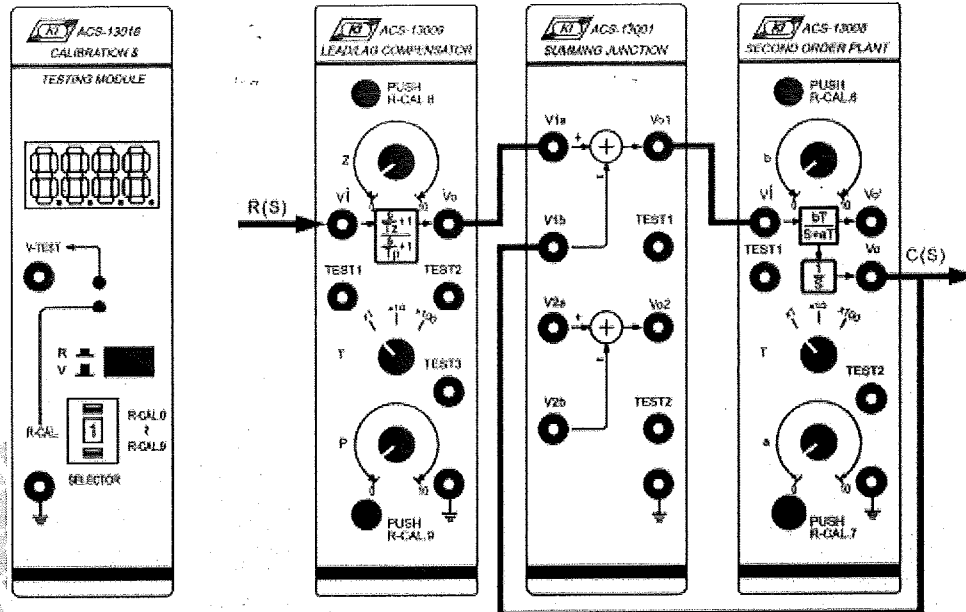
$$\frac{10(s+100)}{(s+10)^3} = \frac{10}{s^2+20s+100} \cdot \frac{(s+100)}{(s+10)} = \frac{100}{s^2+20s+100} \cdot \frac{s/100+1}{s/10+1}$$

Schemat blokowy i schemat połączeń takiego systemu pokazano na rysunku 22-4.

- (1) Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 22-4.



(a) Schemat blokowy



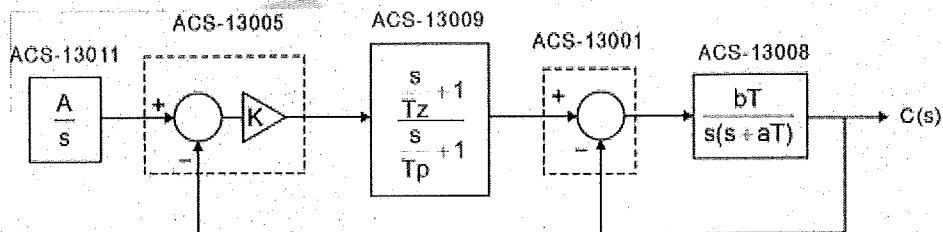
(b) Schemat połączeń

Rys. 22-4

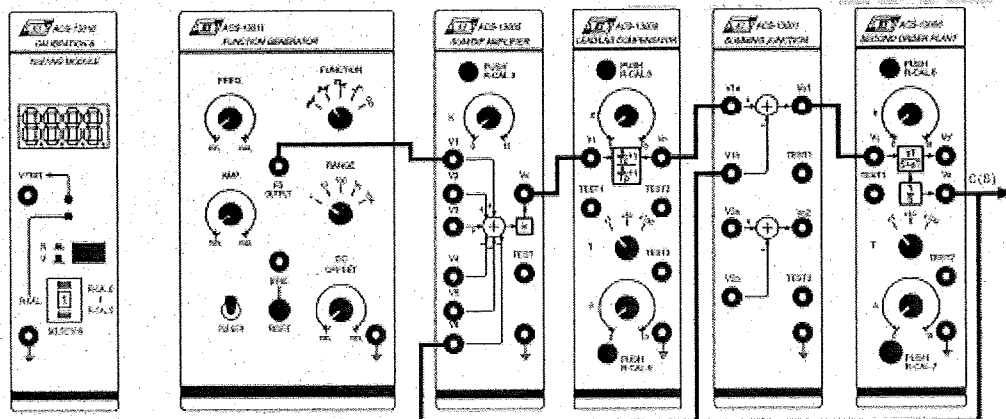
- (2) W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz ustawić $p=1$ i $z=10$.
- (3) W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz ustawić $a=1$ i $b=10$.

2. Wyznaczenie wartości K_u i P_u

- (1) Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 22-5.



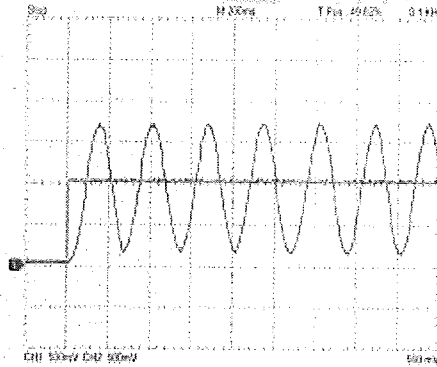
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 22-5

- (2) W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \square i pokrętkami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 1Vpp (poziom niski = 0V).
- (3) Za pomocą oscyloskopu mierzyć sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 i V_o modułu ACS-13008. Nacisnąć przycisk impulsatora PULSER w module ACS-13011 i regulować pokrętkiem K w module ACS-13005 do uzyskania na wyjściu C(s) oscylacji o stałej amplitudzie, jak na rysunku 22-6. Zanotować okres oscylacji sygnału C(s) jako P_u i wartość K_u modułu ACS-13005 jako K_u .

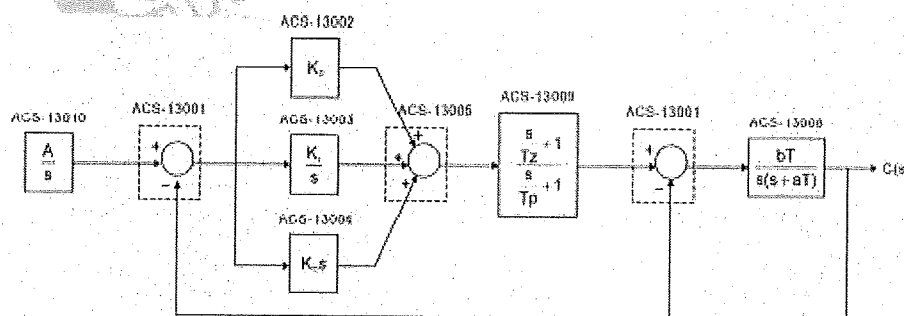


Rys. 22-6 $K_u=10, P_u=0,3s$

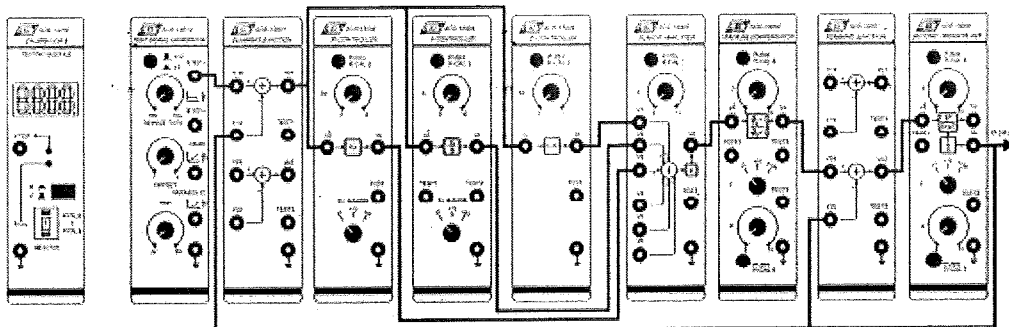
- (4) Obliczyć K_p, T_I i T_D zgodnie z tabelą nastaw II metody Zieglera-Nicholsa (tabela 22-1). Obliczyć i zanotować parametry K_I i K_D z zależności $K_I = \frac{K_p}{T_I}, K_D = K_p T_D$.

3. Włączenie w obiekt regulatora PID

- (1) Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 22-7.



(a) Schemat blokowy



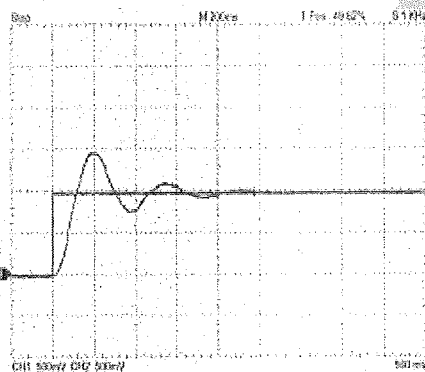
(b) Schemat połączeń

Rys. 22-7

- (2) W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 1Vpp i częstotliwości 0,1Hz.
- (3) W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
- (4) Odpowiednio do zanotowanych wartości ustawić K_p (ACS-13002), K_I (ACS-13003) i K_D (ACS-13004).

Uwaga: Jeżeli w czasie ustawienia K_p , K_I i K_D pojawiają się oscylacje, należy odłączyć przewód od gniazda V_i modułu ACS-13009. Podłączyć ten przewód, gdy oscylacje znikną.

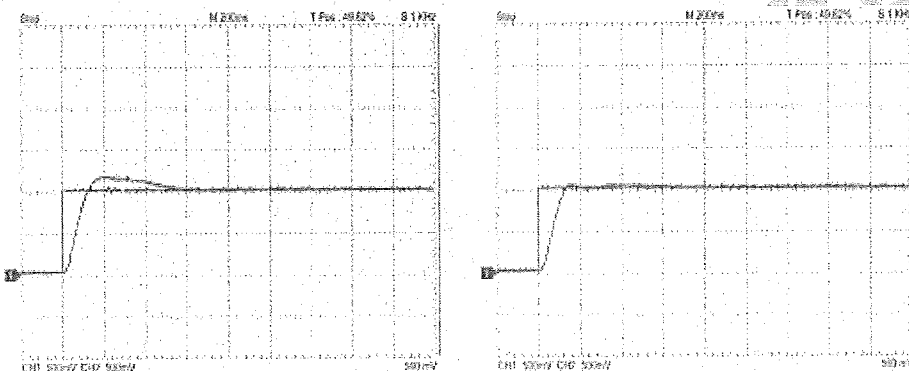
- (5) Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zanotować na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 22-8.



Rys. 22-8 $K_p=5,1$, $K_I=34$, $K_D=0,19$

4. Precyzyjny dobór parametrów regulatora PID

Przyjrzeć się krzywej na wyjściu V_o modułu ACS-13008, aby sprawdzić, czy spełnia ona wymagania na odpowiedź systemu. Jeżeli nie, dopasowywać kolejno parametry regulatora PID, aż wymagania te zostaną spełnione. Patrz rysunek 22-9.



(a) $K_p=5,1$, $K_I=34$, $K_D=0,5$

(b) $K_p=5,5$, $K_I=18$, $K_D=0,5$

Rys. 22-9

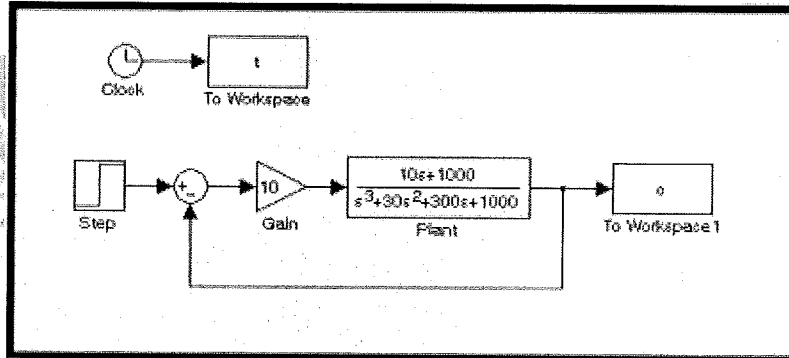
SYMULACJA SIMULINK

1. Załóżmy, że mamy obiekt

$$\frac{10(s + 100)}{(s + 10)^3} = \frac{10s + 1000}{s^3 + 30s^2 + 300s + 1000}$$

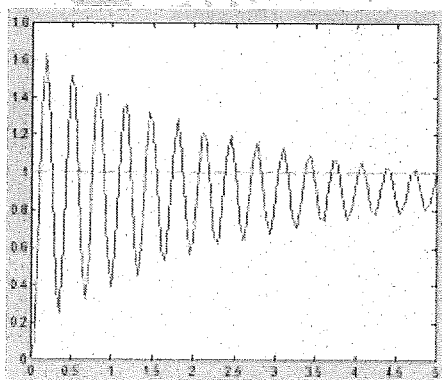
2. Wyznaczenie wartości K_u i P_u

- (1) W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 22-10.

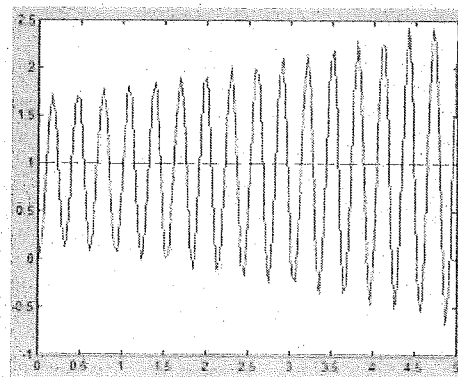


Rys. 22-10

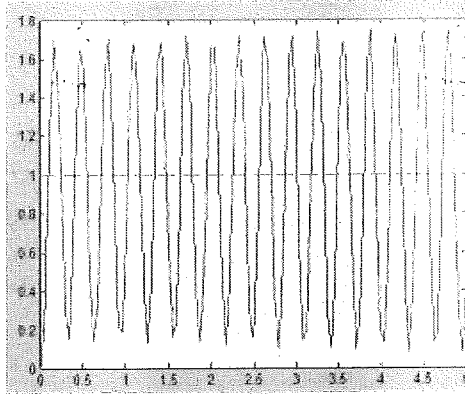
- (2) Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
- (3) Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 1.
- (4) Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_22_1.mdl.
- (5) Zwiększać wzmocnienie bloku Gain zaczynając od 10 (patrz rysunki 22-11(a) i (b)) do momentu pojawienia się na wyjściu $C(s)$ oscylacji o stałej amplitudzie, które pokazano na rysunku 22-11(c).



(a) $K=11$, oscylacje zbieżne



(b) $K=12$, oscylacje rozbieżne



(c) $K=11,5$, oscylacje o stałej amplitudzie

Rys. 22-11

(6) Z rysunku 22-11(c) otrzymujemy

$$K_u=11,5, P_u=0,29$$

Obliczone zgodnie z II metodą Zieglera-Nicholsa parametry regulatora PID są równe:

$$K_p=0,6K_u=6,9$$

$$T_I=0,5P_u=0,145$$

$$T_D=0,125P_u=0,03625$$

Regulator PID opisuje ogólna zależność

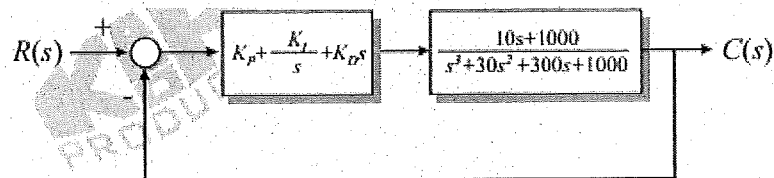
$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

Stąd otrzymujemy wartości K_I i K_D

$$K_I = \frac{K_p}{T_I} = 47,6$$

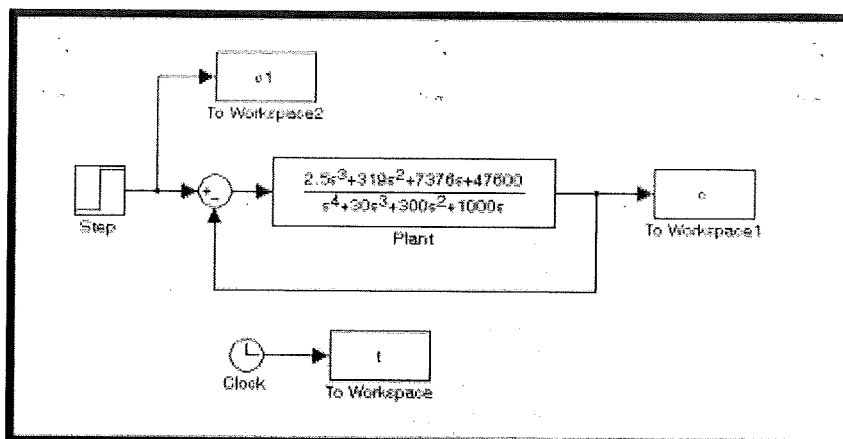
$$K_D = K_p T_D = 0,25$$

3. Włączyć regulator PID w system sterowania. Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą sprzężenia pokazano na rysunku 22-12.



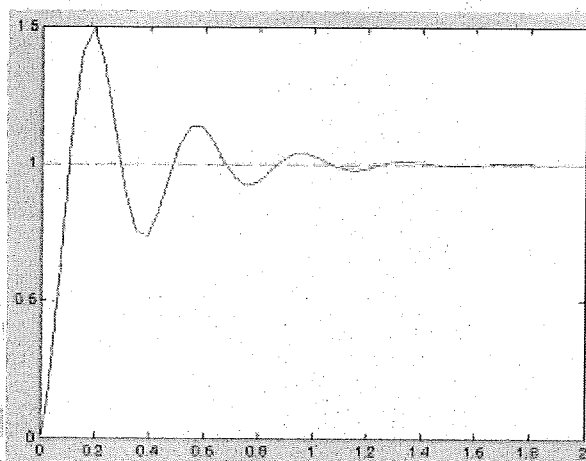
Rys. 22-12

- (1) Funkcja przejściowa systemu z zamkniętą pętlą jest kombinacją transmitancji regulatora PID i obiektu. Współczynnik członu s^3 w liczniku funkcji przejściowej jest równy $10K_D=2,5$, współczynnik członu s^2 jest równy $(10K_p+1000K_D)=319$, współczynnik członu s jest równy $(1000K_p+10K_I)=7376$, a składnik stały licznika jest równy $1000K_I=47600$.
- (2) W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 22-13.
- (3) Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.



Rys. 22-13

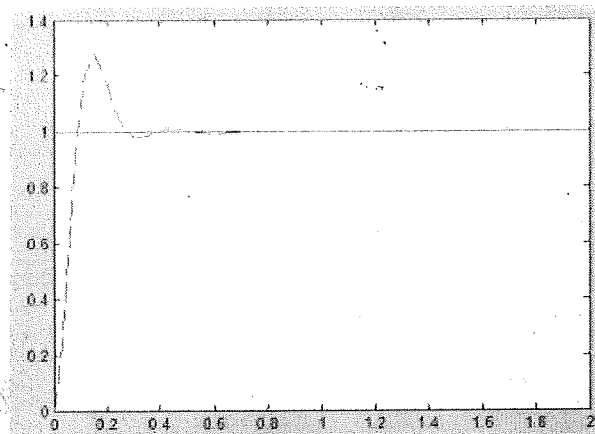
- (4) Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
- (5) Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_22_2.mdl.
- (5) Uruchomić symulację, aby uzyskać wynik jak na rysunku 22-14.



Rys. 22-14 Parametry regulatora PID: $K_p=6,9$, $K_I=47,6$, $K_D=0,25$

4. Dokładny dobór parametrów regulatora PID

- (1) Analizując krzywą odpowiedzi z rysunku 22-14, widzimy wyraźnie, że przerost napięcia jest większy od 25%, zatem regulator PID powinien zostać dostrojony.
- (2) Odpowiednio do wpływu pojedynczych regulatorów P, I i D na system, metodą kolejnych przybliżeń zmieniać wartości K_p , K_I i K_D , aż charakterystyka odpowiedzi spełni żądane wymagania.
- (3) Zmodyfikować K_D na 0,5 (K_p i K_I pozostawić niezmienione), uruchomić symulację i uzyskać wynik, jak na rysunku 22-15.



Rys. 22-15 Parametry regulatora PID: $K_p=6,9$, $K_I=47,6$, $K_D=0,5$

Ćwiczenie 23 Regulator PID (3) – kontrola położenia silnika DC

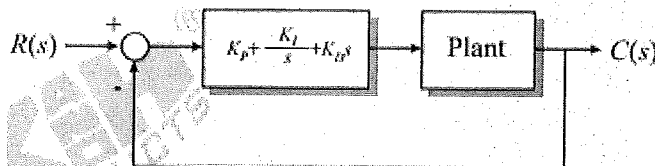
CEL ĆWICZEŃ

1. Zaprojektowanie regulatora PID metodą prób i błędów.
2. Zastosowanie zaprojektowanego regulatora PID do sterowania położeniem serwo-silnika DC.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Metody Zieglera-Nicholsa doboru nastaw regulatora PID zostały omówione w poprzednich ćwiczeniach. Jednak nie dla wszystkich obiektów te dwie metody są odpowiednie. W przypadku, gdy dla danego obiektu metody Zieglera-Nicholsa nie mogą być zastosowane, zalecana jest alternatywna metoda prób i błędów.

Rozważmy schemat blokowy systemu składającego się z obiektu i regulatora PID, pokazany na rysunku 23-1.



Rys. 23-1 Schemat blokowy układu obiekt + regulator PID

Aby zaprojektować regulator PID metodą prób i błędów, należy w pierwszej kolejności poznać wpływ pojedynczych regulatorów na system z zamkniętą pętlą, a następnie dobrać parametry regulatorów P, I lub D odpowiednio do rzeczywistej odpowiedzi systemu. Na podstawie poprzednich ćwiczeń z regulatorami P, I i D możemy podsumować wpływ tych regulatorów na system sterowania położeniem serwosilnika DC jak niżej:

1. Regulator proporcjonalny P powoduje przyspieszenie odpowiedzi systemu, ale wprowadza także przerost napięcia wyjściowego lub zwiększa ten przerost.
2. Regulator całkujący I może poprawić odpowiedź systemu w stanie ustalonym, ale pogarsza odpowiedź w stanie nieustalonym.
3. Regulator różniczkujący D może zredukować przerost napięcia, ale pogarsza odpowiedź w stanie ustalonym.

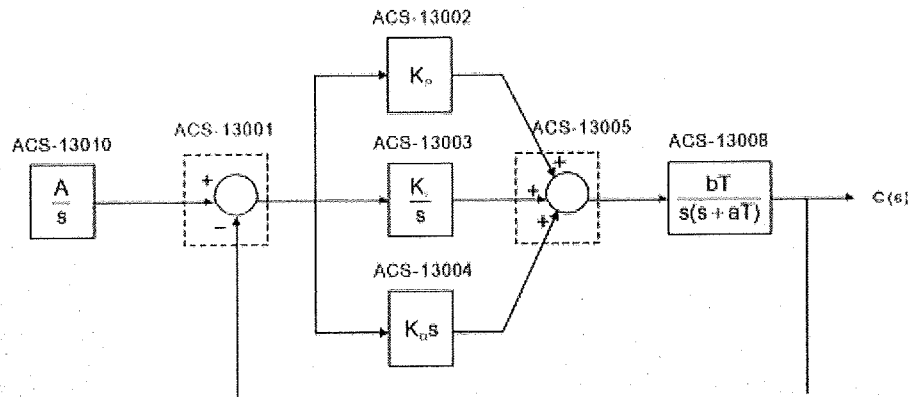
W celu dobrania parametrów regulatora PID zastosowanego w systemie sterowania położeniem serwosilnika DC należy:

1. Ustawić K_I i K_D na 0, a następnie regulować wartością K_p do uzyskania przerostu około 15%~25%.
2. Zwiększać wartość K_D do momentu zlikwidowania przerostu napięcia wyjściowego.
3. Przy zachowaniu braku przerostu powtórzyć punkty 1 i 2, aby ustawić K_p tak duże, jak to możliwe.
4. Zwiększać wartość K_I w celu poprawienia charakterystyki odpowiedzi w stanie ustalonym.
5. Powtarzać punkty od 1 do 4, dopóki nie zostaną spełnione wszystkie wymagania na odpowiedź systemu.

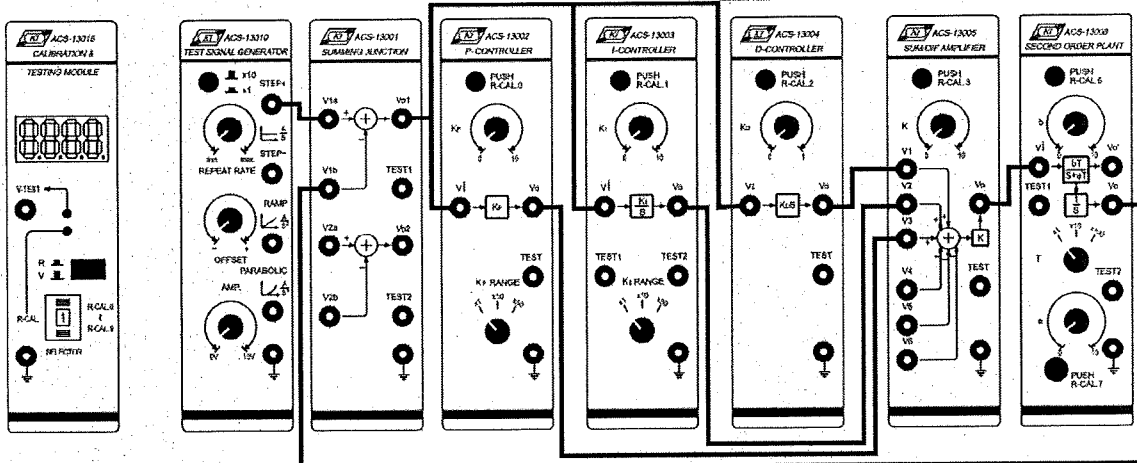
PROCEDURA

W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 do symulacji serwosilnika prądu stałego.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionym na rysunku 23-2.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

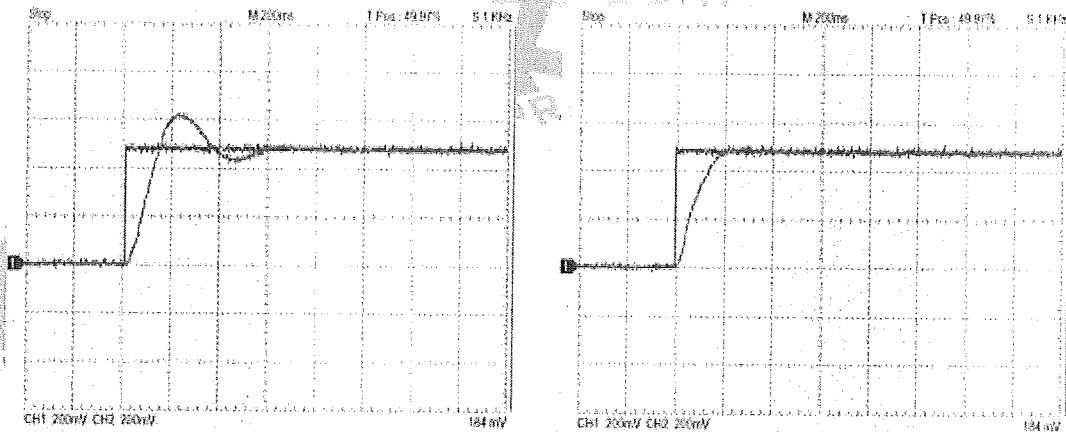
Rys. 23-2

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny o amplitudzie 0,5Vpp i częstotliwości 0,1Hz.
3. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10, a stałe a i b ustawić na 1. W takim przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażana zależnością:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+10)}$$

5. Połączyć wyjście V_0 modułu ACS-13002 z wejściem V3 modułu ACS-13005. Wejścia V2 modułu ACS-13005 (wyjście V_0 modułu ACS-13003) i V1 modułu ACS-13005 (wyjście V_0 modułu ACS-13004) pozostawić niepodłączone.
6. W module ACS-13002 wyregulować wartość K_p tak, aby przerosł w odpowiedzi systemu był równy około 15%~25%.
7. Podłączyć wyjście V_0 modułu ACS-13004 do wejścia V1 modułu ACS-13005. Regulować stałą K_D modułu ACS-13004 do zaniku przerosłu.

8. Zachowując stan, w którym w odpowiedzi systemu nie ma przerostu, powtarzać punkty 6 i 7, aby ustawić K_p w module ACS-13002 na możliwie największą wartość.
9. Jeżeli w odpowiedzi istnieje uchyb ustalony, podłączyć wyjście V_o modułu ACS-13003 do wejścia V2 modułu ACS-13005 i regulować stałą K_I w module ACS-13003 w celu uzyskania poprawy odpowiedzi systemu w stanie ustalonym.
10. Powtarzać punkty 6 do 9 dopóki wymagania na odpowiedź systemu nie zostaną spełnione.



(a) $K_p=15, K_I=0, K_D=0$

(b) $K_p=15, K_I=0, K_D=1$

Rys. 23-3 Odpowiedź na pobudzenie skokiem jednostkowym

SYMULACJA SIMULINK

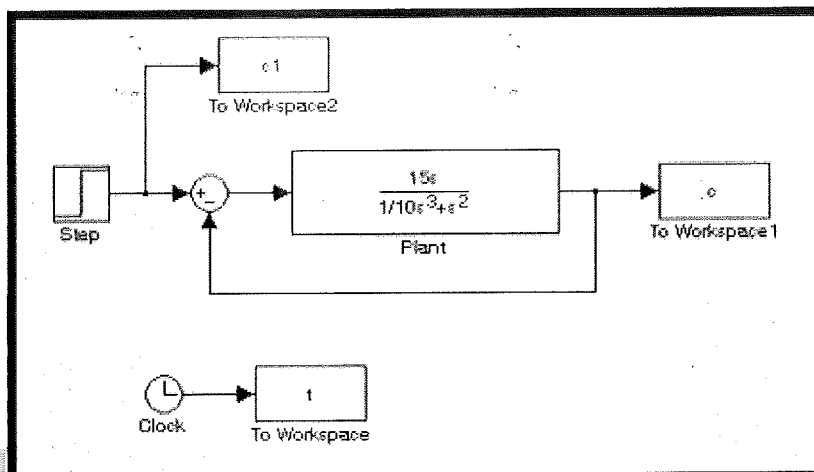
Poniżej zasymulujemy regulator PID w systemie sterowania w układzie zamkniętej pętli położeniem serwosilnika prądu stałego.

1. Przekształćmy funkcję przejściową serwoilnika DC z regulatorem PID do postaci:

$$\left(K_p + \frac{K_I}{s} + K_D \right) \left(\frac{10}{s(s+10)} \right) = \left(\frac{K_p s + K_I + K_D s^2}{s} \right) \left(\frac{1}{s \left(\frac{s}{10} + 1 \right)} \right)$$

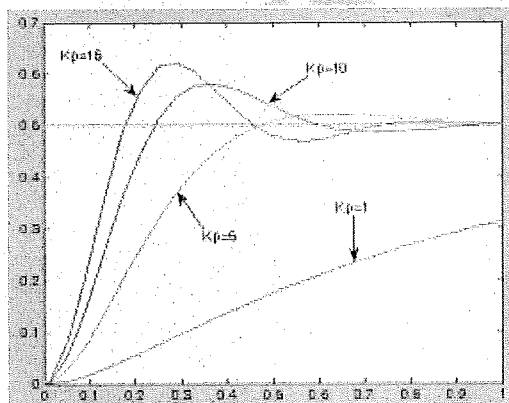
$$= \frac{K_p s + K_I + K_D s^2}{\frac{1}{10} s^3 + s^2}$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 23-4.

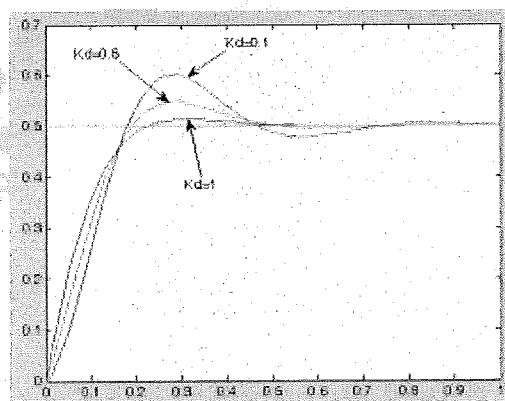


Rys. 23-4

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 0,5 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_23_1.mdl.
6. Zmodyfikować współczynnik członu s w liczniku funkcji przejściowej bloku Plant, czyli K_p , aby uzyskać przerost 15%~25%. Przykładowo, ustawiać $K_p = 1, 5, 10$ i 15 i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki pokazane na rysunku 23-5.
7. Zmodyfikować współczynnik członu s^2 w liczniku funkcji przejściowej bloku Plant, czyli K_D , aby spowodować zanik przerostu. Przykładowo, ustawiać $K_p=15$ i $K_D=0,1, 0,5, 1$ i uruchomić symulację, aby uzyskać wyniki pokazane na rysunku 23-6.

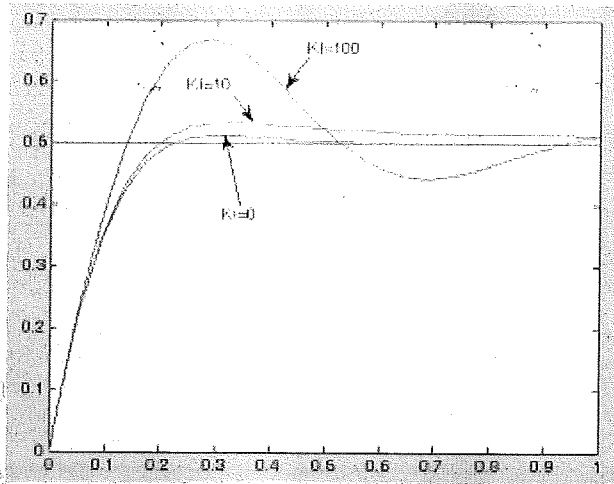


Rys. 23-5 $K_p=1, 5, 10; K_D=K_I=0$



Rys. 23-6 $K_D=0,1, 0,5, 1; K_p=15, K_I=0$

8. Zachowując stan, w którym w odpowiedź systemu nie ma przerostu, powtarzać punkty 6 i 7, aby ustawić K_p na możliwie największą wartość.
9. Zmodyfikować współczynnik członu s^0 w liczniku funkcji przejściowej bloku Plant, czyli K_I , na 0, 10 i 100, uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 23-7.



Rys. 23-7 $K_p=15$, $K_D=1$, $K_I=0, 10, 100$

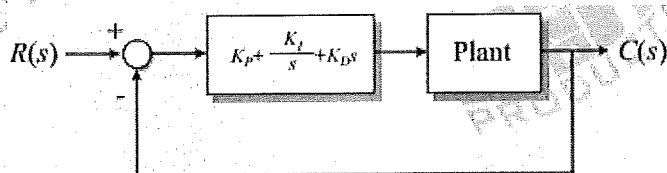
Ćwiczenie 24 Regulator PID (4) – kontrola prędkości silnika DC

CEL ĆWICZEŃ

1. Zaprojektowanie regulatora PID metodą prób i błędów.
2. Zastosowanie zaprojektowanego regulatora PID do sterowania prędkością serwosilnika DC.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Rysunek 24-1 przedstawia schemat blokowy systemu sterowania z zamkniętą pętlą sprzężenia składającego się z obiektu i regulatora PID.



Rys. 24-1 Schemat blokowy układu obiekt + regulator PID

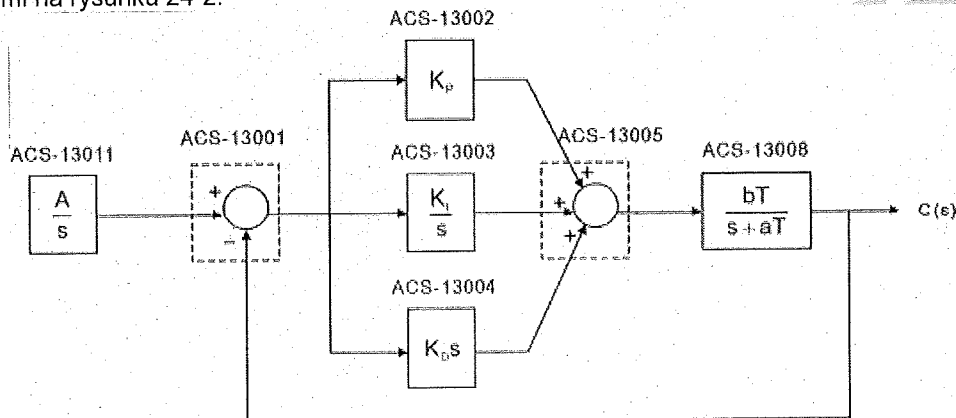
Obiekt (serwosilnik DC) w systemie sterowania prędkością serwosilnika jest obiektem typu 0. W celu dobrania parametrów regulatora PID zastosowanego w systemie sterowania prędkością serwosilnika DC należy:

1. Ustawić K_p i K_D na 0, a następnie regulować wartością K_i do uzyskania przerostu około 15%~25%.
2. Zwiększać wartość K_p do momentu zlikwidowania przerostu napięcia wyjściowego.
3. Zwiększać wartość K_D do zwiększenia szybkości odpowiedzi.
4. Powtarzać punkty od 1 do 3 dopóki nie zostaną spełnione wymagania na odpowiedź systemu.

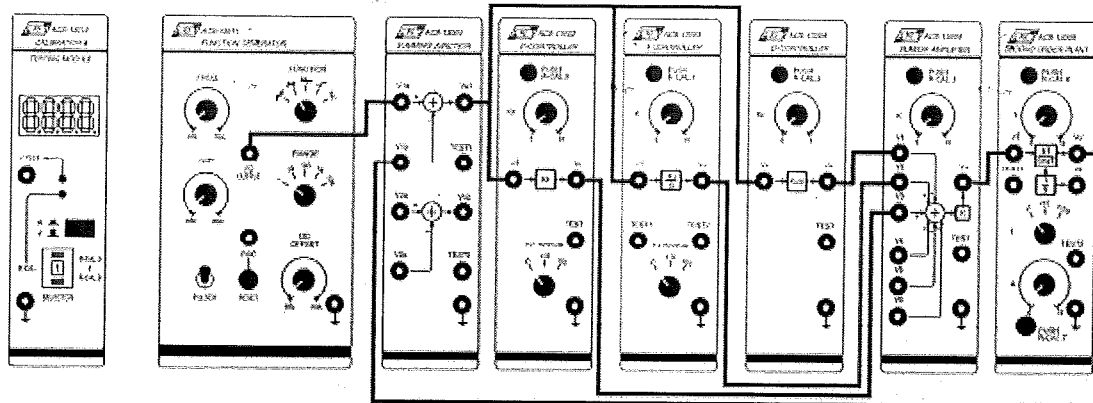
PROCEDURA

W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 do symulacji serwosilnika prądu stałego.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 24-2.



(a) Schemat blokowy



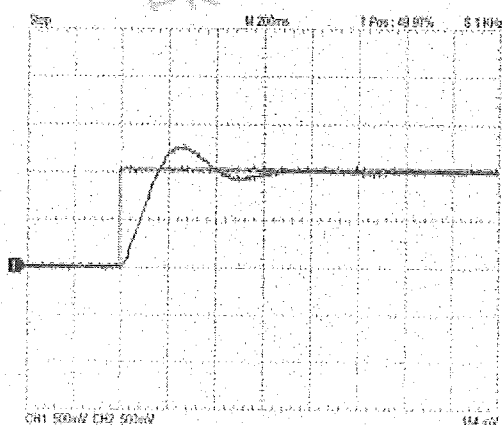
(b) Schemat połączeń

Rys. 24-2

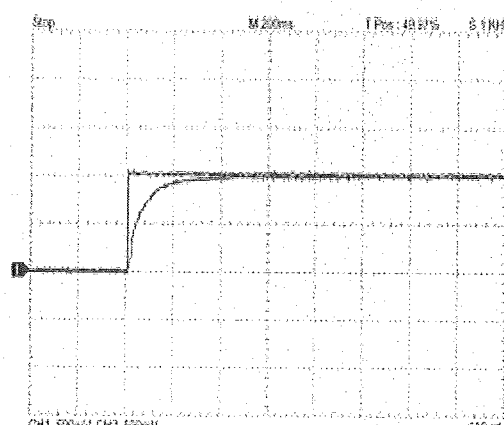
2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \square i pokrętkami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 1Vpp (poziom niski = 0V).
3. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10, a stałe a i b ustawić na 1. W takim przypadku funkcja przejściowa modułu ACS-13008 będzie wyrażana zależnością:

$$G(s) = \frac{10}{s + 10}$$

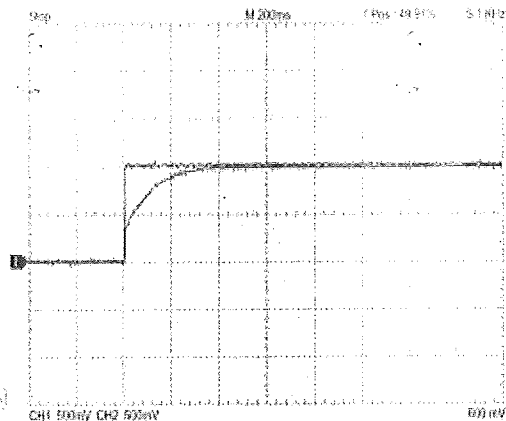
5. W module ACS-13004 ustawić $K_D=0$. W module ACS-13002 ustawić $K_p=0$.
6. W module ACS-13003 wyregulować wartość K_I tak, aby przerost odpowiedzi systemu był równy około 15%~25%, jak na rysunku 24-3(a).
7. W module ACS-13002 regulować stałą K_p do zaniku przerostu, jak pokazano na rysunku 24-3(b).
8. W module ACS-13004 regulować stałą K_D , tak aby uzyskać przyspieszenie odpowiedzi w stanie ustalonym.
9. Powtarzać punkty 6 do 8 dopóki wymagania na odpowiedź systemu nie zostaną spełnione, jak na rysunku 24-3(c).



(a) $K_p=0, K_I=15, K_D=0, 15\% \sim 25\%$



(b) $K_p=2, K_I=15, K_D=0$



(c) $K_p=2, K_i=15, K_D=0,08$

Rys. 24-3

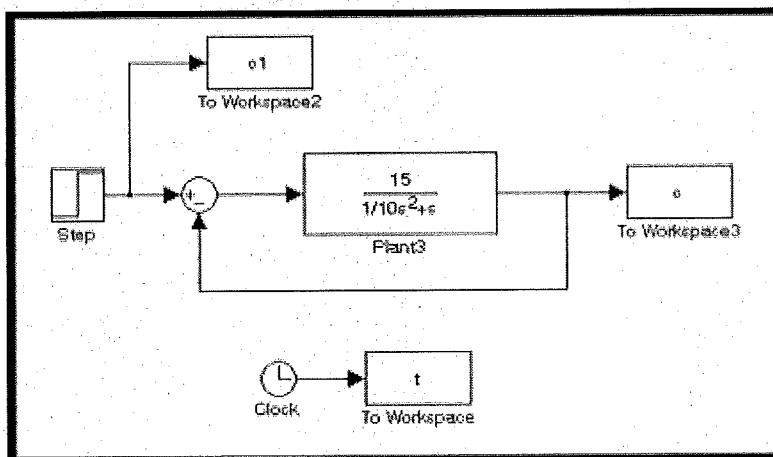
SYMULACJA SIMULINK

Poniżej zasymulujemy regulator PID w systemie sterowania prędkością serwisilnika prądu stałego.

1. Przekształćmy funkcję przejściową serwisilnika DC z regulatorem PID do postaci:

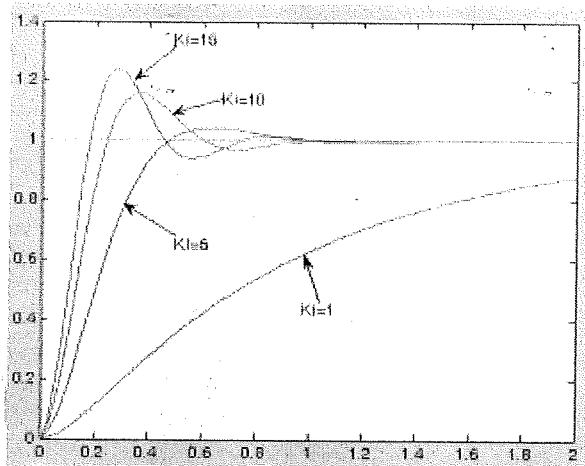
$$\left(K_p + \frac{K_I}{s} + K_D \right) \left(\frac{10}{s(s+10)} \right) = \frac{K_p s + K_I + K_D s^2}{\frac{1}{10} s^2 + s}$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 24-4.

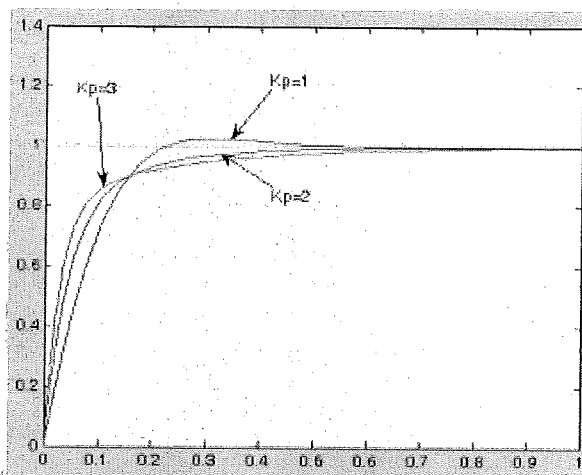


Rys. 24-4

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawień czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_24_1.mdl.
6. Zmodyfikować współczynnik członu s^0 w liczniku funkcji przejściowej bloku Plant3, czyli K_i , aby uzyskać przerost 15%~25%. Przykładowe wyniki dla $K_i = 1, 5, 10$ i 15 pokazano na rys. 24-5.
7. Zmodyfikować współczynnik członu s w liczniku funkcji przejściowej bloku Plant3, czyli K_p , aby spowodować zanik przerostu. Przykładowe wyniki dla $K_p=1, 2$ i 3 pokazano na rysunku 24-6.

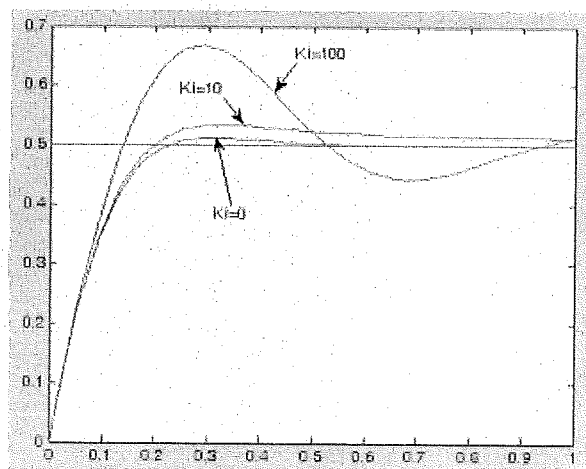


Rys. 24-5 $K_I=1, 5, 10, 15$; $K_D=0, K_p=0$



Rys. 24-6 $K_p=1, 2, 3$; $K_I=15, K_D=0$

8. Zmodyfikować współczynnik członu s^2 w liczniku funkcji przejściowej bloku Plant3, czyli K_D , tak aby spowodować przyspieszenie odpowiedzi systemu. Przykładowe wyniki dla $K_D=0,04, 0,08$ i $0,12$ pokazano na rysunku 24-7.



Rys. 24-7 $K_p=2, K_I=15, K_D=0,04, 0,08, 0,12$

9. Powtarzać punkty 6 do 8 dopóki wymagania na odpowiedź systemu nie zostaną spełnione.

Ćwiczenie 25 Zastosowanie regulatora PID do kontroli prędkości i położenia serwosilnika prądu stałego

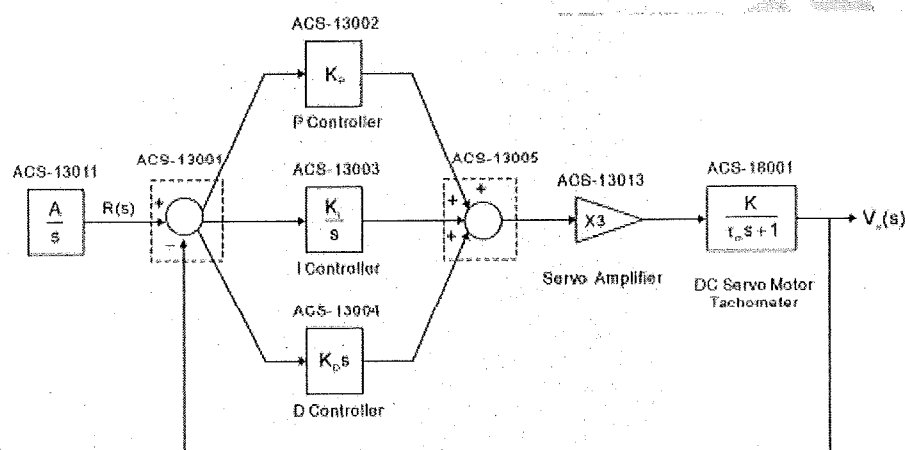
CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie zasady działania systemu kontroli prędkości i położenia serwosilnika DC PM.
2. Budowa praktycznego układu sterowania prędkością obrotową serwosilnika prądu stałego z regulatorem PID.
3. Budowa praktycznego układu sterowania położeniem kątowym serwosilnika prądu stałego z regulatorem PID.

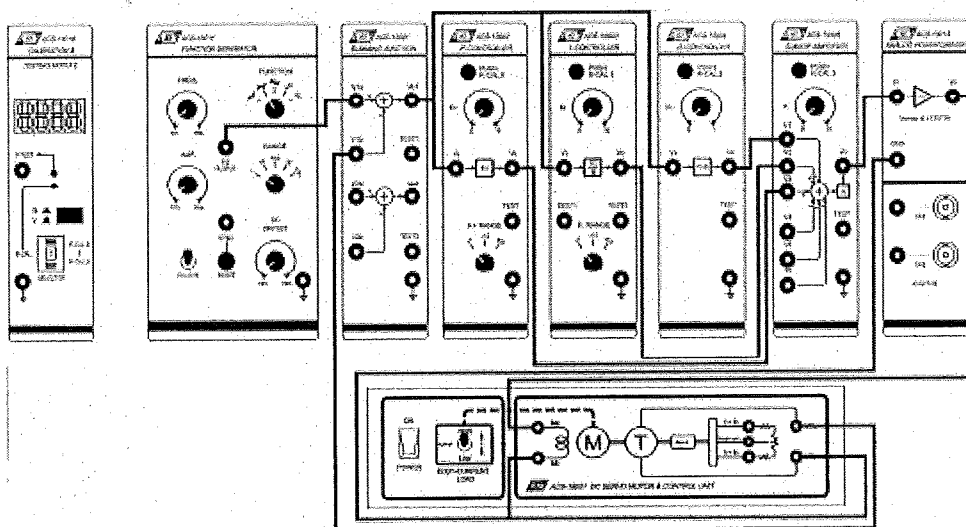
PROCEDURA

A. Regulator PID w układzie sterowania prędkością serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 25-1.



(a) Schemat blokowy

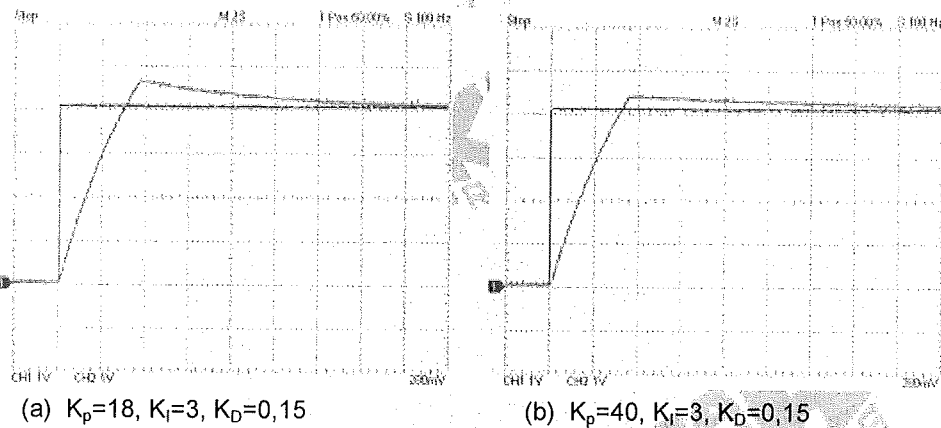


(b) Schemat połączeń

Rys. 25-1

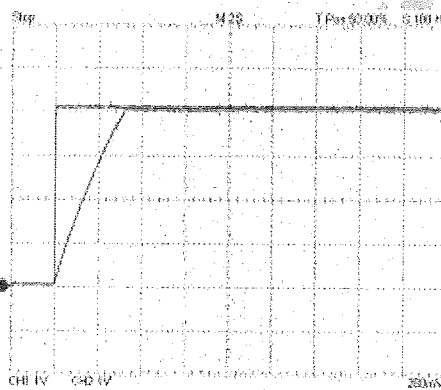
2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję odpowiadającą przebiegowi impulsowemu (┌) i pokrętkami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 4Vpp (poziom niski = 0V).
3. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
4. Metodą prób i błędów dobrać stałe K_p (ACS-13002), K_i (ACS-13003) i K_D (ACS-13004), tak aby system sterowania pracował stabilnie. Krzywe odpowiedzi takiego systemu pokazano na rysunku 25-2.

Uwaga: Przed naciśnięciem przycisku R-CAL w celu ustawienia parametrów systemu, odłączyć przewód połączeniowy od gniazda uzwojenia serwośilnika Ma.



(a) $K_p=18, K_i=3, K_D=0,15$

(b) $K_p=40, K_i=3, K_D=0,15$



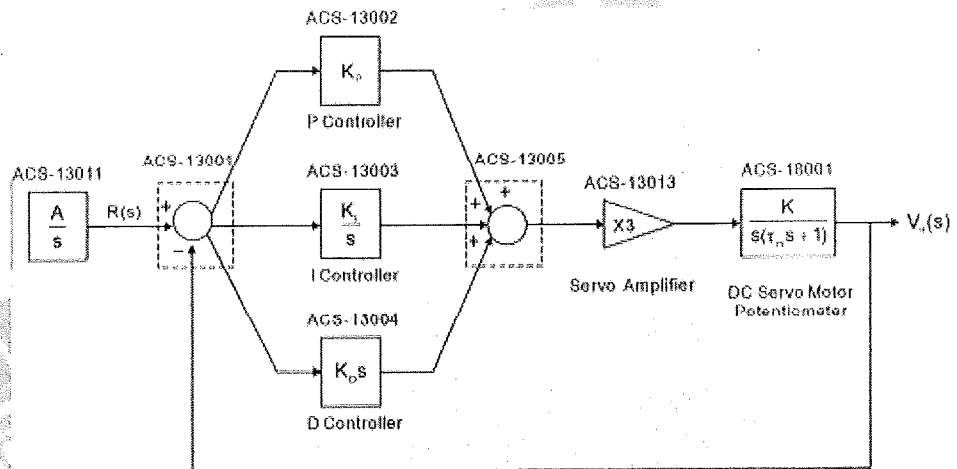
(c) $K_p=40, K_i=0,5, K_D=0,15$

Rys. 25-2

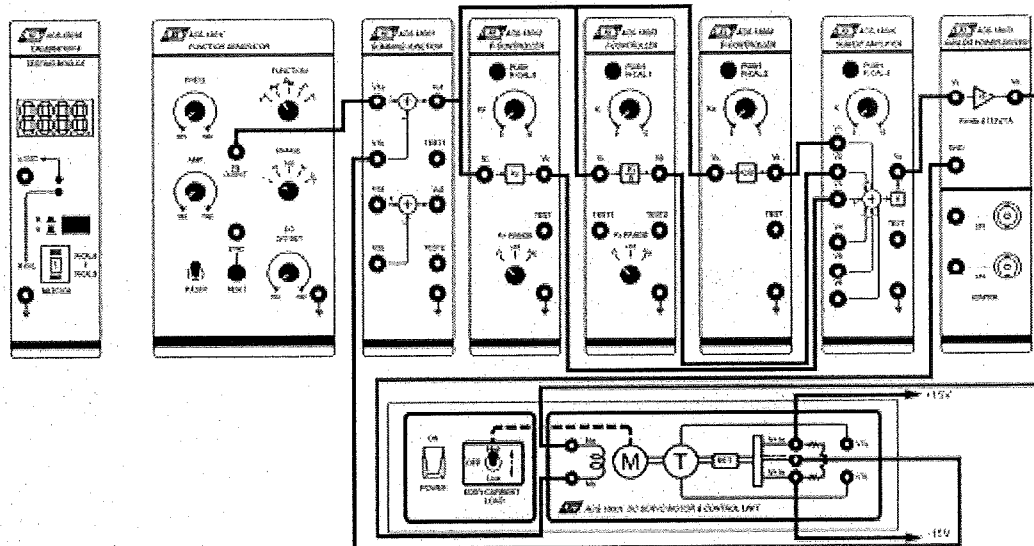
5. Zmodyfikować układ połączeń z rysunku 25-1, zastępując sterownik analogowy ACS-13013 sterownikiem cyfrowym PWM ACS-13014. Powtórzyć punkty 2 do 4 i porównać zanotowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.

B. Regulator PID w układzie kontroli położenia serwosilnika z zamkniętą pętlą.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 25-3.



(a) Schemat blokowy

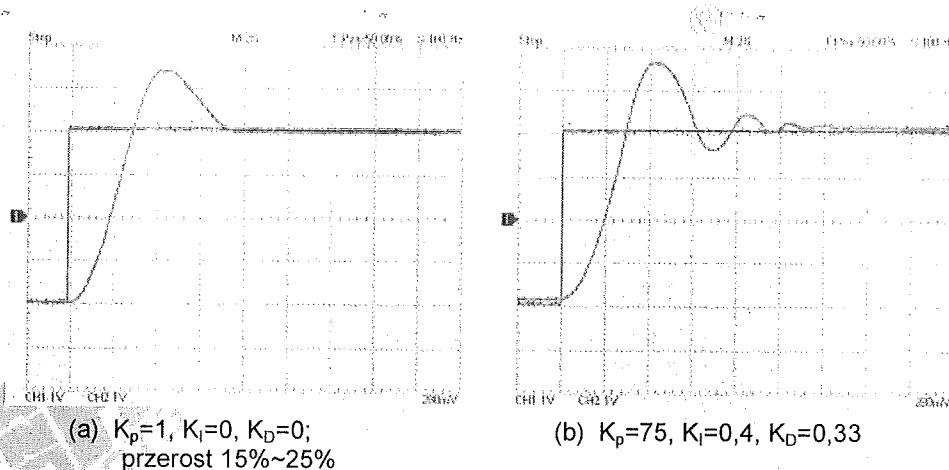


(b) Schemat połączeń

Rys. 25-3

2. W module ACS-13005 ustawić $K=1$.
3. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \square i pokrętkami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 4Vpp (poziom niski = -2V).
4. Ustawić K_I (ACS-13003) i K_D (ACS-13004) na 0. Wyregulować wartość K_P , tak aby uzyskać przerost 15%~25%.
5. Zwiększać wartość K_D (ACS-13004, regulator D) do likwidacji przerostu w krzywej odpowiedzi systemu.
6. Powtarzać punkty 2 i 3, zachowując kształt krzywej odpowiedzi bez przerostu, w celu zwiększenia K_P do możliwie największej wartości.
7. Zwiększyć wartość K_I (ACS-13003, regulator I) w celu zmniejszenia uchybu ustalonego.

8. Powtarzać punkty 4 do 7 dopóki wymagania na odpowiedź systemu nie zostaną spełnione, jak na rysunku 25-4.



Rys. 24-4

9. Zmodyfikować układ połączeń przedstawiony na rysunku 25-3, zastępując sterownik analogowy ACS-13013 cyfrowym sterownikiem PWM ACS-13014. Powtórzyć procedurę z punktów 4 do 8 i porównać zarejestrowane wartości uchybu ustalonego i krzywe odpowiedzi w stanie nieustalonym dla różnych sterowników.

Ćwiczenie 26 System regulacji z wewnętrzną pętlą sprzężenia

CEL ĆWICZEŃ

1. Przystudiowanie charakterystyk układu sterowania z wewnętrzną pętlą sprzężenia zwrotnego.
2. Zastosowanie układu z wewnętrzną różniczkującą pętlą sprzężenia zwrotnego w systemie sterowania położeniem kątowym serwośilnika prądu stałego.

PODSTAWY TEORETYCZNE

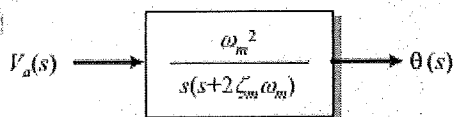
Dla systemu z regulacją kaskadową zarówno analiza, jak i konstrukcja systemu są bardzo proste. W systemach sterowania szeroko stosowane jest włączanie regulatora przed obiektem, jednakże w pewnych przypadkach wstawienie regulatora w wewnętrzną pętlę sprzężenia skutkuje pewnym szczególnym efektem. W poniższym ćwiczeniu jako przykładowy układ do przystudiowania zalet wewnętrznej różniczkującej pętli sprzężenia zwrotnego wykorzystamy system kontroli położenia kąowego serwośilnika prądu stałego.

W systemie kontroli położenia serwośilnika DC zasadniczo istnieje nie tylko sygnał zwrotny położenia, ale także sygnał zwrotny prędkości. Taki rodzaj sterowania ze sprzężeniem zwrotnym jest nazywany układem sterowania z wewnętrzną różniczkującą pętlą sprzężenia, która jest typem układu sterującego z pętlą wielokrotną.

Uproszczona funkcja przejściowa układu sterowania położeniem serwośilnika DC ma postać

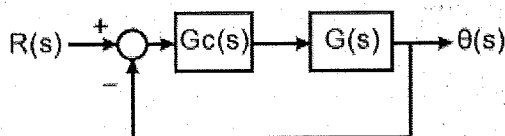
$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{\omega_m^2}{s(s + 2\zeta_m \omega_m)}$$

Schemat blokowy tego systemu pokazano na rysunku 26-1.



Rys. 26-1 Schemat blokowy układu kontroli położenia serwośilnika prądu stałego

Przed omówieniem układu sterowania z wewnętrzną pętlą różniczkującą rozważmy system z regulatorem kaskadowym, który pokazano na rysunku 26-2.



Rys. 26-2 Schemat blokowy systemu z regulacją kaskadową

Na powyższym rysunku $G(s)$ jest transmitancją obiektu sterowania (serwośilnik DC), a $G_c(s)$ - transmitancją regulatora kaskadowego. Przypomnijmy sobie właściwości regulatora kaskadowego PID, jak niżej:

1. Kaskadowy regulator proporcjonalny $G_C(s)=K_p$

Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{K_p \omega_m^2}{s^2 + 2\zeta \omega_m s + K_p \omega_m^2}$$

gdzie $\omega_n^2 = K_p \omega_m^2$, a ζ i ω_n są powiązane zależnością

$$2\zeta \omega_n = 2\zeta \omega_m \omega_m = \text{stała}$$

ω_n rośnie wraz ze wzrostem K_p . Ponieważ $2\zeta \omega_n = \text{stała}$, dlatego ζ maleje, gdy ω_n rośnie.

Analizując funkcję przejściową układu z zamkniętą pętlą, widzimy, że zmiana wartości K_p kaskadowego regulatora proporcjonalnego zmienia współczynnik członu s^0 w liczniku i mianowniku.

2. Kaskadowy regulator różniczkujący $G_C(s)=K_D s$

Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{K_D \omega_m^2 s}{s^2 + (2\zeta \omega_m + K_D \omega_m^2) s + \omega_m^2}$$

gdzie $\omega_n = \omega_m$, a ζ i ω_n są powiązane zależnością

$$2\zeta \omega_n = 2\zeta \omega_m + K_D \omega_m^2$$

Patrząc na licznik funkcji przejściowej układu z zamkniętą pętlą, widzimy, że K_D rośnie wraz ze wzrostem wartości $2\zeta \omega_n$. Ponieważ $\omega_n = \omega_m = \text{stała}$, to wzrost wartości $2\zeta \omega_n$ jest równoważny wzrostowi współczynnika tłumienia ζ , zatem w systemie z zamkniętą pętlą K_D ma wpływ jedynie na wartość ζ . Rozważmy teraz licznik transmitancji, tj. $K_D \omega_m^2 s$, gdy odpowiedź na skok jednostkowy w stanie ustalonym jest równa zero. Z funkcji przejściowej systemu z zamkniętą pętlą widzimy, że stała K_D kaskadowego regulatora różniczkującego ma wpływ jedynie na współczynniki członów s^1 licznika i mianownika funkcji.

3. Kaskadowy regulator proporcjonalno-różniczkujący $G_C(s)=K_D s + K_p$

Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{\omega_m^2 (K_D s + K_p)}{s^2 + (2\zeta \omega_m + K_D \omega_m^2) s + K_p \omega_m^2}$$

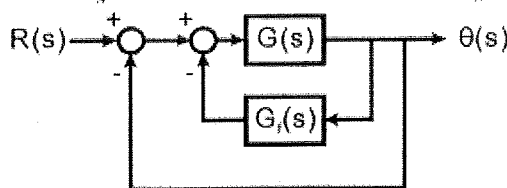
gdzie $\omega_n^2 = K_p \omega_m^2$, a ζ i ω_n są powiązane zależnością

$$2\zeta \omega_n = 2\zeta \omega_m + K_D \omega_m^2$$

Analizując mianownik funkcji przejściowej układu z zamkniętą pętlą dla ustalonej wartości K_p , możemy zauważyć, że współczynnik tłumienia ζ rośnie wraz ze wzrostem K_D , ale ω_n pozostaje niezmienna. Jeżeli K_D jest stałe, ω_n rośnie wraz ze wzrostem K_p , ale ζ maleje. Z licznika transmitancji systemu z zamkniętą pętlą $\omega_m^2 (K_D s + K_p)$ widzimy, że odpowiedź systemu dąży do zera dla $s = -K_p/K_D$.

Z funkcji przejściowej systemu z zamkniętą pętlą jest jasne, że zmiana K_D kaskadowego regulatora proporcjonalno-różniczkującego zmienia współczynniki członu s^1 w liczniku i mianowniku, natomiast zmiana K_p zmienia współczynniki członu s^0 w liczniku i mianowniku.

Kontynuując omawianie systemu sterującego z wewnętrzną pętlą sprzężenia zwrotnego, rozważymy teraz system z rysunku 26-3.



Rys. 26-3 Schemat blokowy systemu z regulatorem w pętli sprzężenia zwrotnego

Na powyższym rysunku $G(s)$ jest transmitancją obiektu sterowania (serwosilnik DC), a $G_f(s)$ - transmitancją regulatora w pętli sprzężenia zwrotnego. Rozważmy właściwości regulatorów w pętli sprzężenia zwrotnego, jak niżej:

1. Regulator proporcjonalny $G_f(s) = K_p$

Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{\omega_m^2}{s^2 + 2\zeta \omega_m s + K_p \omega_m^2}$$

Porównując tę funkcję z funkcją przejściową kaskadowego regulatora proporcjonalnego, widzimy, że jedyną różnicą między tymi dwiema funkcjami jest wzmacnienie. Dla odpowiedzi na skok jednostkowy różnica ta wpływa na uchyb ustalony tej drugiej funkcji. Innymi słowy, im większe K_p , tym większa ω_m , mniejszy ζ i większy uchyb ustalony odpowiedzi na skok jednostkowy.

Analizując powyższą funkcję przejściową, widzimy, że zmiana wartości K_p wpływa jedynie na współczynnik członu s^0 mianownika.

2. Regulator różniczkujący $G_f(s) = K_D s$

Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{\omega_m^2}{s^2 + (2\zeta \omega_m + K_D \omega_m^2)s + \omega_m^2}$$

Porównując tę funkcję z funkcją przejściową kaskadowego regulatora różniczkującego, widzimy, że funkcje mają różne liczniki, ale jednakowe mianowniki. Analizując powyższą funkcję przejściową, możemy zauważyć, że $\omega_n = \omega_m$ i $2\zeta \omega_n = 2\zeta \omega_m + K_D \omega_m^2$.

Jest jasne, że wartość $2\zeta \omega_n$ rośnie, gdy rośnie K_D . Ponieważ $\omega_n = \omega_m = \text{stała}$, to zwiększanie wartości $2\zeta \omega_n$ jest równoważne ze wzrostem współczynnika tłumienia ζ , zatem w systemie z zamkniętą pętlą K_D wpływa jedynie na wartość ζ .

Analizując powyższą funkcję przejściową, widzimy, że zmiana wartości K_D wpływa jedynie na współczynnik członu s^1 mianownika.

3. Drugi regulator różniczkujący $G_f(s) = K s^2$

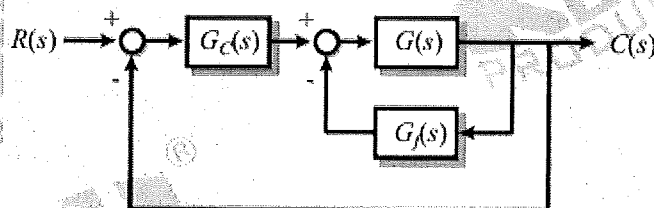
Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{\omega_m^2}{(K+1)s^2 + 2\zeta \omega_m s + \omega_m^2}$$

Analizując powyższą funkcję przejściową, zauważmy, że wartość bezwzględna K ma wpływ jedynie na współczynnik członu s^2 mianownika funkcji.

Wewnętrzna różniczkująca pętla sprzężenia zwrotnego ma wpływ jedynie na współczynniki w mianowniku funkcji przejściowej. Pierwszy regulator różniczkujący wpływa na współczynnik członu s^1 , natomiast drugi – na współczynnik członu s^2 mianownika, a n -ty regulator różniczkujący – na współczynnik członu s^n .

W przypadku obiektu drugiego rzędu kaskadowy regulator proporcjonalny poprawia częstotliwość drgań własnych ω_n systemu z zamkniętą pętlą, ale zmniejsza współczynnik tłumienia ζ , natomiast pierwsza wewnętrzna pętla różniczkująca wpływa tylko na współczynnik członu s^1 mianownika lub współczynnik ζ systemu z zamkniętą pętlą. W celu poprawy wartości ω_n i ζ systemu z zamkniętą pętlą jednocześnie należy zastosować kaskadowy regulator proporcjonalny i pierwszą wewnętrzną pętlę różniczkującą. Schemat blokowy takiego systemu pokazano na rysunku 26-4.



Rys. 26-4 Schemat blokowy systemu z regulatorem kaskadowym i wewnętrzną pętlą sprzężenia

Funkcja przejściowa układu z zamkniętą pętlą ma wtedy postać

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{K_p \omega_m^2}{s^2 + (2\zeta_m \omega_m + K_D \omega_m^2)s + K_p \omega_m^2}$$

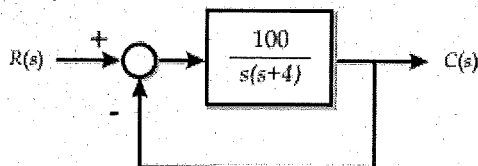
Widać, że ω_n rośnie, gdy rośnie K_p , ale ζ maleje. Współczynnik tłumienia ζ może być zwiększony przez wzrost K_D .

Zaletami połączenia kaskadowego regulatora proporcjonalnego i pierwszej wewnętrznej pętli różniczkującej są: 1) ω_n i ζ można regulować i 2) uchyb ustalony i odpowiedź na skok jednostkowy są równe 0.

Poniżej użyjemy systemu regulacji położenia serwośilnika prądu stałego jako przykładu do demonstracji zalet wewnętrznej różniczkującej pętli sprzężenia zwrotnego. Niech transmitancja obiektu jest równa

$$G(s) = \frac{100}{s(s+4)}$$

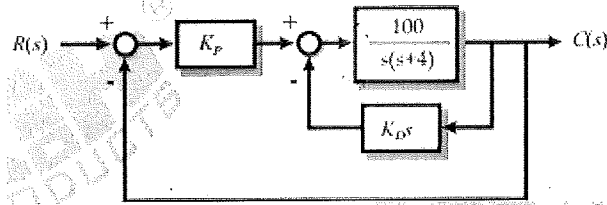
Rozważmy system z pojedynczą pętlą sprzężenia pokazany na rysunku 26-5.



Rys. 26-5 Schemat blokowy systemu z z pojedynczą pętlą sprzężenia

W systemie tym $\zeta_m=0,2$ i $\omega_n=10$.

Łącząc kaskadowy regulator proporcjonalny i pierwszą wewnętrzną pętlę różniczkującą otrzymujemy schemat blokowy systemu sterowania położeniem serwośilnika DC pokazany na rysunku 26-6.



Rys. 26-6 System z kaskadowym regulatorem P i regulatorem D w wewnętrznej pętli sprzężenia

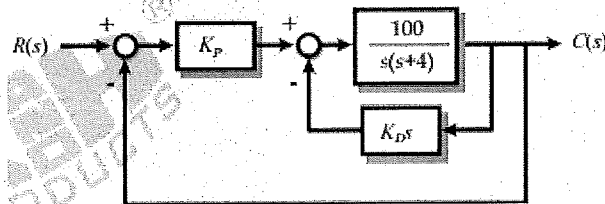
Zgodnie z przeprowadzonymi powyżej rozważaniami ζ i ω_n tego systemu można wyrazić zależnościami

$$\omega_m = \sqrt{K_p} \omega_m = 10\sqrt{K_p}$$

$$\zeta = \frac{\zeta_m + 0,5K_D \omega_m}{\sqrt{K_p}} = \frac{0,2 + 5K_D}{\sqrt{K_p}}$$

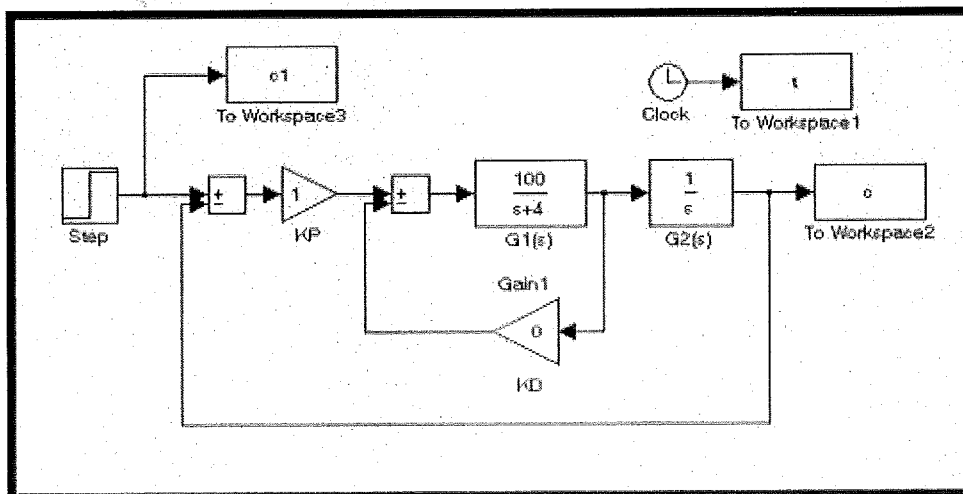
SYMULACJA SIMULINK

1. Dla wygody przekształćmy schemat blokowy z rysunku 26-6 do postaci z rysunku 26-7.



Rys. 26-7. Schemat blokowy systemu

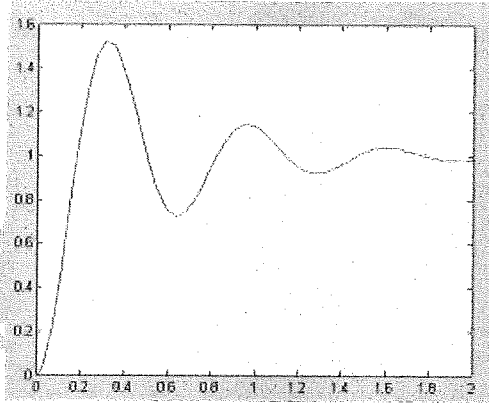
2. Uruchomić aplikację Simulink. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 26-8.



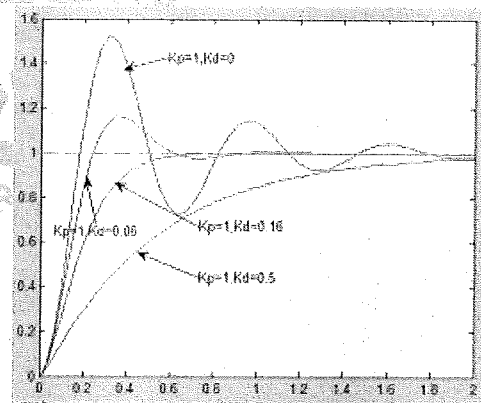
Rys. 26-8

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.

4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_26_1.mdl.
6. W pierwszej kolejności zasymulować system z pojedynczą pętlą sprzężenia z rysunku 26-5, ustawiając blok K_p na 1 i blok K_D na 0. Uzyskane wyniki pokazano na rysunku 26-9.
7. Ustawić $K_p=1$. Wykonać symulację dla $K_D=0,06, 0,16$ i $0,5$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 26-10.



Rys. 26-9



Rys. 26-10

8. Ustawić $K_D=0,06$. Wykonać symulację dla $K_p=1, 2, 4$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 26-11.
9. Obliczyć K_p i K_D dla $\zeta=0,5$ i $\omega_n=10$ oraz $\zeta=0,5$ i $\omega_n=20$
 - (1) Gdy $\zeta=0,5$ i $\omega_n=10$, wartości K_p i K_D są obliczane z zależności

$$\omega_m = \sqrt{K_p} \omega_n, \quad \zeta = \frac{\zeta_n + 0,5K_D \omega_n}{\sqrt{K_p}}$$

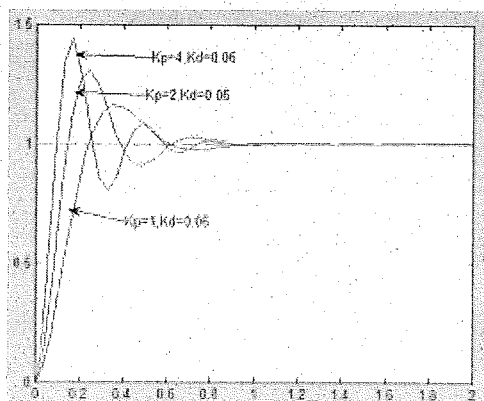
wtedy $K_p=1$ i $K_D=0,06$.

- (2) Gdy $\zeta=0,5$ i $\omega_n=20$, wartości K_p i K_D są obliczane z zależności

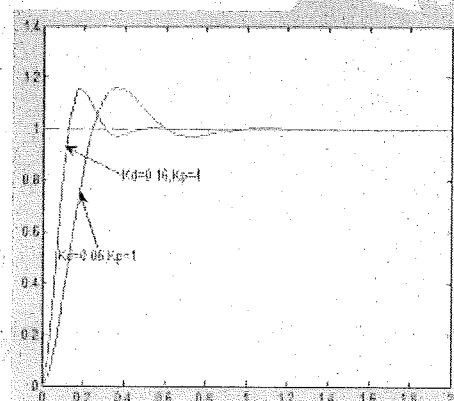
$$\omega_m = \sqrt{K_p} \omega_n, \quad \zeta = \frac{\zeta_n + 0,5K_D \omega_n}{\sqrt{K_p}}$$

wtedy $K_p=4$ i $K_D=0,16$.

Uruchomić symulację i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 26-12.



Rys. 26-11

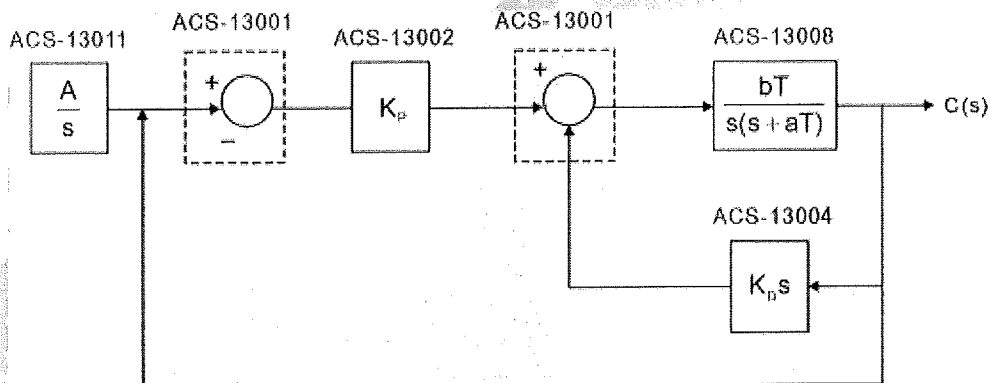


Rys. 26-12

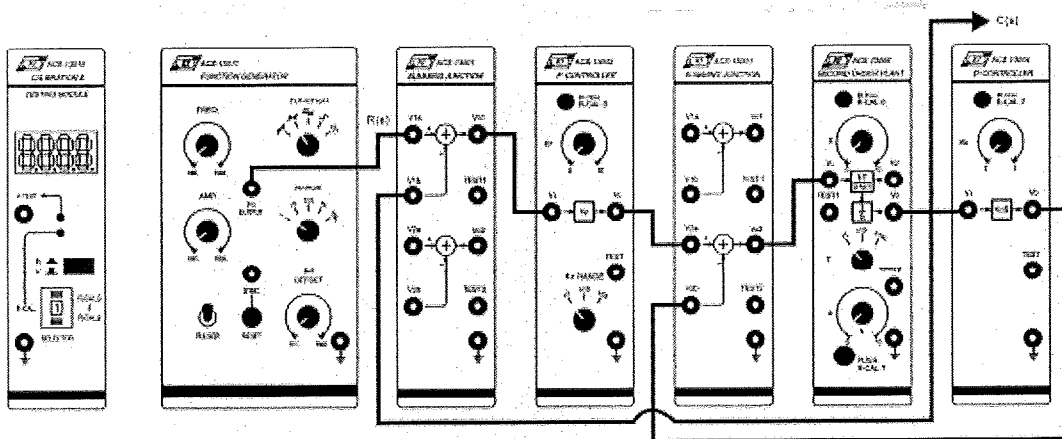
PROCEDURA

W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 do symulacji serwosilnika prądu stałego.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 26-13.



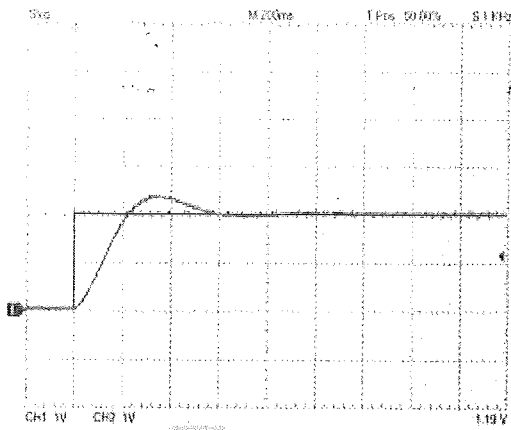
(a) Schemat blokowy



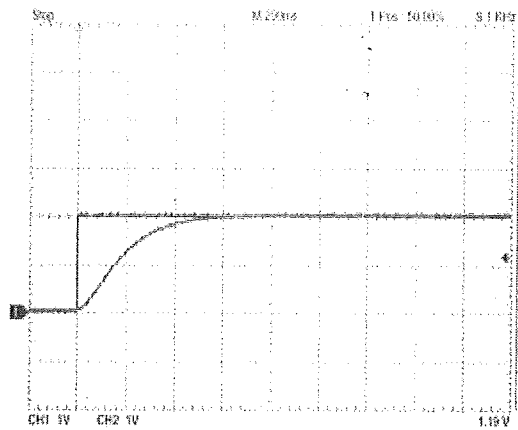
(b) Schemat połączeń

Rys. 26-13

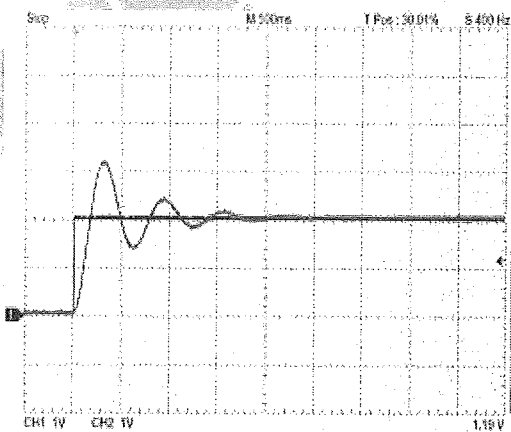
2. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \square i pokrętkami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 2Vpp (poziom niski = 0V).
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz $a=0,4$ i $b=10$.
4. W module ACS-13002 ustawić $K_p=1$. W module ACS-13004 ustawić $K_D=0,06$.
5. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zanotować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 26-14(a).
6. Powtórzyć punkt 5 dla $K_D=0,16$ i 0 i zanotować wyniki, które pokazano na rysunkach odpowiednio 26-14(b) i (c).
7. W module ACS-13002 ustawić $K_p=2$. W module ACS-13004 ustawić $K_D=0,06$. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zanotować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 26-14(d).
8. Powtórzyć punkt 7 dla $K_p=4$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 26-14(e). Porównać te wyniki z rysunkami 26-11 i 26-12.



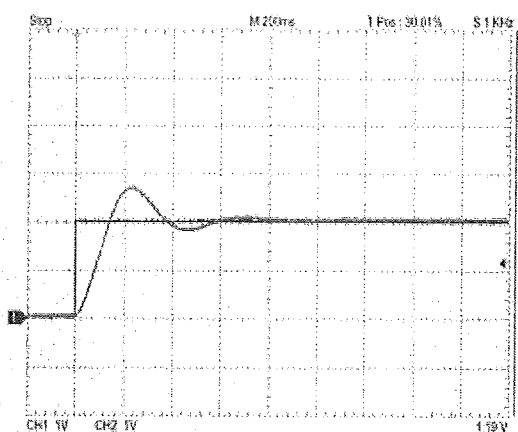
(a) $K_p=1, K_D=0,06$



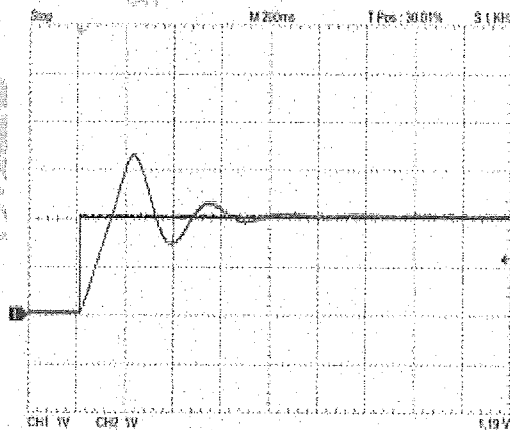
(b) $K_p=1, K_D=0,16$



(c) $K_p=1, K_D=0$



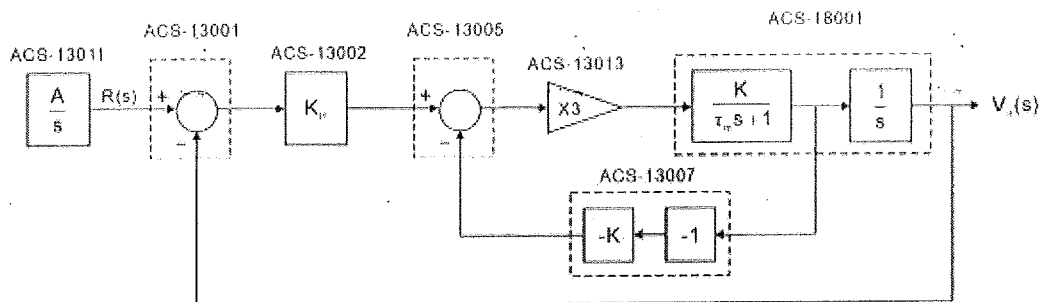
(d) $K_p=2, K_D=0,06$



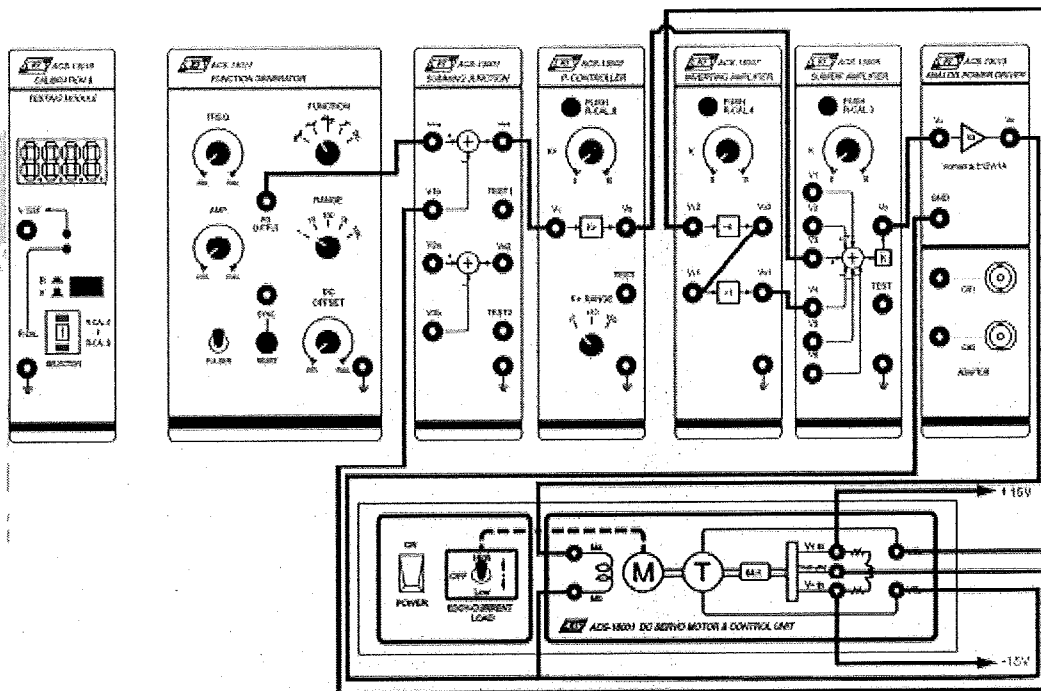
(e) $K_p=4, K_D=0,06$

Rys. 26-14

9. W poniższym ćwiczeniu wykorzystujemy moduł serwoilnika DC z obwodami kontrolnymi ACS-18001. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 26-15.



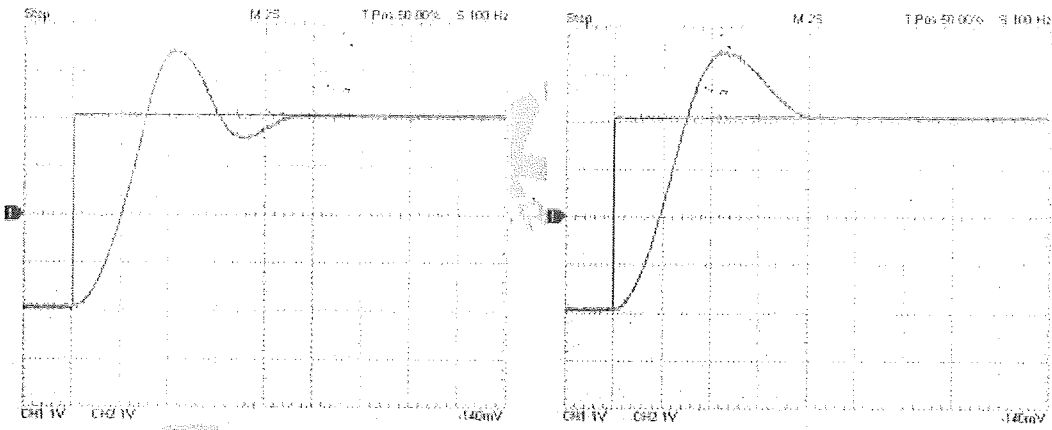
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 26-15

10. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję Pulse \square i pokrętkami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 4Vpp (poziom niski = -2V).
11. W module ACS-13002 ustawić $K_p=5$. W module ACS-13007 ustawić $K=0,18$.
12. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zanotować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 i VTa modułu ACS-18001, które pokazano na rysunku 26-16(a).
13. Powtórzyć punkt 12 dla $K_p=2$ i $K=0,18$ i zanotować wyniki, które pokazano na rysunku 26-16(b).



(a) $K_p=5$, $K=0,18$

(b) $K_p=2$, $K=0,18$

Rys. 26-16

Ćwiczenie 27 Wyprzedzający kompensator fazy (1)

CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie i zrozumienie funkcjonowania wyprzedzającego kompensatora fazy w systemach sterowania.
2. Zaprojektowanie wyprzedzającego kompensatora fazy z użyciem metody linii pierwiastkowych.

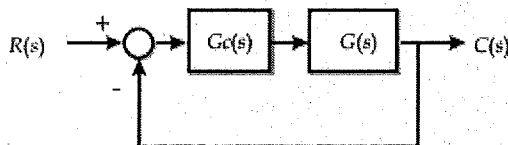
PODSTAWY TEORETYCZNE

Wyprzedzający kompensator fazy jest obwodem kompensacyjnym, który zapewnia dodatnie przesunięcie fazy w całym zakresie częstotliwości użytecznych systemu. Dlatego przyspieszenie fazy może być wykorzystane do spowodowania, żeby system posiadał odpowiedni margines fazy niezbędny do jego prawidłowej pracy.

Wyprzedzający kompensator fazy powoduje bardziej stabilną pracę systemu i poprawia jego odpowiedź w stanie nieustalonym, zatem kompensator ten jest przydatny w poniższych sytuacjach:

1. Obiekt z regulatorem proporcjonalnym nie jest w stanie zapewnić stabilności systemu z zamkniętą pętlą niezależnie od wartości stałej K_p .
2. System jest stabilny, ale jego odpowiedź w stanie nieustalonym jest nieodpowiednia.

Przed przystąpieniem do zaprojektowania wyprzedzającego kompensatora fazy najpierw omówimy jego funkcje, używając metody linii pierwiastkowych. Rozważmy system z zamkniętą pętlą pokazany na rysunku 27-1.



Rys. 27-1. Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą

Na powyższym rysunku $G_c(s)$ jest funkcją przejściową kompensatora, a $G(s)$ jest funkcją przejściową obiektu. Załóżmy, że $G_c(s)$ i $G(s)$ są równe:

$$G_c(s) = K, \quad K > 0$$

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}$$

Równanie charakterystyczne systemu z zamkniętą pętlą może być zapisane w postaci

$$1 + G_c(s)G(s) = 0$$

lub

$$G_c(s)G(s) = -1$$

Ponieważ s jest liczbą zespoloną, to aby powyższe równania były prawdziwe, spełnione muszą być jednocześnie dwa poniższe warunki:

1. Warunek modułu

$$|G_c(s)G(s)| = 1$$

2. Warunek kąta

$$\angle G_c(s)G(s) = \pm 180^\circ(2k + 1) \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Ponieważ

$$\angle G_c(s)G(s) = \sum_{i=1}^m \angle(s + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s + p_j)$$

zatem

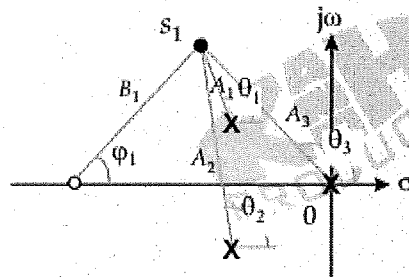
$$\sum_{i=1}^m \angle(s + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s + p_j) = \pm 180^\circ(2k + 1)$$

Do interpretacji powyższych warunków użyjemy przykładu i wykresu. Załóżmy, że

$$G_c(s) = K, \quad K > 0$$

$$G(s) = \frac{s + z_1}{s(s + p_1)(s + p_2)}$$

Z powyższych równań widzimy, że funkcja $G(s)$ ma zero dla $-z_1$ i trzy bieguny dla $-p_1$, $-p_2$ i $-p_3=0$. Przypuśćmy, że zero i bieguny transmitancji $G(s)$ pokazano na rysunku 27-2.



Rys. 27-2 Zero i bieguny funkcji przejściowej $G(s)$

Jeżeli s_1 jest pierwiastkiem równania charakterystycznego, wtedy

1. Warunek modułu

$$|G_c(s)G(s)| = \frac{|K| |s_1 + z_1|}{|s_1| |s_1 + p_1| |s_1 + p_2|} = \frac{KB_1}{A_1 A_2 A_3} = 1$$

2. Warunek kąta

$$\begin{aligned} & \angle(s_1 + z_1) - \angle s_1 - \angle(s_1 + p_1) - \angle(s_1 + p_2) \\ &= \phi_1 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 \\ &= \pm 180^\circ(2k + 1) \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

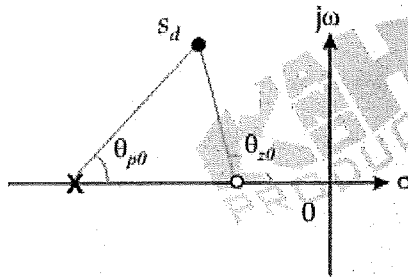
Rozważmy teraz przypadek, gdy faza kompensatora wyprzedzającego jest ujemna $|z| < |p|$. Funkcje przejściowe systemu z zamkniętą pętlą z rysunku 27-1 wyrażona są zależnościami:

$$G_c(s) = K_c \frac{s + z_0}{s + p_0} \quad |p_0| > |z_0|$$

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}$$

Jeżeli s_d jest pierwiastkiem równania charakterystycznego, to zgodnie z warunkiem kąta

$$\begin{aligned} \angle G_c(s_d)G(s_d) &= \angle G_c(s_d) + \angle G(s_d) \\ &= \theta_{z_0} - \theta_{p_0} + \angle G(s_d) \\ &= \pm 180^\circ(2k + 1) \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$



Rys. 27-3 Zero i biegun wyprzedzającego kompensatora fazy

Z rysunku 27-3 widać, że $\theta_{z_0} > \theta_{p_0}$. Innymi słowy, równanie charakterystyczne zapewnia kompensację fazy dodatniej, która przesuwa biegun systemu w lewo, co powoduje, że system z zamkniętą pętlą staje się stabilny.

Aby zaprojektować wyprzedzający lub opóźniający kompensator fazy metodą linii pierwiastkowych, należy wykonać poniższe czynności wstępne:

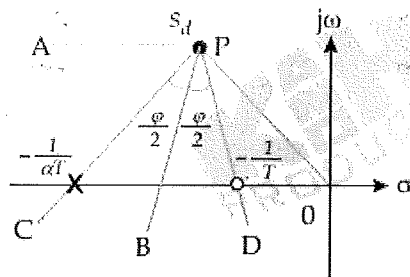
1. Określić specyfikację systemu, jak odpowiedź przejściowa (stan nieustalony), odpowiedź w stanie ustalonym, przerost, czas ustalania itd.
2. Odpowiednio do specyfikacji z punktu 1. metodą matematyczną znaleźć biegun dominujący systemu z zamkniętą pętlą.
3. Aby zapewnić przeważający wpływ bieguna dominującego na odpowiedź systemu, pozostałe bieguny i zera systemu z zamkniętą pętlą muszą spełniać poniższe warunki:
 - (1) Pozostałe bieguny muszą znajdować się na lewo od bieguna dominującego i daleko od niego.
 - (2) Jeżeli jakiś biegun jest położony zbyt blisko bieguna dominującego, to zero musi być zlokalizowane w pobliżu tego bieguna.

W celu zaprojektowania wyprzedzającego kompensatora fazy, należy postępować zgodnie z poniższą procedurą:

1. Gdy żądany biegun dominujący systemu z zamkniętą pętlą s_d wynosi $\angle G(s_d) \neq \pm 180^\circ(2k+1)$ i kąt, który ma być skompensowany jest większy od 0, to wymagane jest zastosowanie kompensatora wyprzedzającego, którego funkcja przejściowa będzie miała postać

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \alpha \frac{s + 1/T}{s + 1/\alpha T}, \quad 1 > \alpha > 0$$

2. Wyznaczenie położenia bieguna ($p=1/\alpha T$) i zera ($z=1/T$) funkcji $G_c(s)$.
 - (1) Rozwiązanie graficzne (patrz rysunek 27-4).



Rys. 27-4 Rozwiązanie graficzne funkcji $G_c(s)$

- a. Oznaczyć położenie s_d jako punkt P, a następnie narysować prostą łączącą środek układu współrzędnych 0 z punktem P.
 - b. Wykreślić prostą równoległą do osi σ z punktu P do dowolnego punktu A.
 - c. Z punktu P do B wykreślić dwusieczną kąta $AP0$.
 - d. Narysować prostą z punktu P do punktu C, tak aby $\angle CPB = \frac{\varphi}{2}$.
 - e. Narysować prostą z punktu P do punktu D, tak aby $\angle DPB = \frac{\varphi}{2}$.
 - f. Punkt przecięcia prostej PC z osią liczb rzeczywistych jest biegunem $-\frac{1}{\alpha T}$ kompensatora wyprzedzającego.
 - g. Punkt przecięcia prostej PD z osią liczb rzeczywistych jest zerem $-\frac{1}{T}$ kompensatora wyprzedzającego.
- (2) Aby znaleźć biegun i zero wyprzedzającego kompensatora fazy omówioną wyżej metodą graficzną potrzebne są odpowiednie narzędzia (np. kątomierz) lub dedykowane oprogramowanie. Prostszy sposób jest przedstawiony niżej:
- a. Umieścić zero kompensatora na osi liczb rzeczywistych bezpośrednio poniżejżądanego bieguna dominującego. Jeżeli biegun funkcji $G(s)$ już znajduje się w tej lokalizacji, przesunąć zero w lewo od tego bieguna.
 - b. Wyznaczyć biegun kompensatora odpowiednio do kąta fazowego, który ma być skompensowany.
3. Wyznaczyć wartość K_c , korzystając z zależności $|G(s_d)G_c(s_d)|=1$.

Przykładowy projekt:

[Zadanie] Obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{10}{s(s+2)}$$

Zaprojektować kompensator, który spowoduje, że system zamknięty z pojedynczą pętlą sprzężenia spełni poniższe wymagania:

1. ζ bieguna dominującego $\geq 0,44$
2. ω_n bieguna dominującego ≥ 9
3. Stała błędu szybkości $K_v \geq 15 \text{ s}^{-1}$

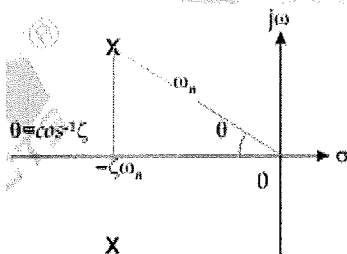
[Rozwiązanie]

1. Wyznaczenie położenia bieguna dominującego

Z równania $p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ otrzymujemy

$$p_{1,2} = -3,96 \pm j8,08$$

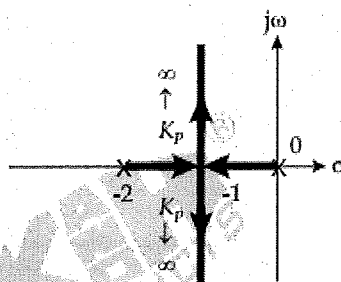
Dla uproszczenia wybieramy najbliższą wartość całkowitą $p_{1,2} = -4 \pm j8$.



Rys. 27-5 Zależność między biegunem, tłumieniem ζ i częstotliwością własną ω_n

2. Sprawdzenie, czy system z regulatorem P spełnia postawione wymagania, czy nie.

W celu sprawdzenia systemu z regulatorem proporcjonalnym przeanalizujemy wykres położenia pierwiastków z rysunku 27-6.



Rys. 27-6 Wykres pierwiastków systemu z zamkniętą pętlą z regulatorem P

Z powyższego rysunku widzimy, że system z zamkniętą pętlą i regulatorem P nie spełnia wymagań specyfikacji bez względu na wartość K_p . Ponieważ żądany biegun dominujący znajduje się z lewej strony wykresu systemu z regulatorem proporcjonalnym, należy użyć wyprzedzającego kompensatora fazy, który przesunie wykres pierwiastków w lewo.

3. Zaprojektowanie wyprzedzającego kompensatora fazy

- (1) Zero

Umieścić zero systemu na osi liczb rzeczywistych pod żądanym biegunem dominującym,

czyli
$$z = \frac{1}{T} = -4$$

- (2) Biegun

Ponieważ

$$\begin{aligned} \angle G_c(s_d)G(s_d) \Big|_{s=-4+j8} &= -180^\circ \\ &= \angle G_c(s_d) \Big|_{s=-4+j8} + \angle G(s_d) \Big|_{s=-4+j8} \\ &= \angle G_c(s_d) \Big|_{s=-4+j8} - \angle(-4+j8) - \angle(-2+j8) \\ &= \angle G_c(s_d) \Big|_{s=-4+j8} - 116,57^\circ - 104,03^\circ \end{aligned}$$

Wtedy

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d) \Big|_{s=-4+j8} &= -180^\circ + 116,57^\circ + 104,03^\circ \\ &= 40,6^\circ\end{aligned}$$

Ponieważ zaś

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d) \Big|_{s=-4+j8} &= \angle(j8) - \angle(p-4+j8) \\ &= 90^\circ - \tan^{-1} \frac{8}{p-4}\end{aligned}$$

Wtedy

$$\tan^{-1} \frac{8}{p-4} = 90^\circ - 40,6^\circ$$

$$\frac{8}{p-4} = \tan 49,4^\circ = 1,17$$

$$p = 10,8$$

(3) K_C

Ponieważ

$$\left| \frac{10K_c(s+4)}{s(s+2)(s+10,8)} \right|_{s=-4+j8} = \frac{10K_c}{8,94 \times 8,25 \times 10,5} = 1$$

Wtedy

$$K_C = 9,68$$

4. Sprawdzenie, czy stała błędności K_V jest większa od 15 s^{-1}

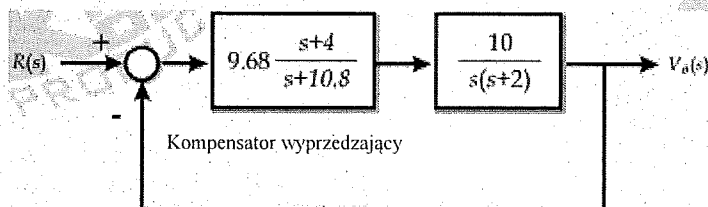
$$K_V = \lim_{t \rightarrow 0} sG_c(s)G(s) = 17,9 > 15$$

Wymaganie spełnione.

5. Funkcja przejściowa wyprzedzającego kompensatora fazy ma w tym przypadku postać:

$$G_c(s) = 9,68 \frac{s+4}{s+10,8}$$

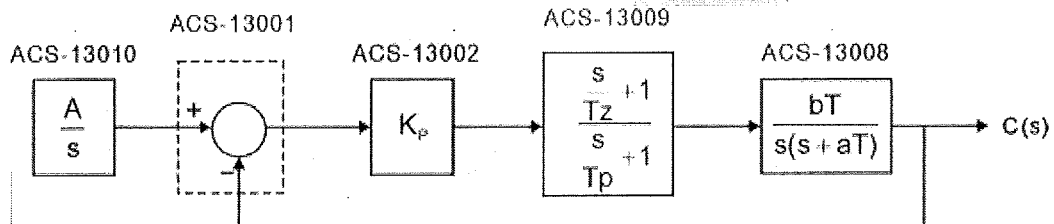
a schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą jest pokazany na rysunku 27-7



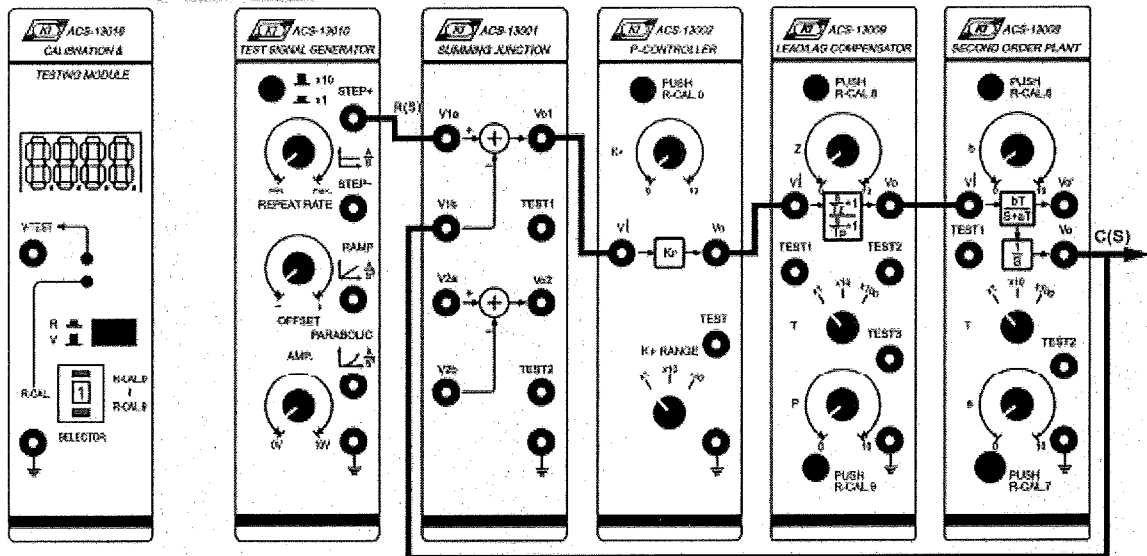
Rys. 27-7 Schemat blokowy systemu

PROCEDURA

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 27-8.



(a) Schemat blokowy



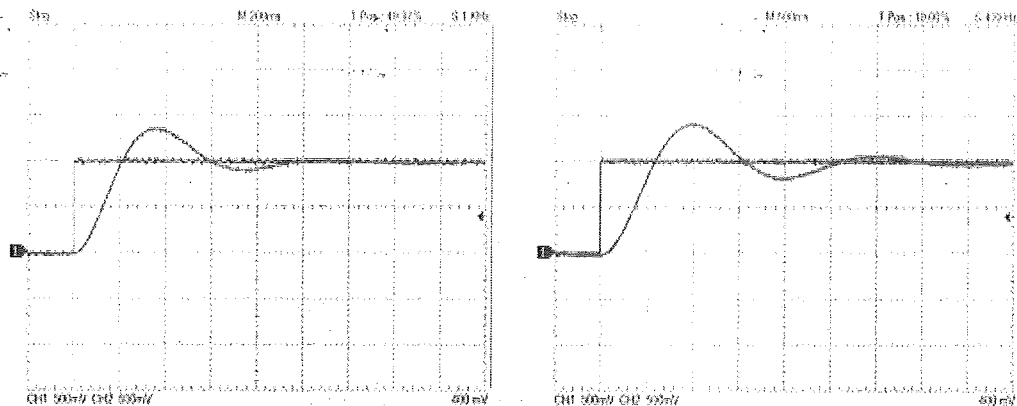
(b) Schemat połączeń

Rys. 27-8

2. Przekształćmy funkcję przejściową kompensatora wyprzedzającego $G_c(s)$ do postaci:

$$G_c(s) = 9,68 \frac{s + 4}{s + 10,8} = 3,59 \frac{s/4 + 1}{s/10,8 + 1}$$

3. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,1Hz, 1Vpp.
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x1 oraz a=2 i b=10 (aT=2 i bT=10).
5. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji x1 i wartość $K_p=3,59$.
6. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz z=0,4 i p=1,08 (Tz=4 i Tp=10,8).
7. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 27-9(a).
8. Odłączyć przewody połączeniowe od modułu regulatora P ACS-13002 i kompensatora fazy ACS-13009. Podłączyć wyjście V_{o1} modułu ACS-13001 do wejścia V_i modułu ACS-13008. Powtórzyc punkt 7 i zarejestrować wyniki pokazane na rysunku 27-9(b).



(a) $T_z=4, T_p=10,8$

(b) Bez kompensatora fazy

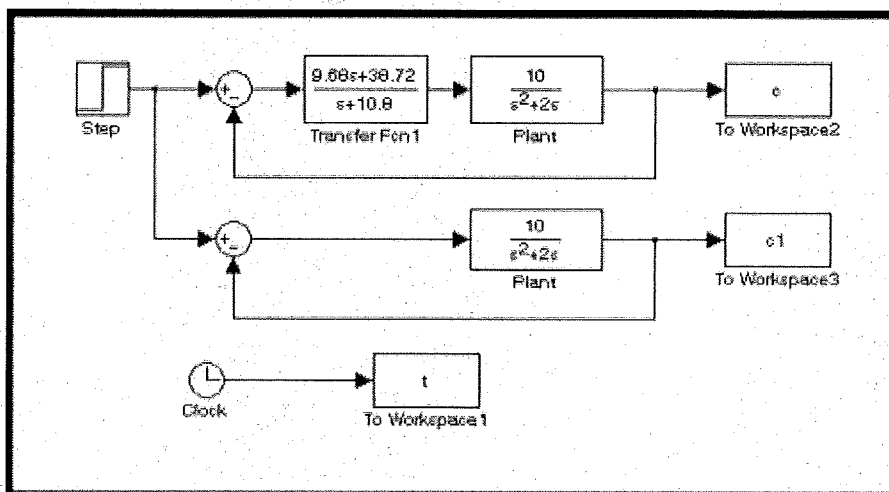
Rys. 27-9 Odpowiedź na skok jednostkowy

SYMULACJA SIMULINK

1. Przekształcić funkcję przejściową kompensatora wyprzedzającego $G_c(s)$ do postaci:

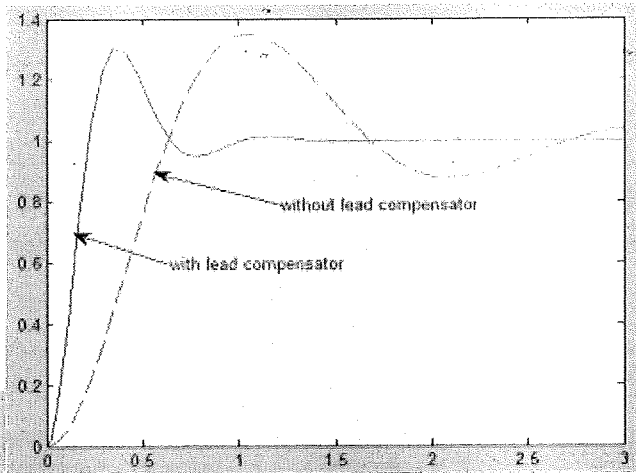
$$G_c(s) = 9,68 \frac{s + 4}{s + 10,8} = \frac{9,68s + 38,72}{s + 10,8}$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 27-10.



Rys. 27-10

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 3.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_27_1.mdl.
6. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 27-11.



Rys. 27-11

Ćwiczenie 28 Wyprzedzający kompensator fazy (2)

CEL ĆWICZEŃ

1. Przystudiowanie budowy wyprzedzającego kompensatora fazy w dziedzinie częstotliwości.
2. Zaprojektowanie wyprzedzającego kompensatora fazy z użyciem metody wykresu Bodego.

PODSTAWY TEORETYCZNE

W porównaniu do dziedziny czasu konstrukcja w dziedzinie częstotliwości jest prosta i bezpośrednia. Dla wielu systemów łatwo jest opisać parametry na podstawie ich charakterystyki częstotliwościowej. Dlatego takie systemy można zaprojektować w dziedzinie częstotliwości. Do projektowania w dziedzinie częstotliwości zwykle używane są dwie metody:

1. Wykres biegunowy zwany wykresem Nyquista.
2. Wykres Bodego.

Wykres Bodego jest metodą prostszą niż wykres biegunowy do projektowania wyprzedzającego kompensatora fazy. Generalnie procedura zastosowania metody wykresu Bodego w projektowaniu wyprzedzającego kompensatora fazy zawiera się w trzech punktach:

1. Dobranie wzmocnienia układu w otwartej pętli tak, aby uchyb ustalony spełnił wymagania specyfikacji.
2. Wykreślenie wykresu Bodego systemu z otwartą pętlą i sprawdzenie, czy zapasy fazy i wzmocnienia spełniają wymagania specyfikacji. Jeżeli nie, zaprojektowanie odpowiedniego kompensatora, który zapewni spełnienie obu tych wymagań.
3. Zbadanie, czy system spełnia pozostałe wymagania. Jeżeli nie, przeprojektowanie systemu.

Dla poprawnego działania systemu z zamkniętą pętlą jego wersja z otwartą pętlą musi posiadać następujące właściwości:

1. Wzmocnienie dla małych częstotliwości musi być bardzo duże. Im większe wzmocnienie dla małej częstotliwości, tym mniejszy uchyb ustalony.
2. Nachylenie zbocza logarytmicznej charakterystyki amplitudowej na wykresie Bodego musi wynosić -20dB/dekadę w okolicach punktu przecięcia wzmocnienia z osią częstotliwości i musi takie pozostawać aż do uzyskania odpowiedniego zapasu fazy.
3. Wzmocnienie dla wysokich częstotliwości musi gwałtownie spadać, co redukuje szумы w systemie.

Funkcja przejściowa wyprzedzającego kompensatora fazy ma postać

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}, \quad 1 > \alpha > 0$$

lub

$$G_c(j\omega) = \frac{j\omega T + 1}{j\omega\alpha T + 1}, \quad 1 > \alpha > 0$$

Stąd kąt fazowy funkcji $G_c(j\omega)$ jest równy

$$\phi = \tan^{-1} \omega T - \tan^{-1} \omega\alpha T = \tan^{-1} \frac{(1 - \alpha)\omega T}{1 + \alpha\omega^2 T^2}$$

Aby znaleźć maksimum kąta fazowego ϕ_m , należy obliczyć pochodną ϕ względem częstotliwości ω , aby znaleźć minima i maksima funkcji ($d\phi/d\omega=0$), zatem

$$\frac{d\phi}{d\omega} = \frac{T}{1 + (\omega T)^2} - \frac{\alpha T}{1 + (\alpha \omega T)^2} = 0$$

wówczas

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$$

$$\tan \phi_m = \frac{(1 - \alpha) \omega_m T}{1 + \alpha \omega_m^2 T^2} = \frac{1 - \alpha}{2\sqrt{\alpha}}$$

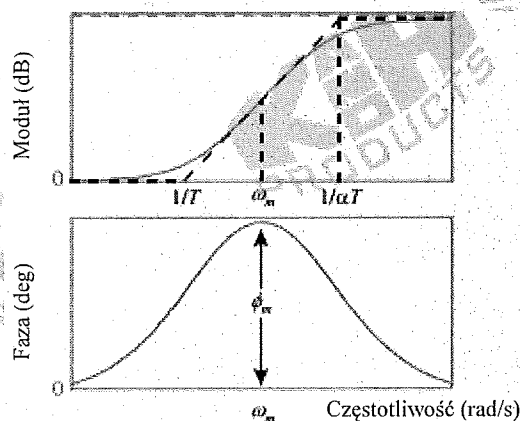
$$\sin \phi_m = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

gdy $\omega = \omega_m = 1/\sqrt{\alpha T}$, moduł funkcji $G_c(j\omega_m)$ jest równy

$$\left| G_c(j\omega_m) \right| = \frac{\sqrt{1 + \omega_m^2 T^2}}{\sqrt{1 + \alpha^2 \omega_m^2 T^2}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

Wykres Bodego wyprzedzającego kompensatora fazy pokazano na rysunku 28-1.

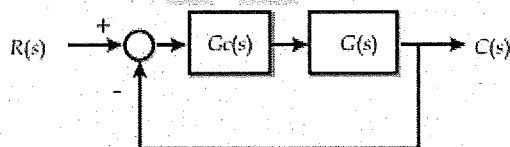


Rys. 28-1 Wykres Bodego wyprzedzającego kompensatora fazy

W celu zaprojektowania wyprzedzającego kompensatora fazy w dziedzinie częstotliwości należy wykonać poniższe czynności:

1. Wyznaczenie K_C

Rozważmy system z zamkniętą pętlą z rysunku 28-2. n



Rys. 28-2. Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą

Na powyższym rysunku $G_c(s)$ jest funkcją przejściową kompensatora a $G(s)$ - funkcją przejściową obiektu. Załóżmy, że $G_c(s)$ i $G(s)$ są równe:

$$\text{Niech } G_c(s) = K \frac{T_s + 1}{\alpha T_s + 1}, \quad 1 > \alpha > 0$$

Z kompensatorem fazy funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą będzie miała postać

$$G_c(s)G(s) = K \frac{T_s + 1}{\alpha T_s + 1} G(s) = \frac{T_s + 1}{\alpha T_s + 1} G_1(s)$$

Gdzie $G_1(s) = K_c G(s)$

Zgodnie z powyższym równaniem dobrać wartość K_c tak, aby uchyb ustalony lub stała błędu szybkości systemu z zamkniętą pętlą spełniały wymagania specyfikacji.

- Narysowanie wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ i oszacowanie jego marginesu fazy.
- Na podstawie marginesu fazy z wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ określenie kąta wyprzedzenia fazy ϕ_m , który musi być dodany do systemu. Zasadniczo ϕ_m jest różnicą między marginesem (zapasem) fazy $\Phi.M.$ (żądany) i marginesem fazy $\Phi.M.(G_1)$ funkcji $G_1(s)$ plus tolerancja $15^\circ \sim 20^\circ$ lub 5° . Dlatego kąt wyprzedzenia fazy, który musi zapewnić kompensator wynosi:

$$\phi_m = \Phi.M. (\text{żądany}) + \Phi.M.(G_1) + \varepsilon$$

Gdy zbocze wykresu Bodego systemu ma nachylenie -40dB/dekadę w okolicy 0dB , należy wybrać $\varepsilon = 5^\circ$. Gdy zbocze wykresu Bodego systemu ma nachylenie -60dB/dekadę w okolicy 0dB , należy wybrać $\varepsilon = 15^\circ \sim 20^\circ$.

- Wyznaczenie α z zależności

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

- Znalezienie częstotliwości ω_c systemu nieskompensowanego $G_1(s)$ dla modułu amplitudy $20 \log \sqrt{\alpha} = 10 \log \alpha$, a następnie przyjęcie częstotliwości własnej ω_m kompensatora równej ω_c , gdzie ω_c jest pulsacją w punkcie przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości systemu skompensowanego.
- Obliczenie zera i bieguna wyprzedzającego kompensatora fazy zgodnie z równaniem:

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$$

Z powyższej zależności otrzymujemy

$$\frac{1}{T} = \sqrt{\alpha} \omega_m$$

$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}$$

- Wykreślenie wykresu Bodego systemu skompensowanego $G_c(s)G(s)$ i sprawdzenie, czy system spełnia specyfikację projektową. Jeżeli nie, należy zwiększyć kąt ε i przeprojektować system.

Przykładowy projekt:

[Zadanie] Obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{10}{s(s+2)}$$

Zaprojektować kompensator, który spowoduje, że system spełni poniższe wymagania:

1. Margines fazy $\Phi.M. \geq 50^\circ$
2. Margines wzmacnienia G.M. $\geq 10\text{dB}$
3. Stała błędu szybkości $K_V \geq 20 \text{ s}^{-1}$

[Rozwiązanie]

Niech funkcja przejściowa wyprzedzającego kompensatora fazy ma postać

$$G_c(s) = K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}, \quad 1 > \alpha > 0$$

1. Wyznaczenie K_c

Niech $K_V=20$

$$\begin{aligned} K_V &= \lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sK_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \frac{10}{s(s+2)} \\ &= 5K_c = 20 \end{aligned}$$

zatem $K_c=4$

2. Narysowanie wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ i oszacowanie marginesu fazy.

Używając programu MATLAB, narysować wykres Bodego funkcji $G_1(s) = K_c G(s) = \frac{40}{s(s+2)}$,

jak pokazano na rysunku 28-3.

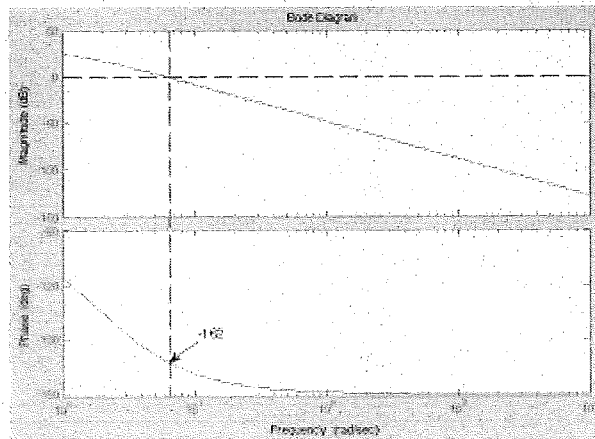
Aby narysować wykres Bodego, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
num=[40]
```

```
den=[1 2 0]
```

```
sample=logspace(0, 4, 1000)
```

```
bode(num, den, sample)
```



Rys. 28-3 Wykres Bodego funkcji $G_1(s)$

Aby uzyskać wartości marginesów fazy i wzmocnienia, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

[mag, chase, w]=bode(num, den, sample)

[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, chase, w)

gdzie G_s = wartość $G_1(s)$ przy kącie fazowym -180° . Podstawić tę wartość do wzoru $20\log|G_1(s)|$, aby obliczyć margines wzmocnienia w dB.

PM = margines fazy w stopniach (deg)

PCF = punkt przecięcia krzywej fazy z osią częstotliwości w rad/s

GCF = punkt przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości w rad/s

3. Z uzyskanych wyżej wyników margines fazy $\Phi.M.(G_1)=17^\circ$, a margines wzmocnienia $G.M.(G_1)=+\infty$. Z wykresu Bodego funkcji G_1 , nachylenie zbocza krzywej wynosi -40dB/dekadę w okolicy 0dB, zatem należy przyjąć $\epsilon=5^\circ$. Zatem kąt wyprzedzenia, który musi wprowadzić kompensator fazy wynosi:

$$\phi_m = \Phi.M. (\text{żądany}) + \Phi.M.(G_1) + \epsilon = 50^\circ - 17^\circ + 5^\circ = 38^\circ$$

4. Wyznaczenie współczynnika α

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m} = \frac{1 - 0,62}{1 + 0,62} = 0,24$$

5. Znalazienie częstotliwości ω_c przy wzmocnieniu $G_1(s)=10\log\alpha=10\log0,24=-6,2\text{dB}$

W oknie poleceń MATLAB wpisać:

mag=mag+0,49

[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, chase, w)

sample=logspace(0, 4, 1000)

bode(num, den, sample)

co przesunęła to wzmocnienie w górę o $\sqrt{\alpha}=0,49$, aby wartość $-6,2\text{dB}$ wzrosła do 0dB. Następnie znaleźć nowy punkt przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości (GFC), używając MATLAB-a i uzyskać częstotliwość $\omega_m=8,7\text{ rad/s}$. Dla uproszczenia wybieramy $\omega_m = \omega_c = 9\text{ rad/s}$.

6. Obliczenie zera i bieguna wyprzedzającego kompensatora fazy z równania:

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$$

Zero wyprzedzającego kompensatora fazy będzie równe

$$\frac{1}{T} = \omega_m \sqrt{\alpha} = 9\sqrt{0,24} = 4,41$$

a biegun kompensatora fazy będzie równy

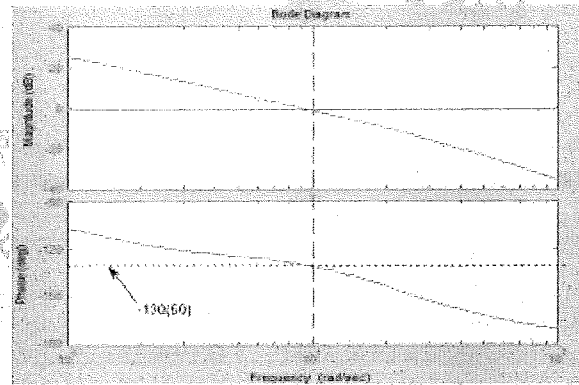
$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}} = \frac{9}{\sqrt{0,24}} = 18,4$$

7. Funkcja przejściowa systemu z otwartą pętlą z wyprzedzającym kompensatorem fazy będzie miała postać

$$G_c(s)G(s) = K_c \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} G(s) = 16,6 \frac{s + 4,41}{s + 18,4} \frac{10}{s(s + 2)} = \frac{166s + 732}{s^3 + 20,4s^2 + 36,8s}$$

8. W programie MATLAB wykreślamy wykres Bodego funkcji $G_c(s)G(s)$, jak na rysunku 28-4. Aby narysować wykres Bodego, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
num=[166 732]
den=[1 20.4 36.8 0]
sample=logspace(0, 2, 1000)
bode(num, den, sample)
```



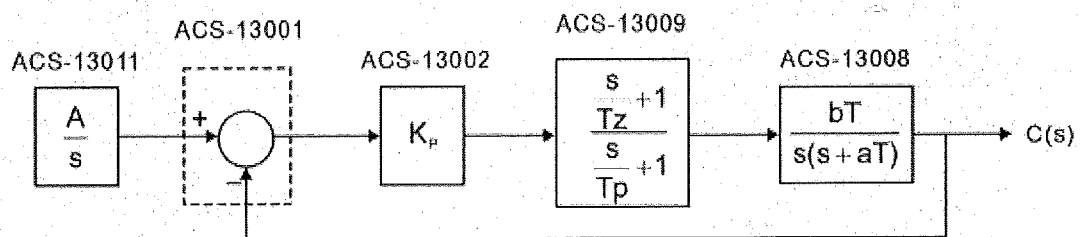
Rys. 28-4 Wykres Bodego funkcji $G_c(s)G(s)$

```
[mag, phase, w]=bode(num, den, sample)
[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, phase, w)
```

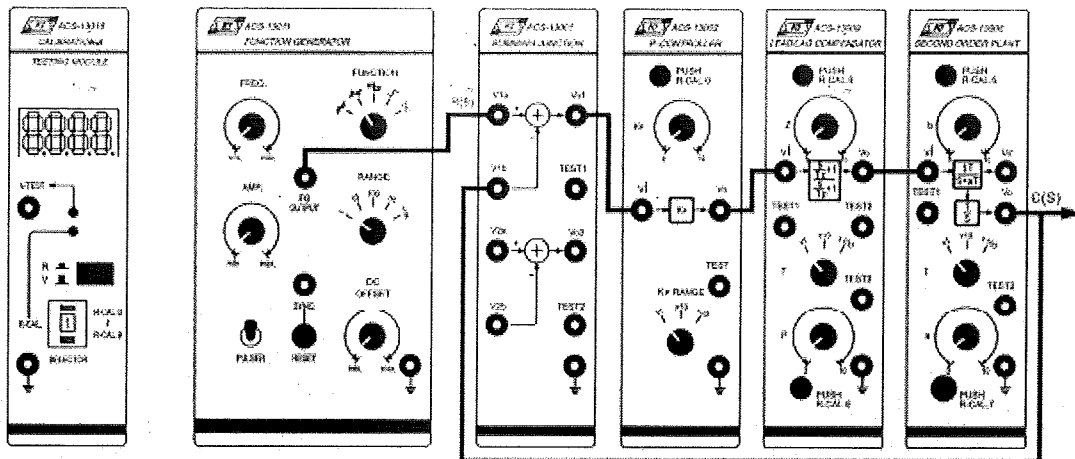
Na podstawie uzyskanych wyników możemy stwierdzić, że margines fazy $\Phi.M.$ wynosi około 50° , a margines wzmocnienia $G.M.=+\infty$. Wartości te spełniają wymagania specyfikacji.

PROCEDURA

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 28-5.



(a) Schemat blokowy



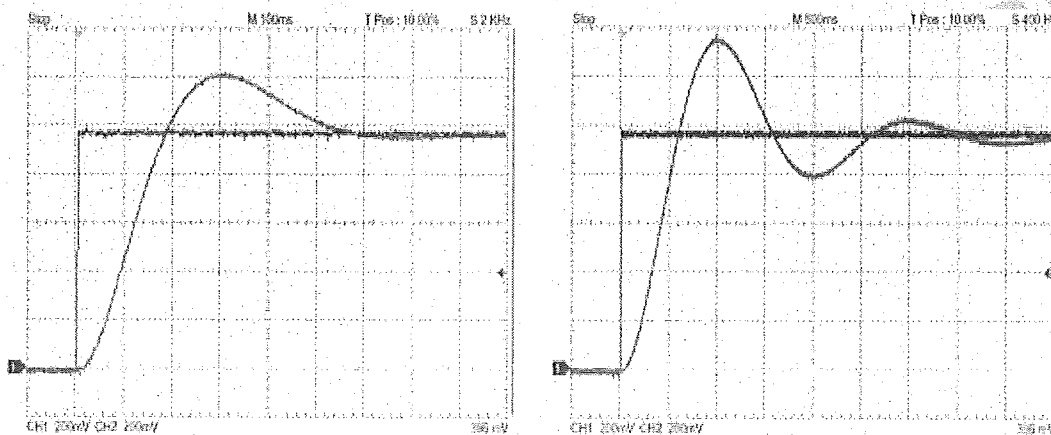
(b) Schemat połączeń

Rys. 28-5

2. Przekształćmy funkcję przejściową kompensatora wyprzedzającego $G_c(s)$ do postaci:

$$G_c(s) = 16,67 \frac{s + 4,41}{s + 18,4} = 4 \frac{s/4,41 + 1}{s/18,4 + 1}$$

3. W module ACS-13011 ustawić przełącznik FUNCTION na pozycję odpowiadającą przebiegowi impulsowemu \square i pokrętkami DC OFFSET i AMP regulować do uzyskania na wyjściu FG OUTPUT przebiegu impulsowego o wysokości 1Vpp (poziom niski = 0V).
4. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x1 oraz a=2 i b=10.
5. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji x1 i wartość $K_p=4$.
6. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz z=0,441 ($T_z=4,41$) i p=1,84 ($T_p=18,4$).
7. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach FG OUTPUT modułu ACS-13011 i V_{O1} modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 28-6(a).
8. Odłączyć przewody połączeniowe od modułu regulatora P ACS-13002 i kompensatora fazy ACS-13009. Podłączyć wyjście V_{O1} modułu ACS-13001 do wejścia V_i modułu ACS-13008. Powtórzyć punkt 7 i zarejestrować wyniki pokazane na rysunku 28-6(b).



(a) $T_z=4,41$ $T_p=18,4$

(b) Bez kompensatora fazy

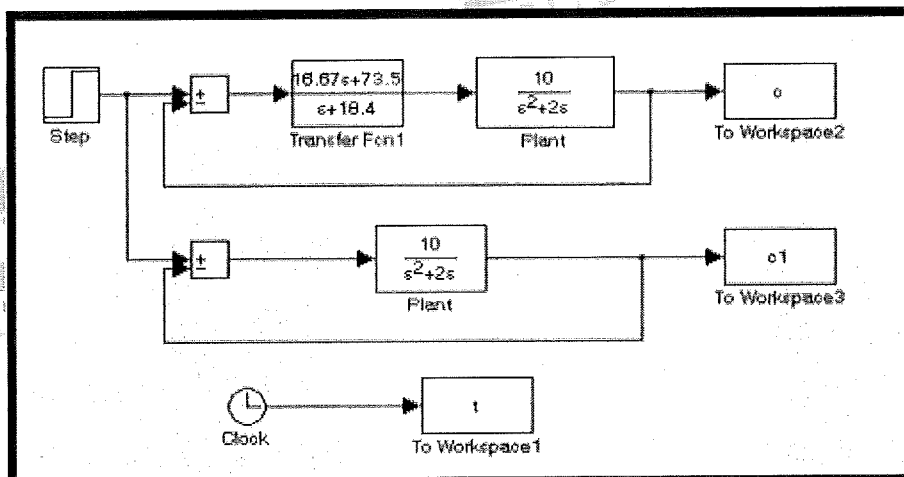
Rys. 28-6

SYMULACJA SIMULINK

1. Przekształcić funkcję przejściową kompensatora wyprzedzającego $G_c(s)$ do postaci:

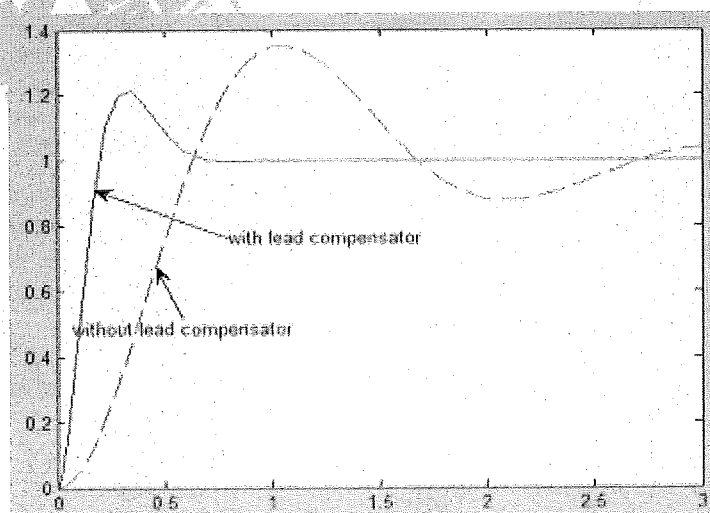
$$G_c(s) = 16,67 \frac{s + 4,41}{s + 18,4} = \frac{16,67s + 73,5}{s + 18,4}$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 28-7.



Rys. 28-7

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 3.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_28_1.mdl.
6. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 28-8.



Rys. 28-8

Ćwiczenie 29 Opóźniający kompensator fazy (1)

CEL ĆWICZEŃ

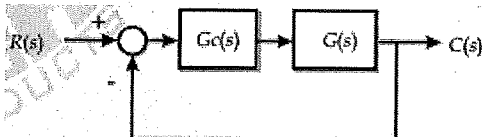
1. Poznanie i zrozumienie funkcjonowania opóźniającego kompensatora fazy w systemach sterowania.
2. Zaprojektowanie opóźniającego kompensatora fazy w dziedzinie czasu.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Opóźniający kompensator fazy jest obwodem kompensacyjnym, który zapewnia ujemne przesunięcie fazy oraz znaczące tłumienie w całym zakresie częstotliwości użytecznych systemu.

Ponieważ opóźniający kompensator fazy powoduje przesunięcie pierwiastków systemu w prawo, to taki kompensator jest przydatny w przypadku systemu z dobrą charakterystyką w stanie nieustalonym i słabą odpowiedzią w stanie ustalonym.

Przed przystąpieniem do zaprojektowania opóźniającego kompensatora fazy najpierw omówimy jego funkcje, używając metody linii pierwiastkowych. Rozważmy system pokazany na rysunku 29-1.



Rys. 29-1 Schemat blokowy systemu

Na powyższym rysunku $G_c(s)$ jest funkcją przejściową kompensatora, a $G(s)$ jest funkcją przejściową obiektu.

Przyjmijmy $G_c(s) = K$

Jeżeli system ma dobrą charakterystykę w stanie nieustalonym i słabą odpowiedź w stanie ustalonym przy określonej wartości K , to zwiększając K można poprawić charakterystykę w stanie ustalonym, ale może to spowodować pogorszenie odpowiedzi w stanie nieustalonym. W taki przypadku można zastosować opóźniający kompensator fazy. Patrząc pod kątem wykresu położenia pierwiastków, system z opóźniającym kompensatorem fazy może poprawić odpowiedź w stanie ustalonym, powodując tylko niewielkie zmiany położenia bieguna dominującego.

Rozważmy teraz wpływ opóźniającego kompensatora fazy na stałą błędu szybkości, korzystając z funkcji przejściowej. Funkcja przejściowa opóźniającego kompensatora fazy ma postać

$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}, \quad \beta = \frac{z}{p} > 1$$

Jeżeli funkcja przejściowa obiektu jest wyrażana funkcją $G(s)$, to stała błędu szybkości nieskompensowanego systemu z pojedynczą pętlą sprzężenia zwrotnego wynosi

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

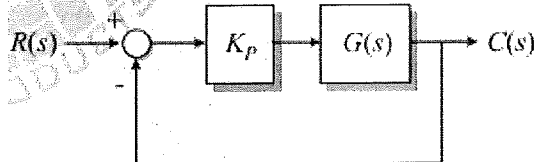
Z opóźniającym kompensatorem fazy $G_c(s)$ stała błędu szybkości systemu skompensowanego przyjmuje postać

$$K_{vc} = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)G_c(s) = \lim_{s \rightarrow 0} K_v K_c \frac{s+z}{s+p} = K_v K_c \frac{z}{p}$$

Z powyższego równania widzimy, że stała błędu szybkości K_v po dodaniu opóźniającego kompensatora fazy $G_c(s)$ ulega zwiększeniu $K_c/z/p$ -razy.

Aby zaprojektować opóźniający kompensator, należy:

1. Narysować wykres pierwiastków systemu z regulatorem proporcjonalnym
Rozważmy schemat blokowy z rysunku 29-2



Rys. 29-2 Schemat blokowy systemu z regulatorem P

Znaleźć położenie bieguna dominującego zgodnie z wymaganiami na system oraz wartość K_p , która lokalizuje biegun w tym miejscu i oznaczyć K_p jako K_c .

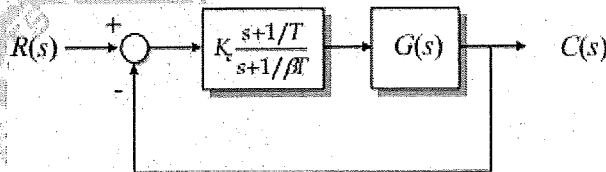
2. Znaleźć wartość K_p , przy której odpowiedź systemu w stanie ustalonym spełnia wymagania specyfikacji i oznaczyć tę wartość jako K_s .
3. Ustawić biegun $p=1/\beta T$ i zero $z=1/T$ opóźniającego kompensatora fazy i obliczyć β ze wzoru

$$\beta = \frac{K_s}{K_c}$$

4. Przypisać dowolnie dużą wartość stałej T , niezależnie od jej dokładnej wartości. Wtedy funkcja przejściowa opóźniającego kompensatora fazy przyjmie postać

$$G_c(s) = K_c \frac{s+z}{s+p} = K_c \frac{s+1/T}{s+1/\beta T}$$

Schemat blokowy systemu z opóźniającym kompensatorem fazy pokazano na rysunku 29-3



Rys. 29-3 Schemat blokowy systemu z opóźniającym kompensatorem fazy

Przykładowy projekt:

[Zadanie] Obiekt ma funkcję przejściową

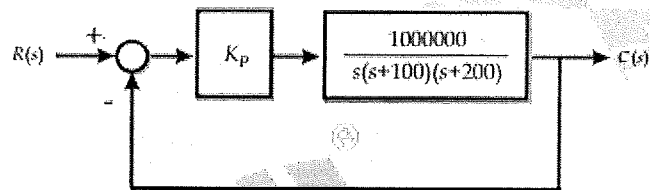
$$G(s) = \frac{1000000}{s(s+100)(s+200)} = \frac{1000000}{s(s^2+300s+20000)}$$

Zaprojektować kompensator, który spowoduje, że system spełni poniższe wymagania:

1. Współczynnik ζ bieguna dominującego $\geq 0,5$
2. Stała błędu szybkości $K_v \geq 500 \text{ s}^{-1}$

[Rozwiązanie]

1. Wykreślenie wykresu położenia pierwiastków systemu z regulatorem P.
Rysunek 29-4 przedstawia schemat blokowy systemu z regulatorem P.

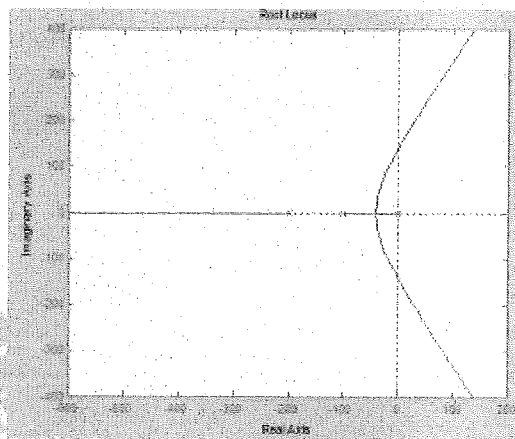


Rys. 29-4 Schemat blokowy systemu z regulatorem P

Używając programu MATLAB, narysować wykres położenia pierwiastków systemu pokazanego na rysunku 29-4. Aby narysować wykres, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

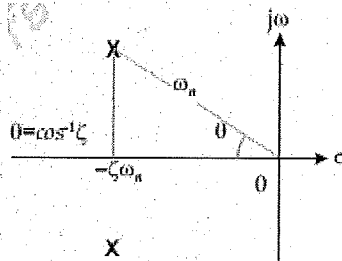
```
num=[1000000]
den=[1 300 20000 0]
k=0:0.1:10
rlocus(num, den)
```

Wynik operacji pokazano na rysunku 29-5.



Rys. 29-5 Wykres położenia pierwiastków systemu z zamkniętą pętlą z regulatorem P

2. Znaleźnię wartość K_p , przy której $\zeta=0,5$ lub wartości K_c opóźniającego kompensatora fazy. Rysunek 29-6 przedstawia zależności między biegunami, tłumieniem ζ i częstotliwością własną ω_n .



Rys. 29-6 Zależność między ζ , ω_n i biegunami

Z rysunku 29-6 jasno widać, że gdy $\zeta \geq 0,5$, $\theta = \cos^{-1} \zeta \leq \cos^{-1} 0,5$, to $\theta \leq 1,0472$.

Używając programu MATLAB, znaleźć wartość K_p , przy której $\zeta=0,5(\theta)$.

- (1) Zdefiniowanie obiektu

W oknie poleceń programu MATLAB wpisać

```
num=[1000000]
```

```
den=[1 300 20000 0]
```

- (2) Ustawienie $K_p=1$ i znalezienie biegunów (pierwiastków) systemu z zamkniętą pętlą.

W oknie poleceń programu MATLAB wpisać

```
r=rlocus(num, den, 1)
```

Wynik: Bieguny systemu z zamkniętą pętlą dla $K_p=1$ są równe -232,47 i -33,76±56,23j.

- (3) Wyznaczenie θ

W oknie poleceń programu MATLAB wpisać

```
pi-angle(r(2))
```

Wynik: $\theta = 1,03 \leq 1,0472$.

- (4) Zmodyfikowanie K_p i powtórzenie punktów (2) i (3) w celu znalezienia wartości K_c

Gdy $K_p=1,05$, $\theta=1,053 > 1,0472$

Gdy $K_p=1,037$, $\theta=1,0472$

zatem $K_c=1,037$.

3. Znalezienie wartości K_p , przy której system z rysunku 29-4 spełnia wymagania specyfikacji na odpowiedź w stanie ustalonym.

Stała błędności szybkości K_v systemu z rysunku 29-4 jest równa

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s K_p G(s) = \frac{100K_p}{2}$$

Ponieważ wymagana wartość $K_v \geq 500 \text{ s}^{-1}$, zatem

$$K_p \geq 10$$

Dla wygody przyjmujemy

$$K_s = K_p = 10,37$$

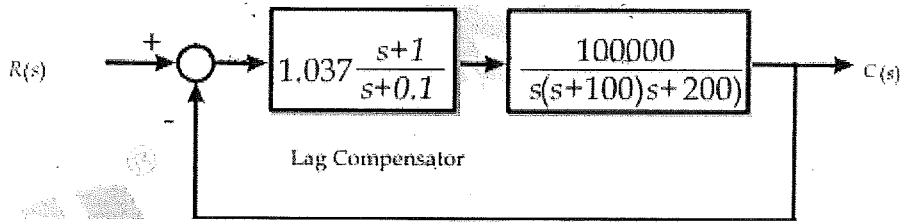
4. Niech biegun $p_1=1/\beta T$ i zero $z=1/T$ opóźniającego kompensatora fazy, to obliczając β otrzymujemy

$$\beta = \frac{K_s}{K_c} = 10$$

5. Przypisanie dużej wartości stałej T . Ponieważ dla zbyt dużego T wartości p i z opóźniającego kompensatora fazy będą zbyt małe do ustawienia w module kompensatora fazy ACS-13009, to należy przyjąć pewien kompromis. Przyjmując $T=1$, funkcja przejściowa opóźniającego kompensatora fazy będzie równa

$$G_c(s) = K_c \frac{s+z}{s+p} = K_c \frac{s+1/T}{s+1/\beta T} = 1,037 \frac{s+1}{s+0,1}$$

Schemat blokowy systemu z opóźniającym kompensatorem fazy będzie miał postać, jak na rysunku 29-7.



Rys. 29-7 Schemat blokowy systemu z opóźniającym kompensatorem fazy

Funkcja przejściowa systemu z otwartą pętlą jest równa

$$G_c(s)G(s) = 1,037 \frac{s+1}{s+0,1} \frac{100000}{s(s+100)(s+200)}$$

$$= \frac{1037000(s+1)}{s^4 + 300,1s^3 + 20030s^2 + 2000s}$$

6. Znalazienie biegunów systemu z zamkniętą pętlą i opóźniającym kompensatorem fazy.

W oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
num=[1 1]
```

```
den=[1 300.1 20030 2000 0]
```

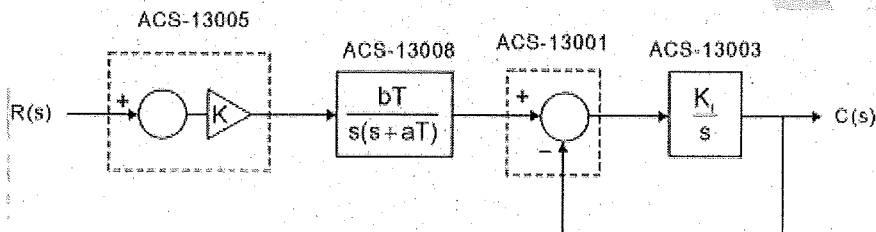
```
r=rlocus(num, den, 1037000)
```

Znalezione bieguny to: -233,24, -32,92±57,31 i -1,02.

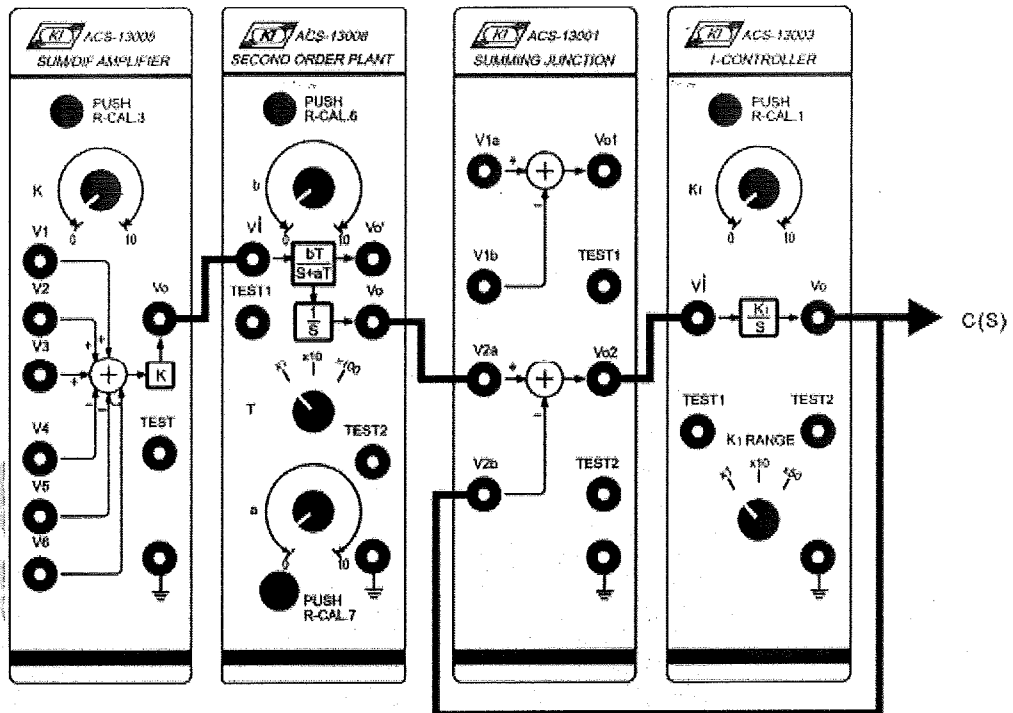
Ponieważ funkcja przejściowa systemu $G_c(s)G(s)$ ma zero dla -1, które jest bardzo blisko bieguna -1,02, to wpływ tego bieguna na system jest w takim przypadku kasowany (tzw. mechanizm kasowania biegunów). W konsekwencji w systemie z zamkniętą pętlą pozostają dwa bieguny -32,92±57,31j i -233,24. Bieguny te leżą bardzo blisko biegunów (-33,33±57,74j i -233,33) systemu z zamkniętą pętlą jedynie z regulatorem typu P ($K_p=1,037$). Innymi słowy odpowiedzi w stanie nieustalonym tych dwóch systemów są bliskie sobie. Porównując z kolei stałą błędów szybkości obu systemów, widzimy, że dla systemu tylko z regulatorem proporcjonalnym jest ona równa $51,8 \text{ s}^{-1}$, a dla systemu z opóźniającym kompensatorem fazy – 518 s^{-1} .

PROCEDURA

W poniższych procedurach będziemy używali obiektu zbudowanego z modułów ACS-13005, ACS-13008, ACS-13001 i ACS-13003, jak pokazano na rysunku 29-8.



(a) Schemat blokowy

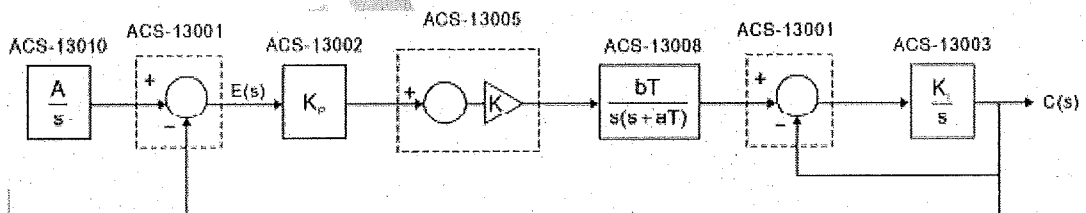


(b) Schemat połączeń

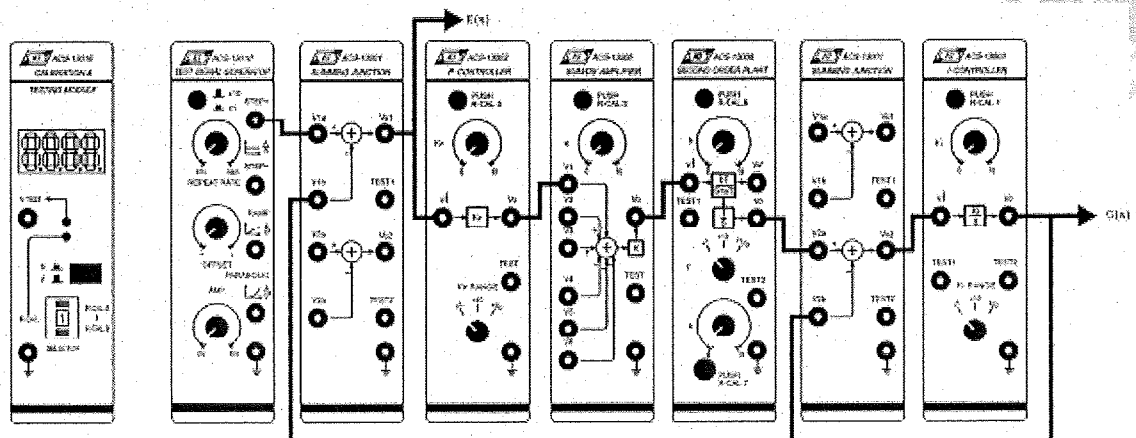
Rys. 29-8

A. System z zamkniętą pętlą bez opóźniającego kompensatora fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 29-9.



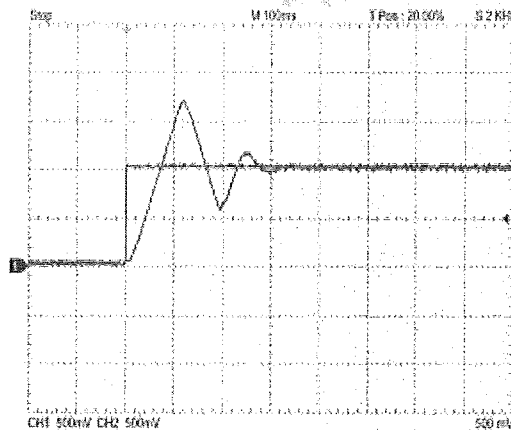
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

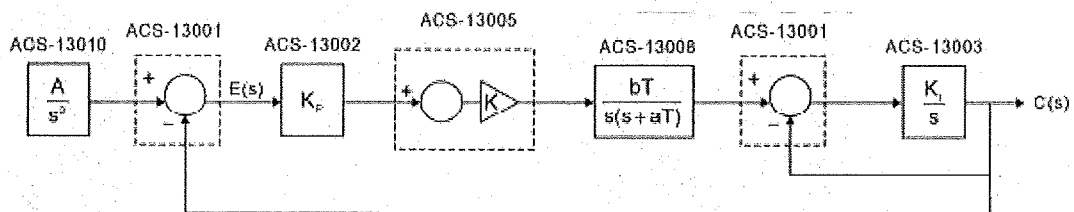
Rys. 29-9

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,5Hz, 1Vpp.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x100 oraz a=2 i b=10.
4. W module ACS-13003 ustawić przełącznik K₁ RANGE na pozycji x10 i wartość K₁=10.
5. W module ACS-13005 ustawić K=10.
6. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji x1 i wartość K_p=1,04.
7. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13003, które pokazano na rysunku 29-10.

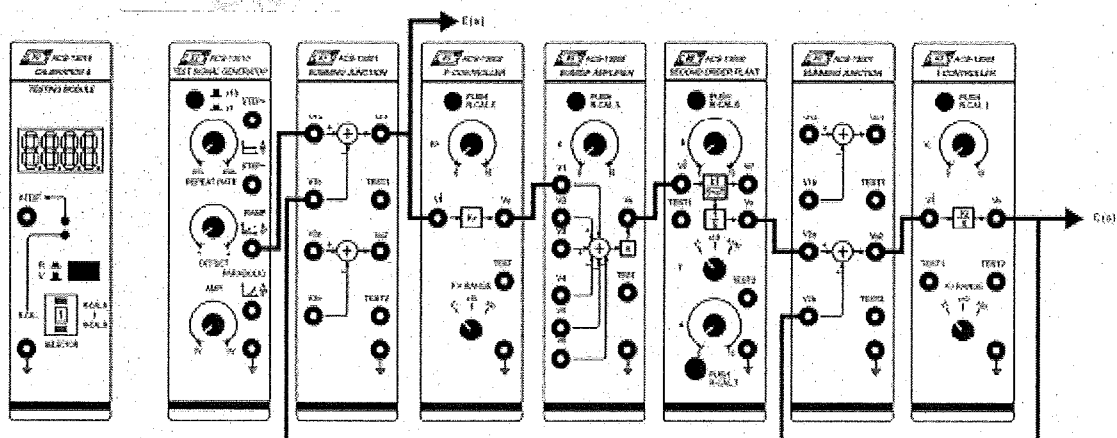


Rys. 29-10

8. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 29-11. W ten sposób sygnał wejściowy zostaje zamieniony na RAMP.



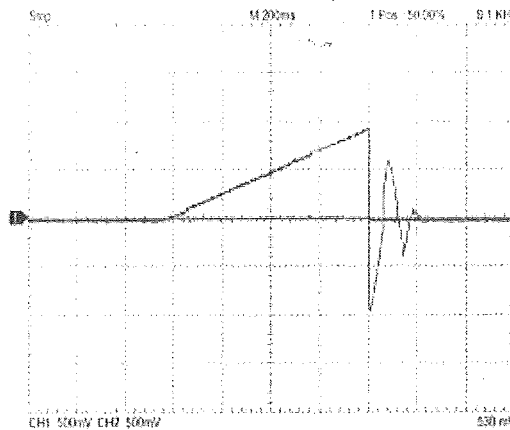
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 29-11

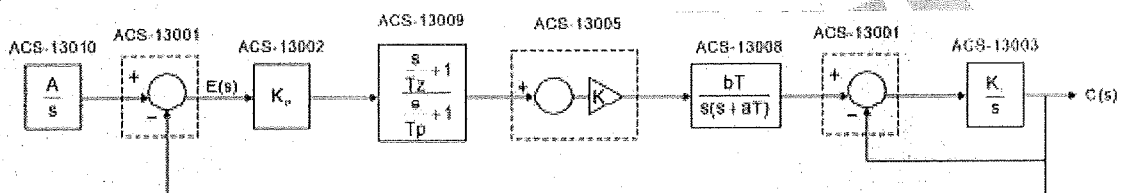
7. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i Vo1 modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 29-12. $e_{ss}=0,22$.



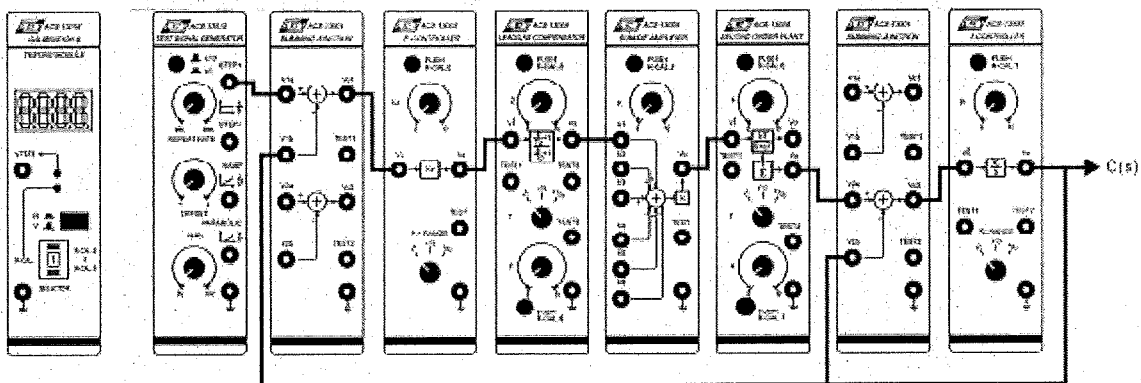
Rys. 29-12

B. System z zamkniętą pętlą z opóźniającym kompensatorem fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 29-13.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 29-13

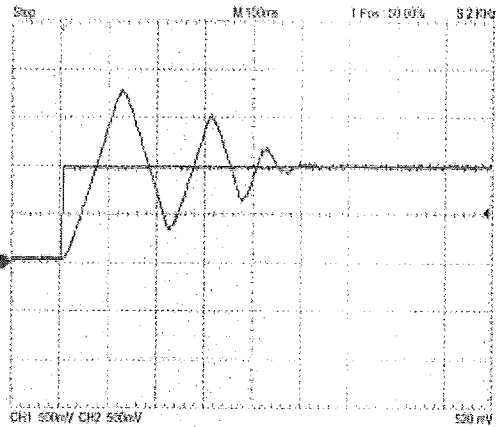
2. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji x10 i wartość $K_p=1,04$.
3. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x1 oraz $z=1$ i $p=0,1$ ($T_p=0,1$).

Wtedy

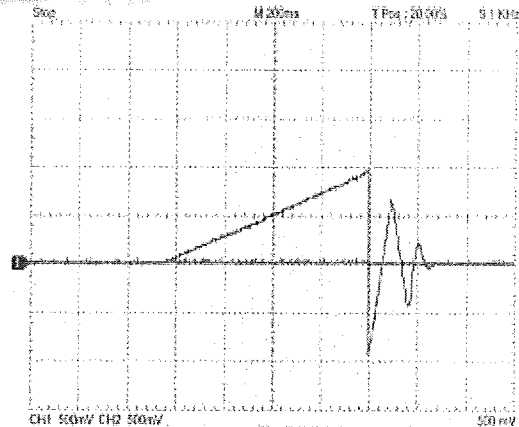
$$G_c(s) = 1,037 \frac{s+1}{s+0,1} = 1,037 \frac{s+1}{s/0,1+1}$$

Uwaga: Jeżeli system stanie się niestabilny, w pierwszej kolejności należy zwiększać wartość T_p do ustabilizowania się systemu, a następnie powrócić do wartości $T_p=0,1$.

4. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,5Hz, 1Vpp. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13003, które pokazano na rysunku 29-14.
5. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo przez przeniesienia kabla połączeniowego z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
6. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13005, które pokazano na rysunku 29-15. Uchyb ustalony $e_{ss}=0,002$.



Rys. 29-14 Odpowiedź na skok jednostkowy



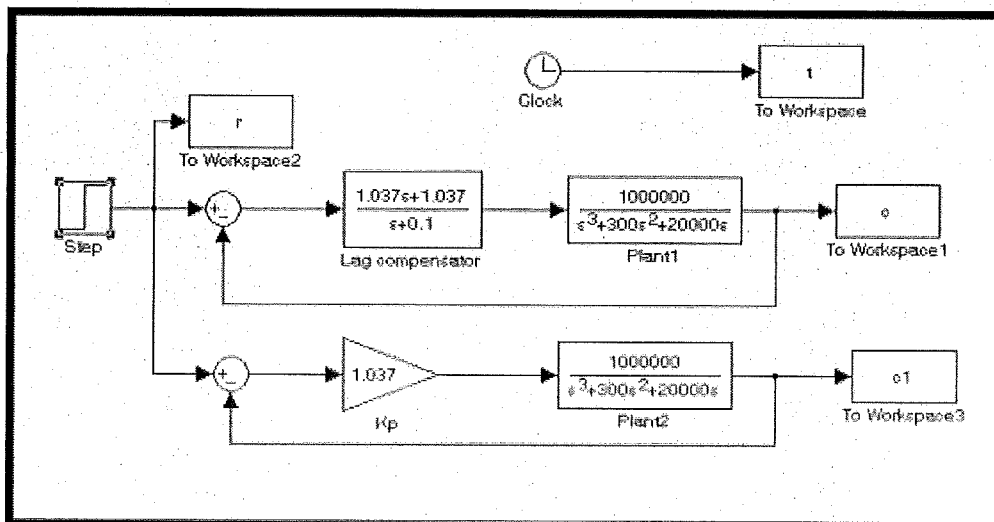
Rys. 29-15 Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

SYMULACJA SIMULINK

1. Przekształcić funkcję przejściową kompensatora opóźniającego $G_c(s)$ do postaci:

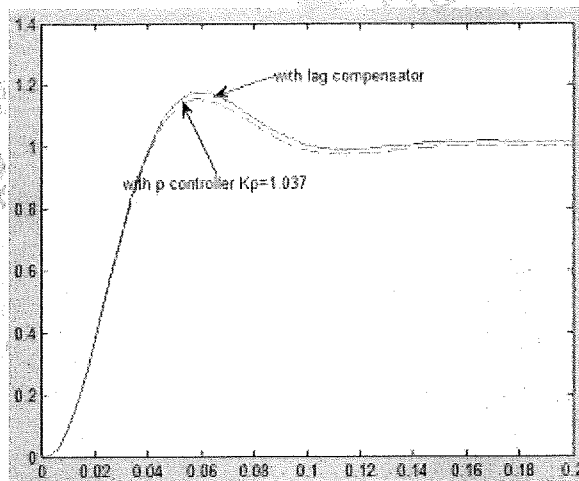
$$G_c(s) = 1,037 \frac{s+1}{s+0,1} = \frac{1,037s + 1,037}{s + 0,1}$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 29-16.



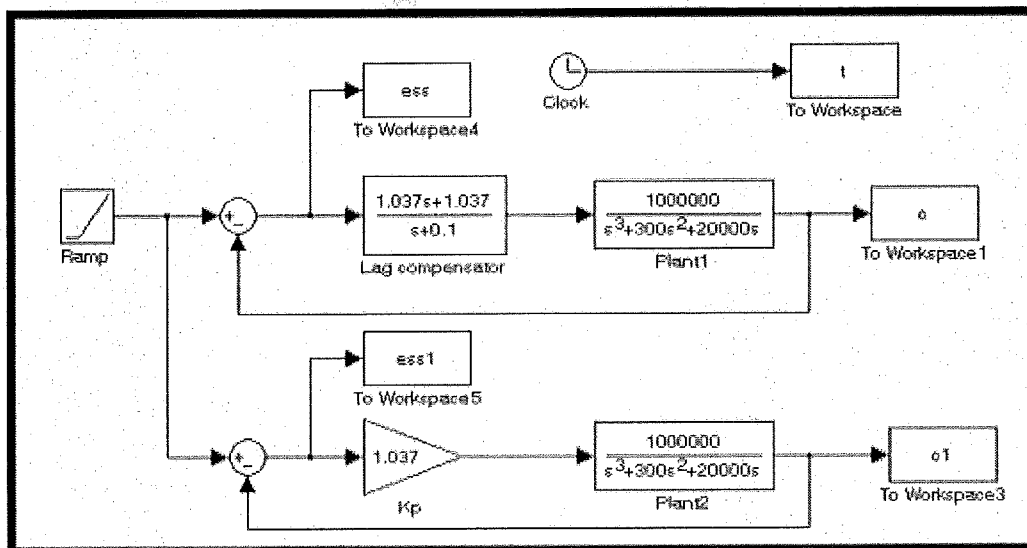
Rys. 29-16

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawień czasu symulacji zmienić czas Stop na 0,2.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_29_1.mdl.
6. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 29-17. Jest oczywiste, że charakterystyki w stanie nieustalonym systemu z regulatorem P i opóźniającym kompensatorem fazy nie różnią się znacząco.



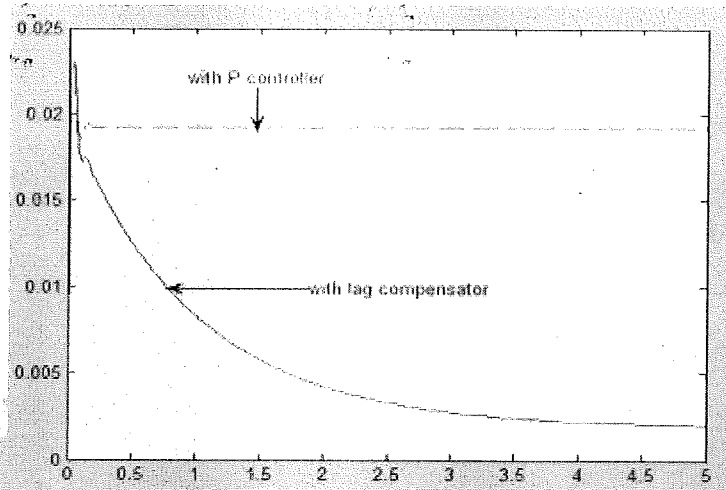
Rys. 29-17

7. Przerysować schemat blokowy zgodnie z rysunkiem 29-18. W wyniku tej modyfikacji sygnał wejściowy zostanie zmieniony na przebieg narastający RAMP w celu obserwacji uchybu ustalonego.



Rys. 29-18

8. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawień czasu symulacji zmienić czas Stop na 5.
9. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_29_2.mdl.
10. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 29-19. Jest oczywiste, że po zastosowaniu opóźniającego kompensatora fazy uchyb ustalony ulega zmniejszeniu.



Rys. 29-19

Ćwiczenie 30 Opóźniający kompensator fazy (2)

CEL ĆWICZEŃ

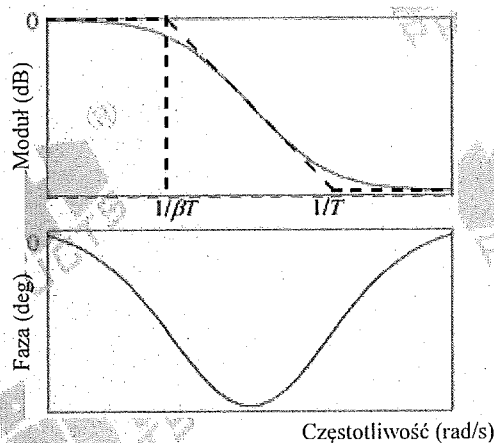
1. Zaprojektowanie opóźniającego kompensatora fazy w dziedzinie częstotliwości.
2. Zaprojektowanie opóźniającego kompensatora fazy z użyciem metody wykresu Bodego.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Funkcja przejściowa opóźniającego kompensatora fazy wyrażana jest zależnością

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}, \quad \beta > 1$$

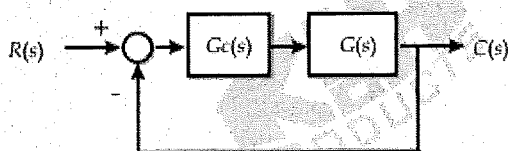
Wykres Bodego opóźniającego kompensatora fazy pokazano na rysunku 30-1.



Rys. 30-1 Wykres Bodego opóźniającego kompensatora fazy

Podstawowymi funkcjami opóźniającego kompensatora fazy w systemie sterowania są: tłumienie wzmocnienia przy wysokich częstotliwościach i zwiększenie zapasu fazy. W dalszej części przeanalizujemy procedurę projektowania opóźniającego kompensatora fazy w dziedzinie częstotliwości:

1. Rozważmy system pokazany na rysunku 30-2.



Rys. 30-2 Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą

Na powyższym rysunku $G_c(s)$ jest funkcją przejściową kompensatora a $G(s)$ - funkcją przejściową obiektu.

Niech
$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}, \quad \beta > 1$$

to funkcja przejściowa systemu z otwartą pętlą i kompensatorem będzie miała postać

$$G_c(s)G(s) = K_c \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} G(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} G_1(s)$$

gdzie $G_1(s) = K_c G(s)$

Zgodnie z powyższym równaniem należy dobrać wartość K_c tak, aby uchyb ustalony lub stała błędu szybkości systemu z zamkniętą pętlą spełniały wymagania specyfikacji.

2. Wykreślenie wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ i oszacowanie jego marginesu fazy.
3. Jeżeli margines fazy nie spełnia wymagań specyfikacji do projektu, należy znaleźć częstotliwość przy której przesunięcie fazy Φ jest równe

$$\Phi = -180^\circ + \text{margines fazy ze specyfikacji} + (5^\circ \sim 12^\circ)$$

i wybrać tę częstotliwość jako nową częstotliwość w punkcie przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości ω_g .

4. Znalazienie wzmocnienia przy częstotliwości ω_g z wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ lub inaczej wzmocnienie = $|G_1(j\omega_g)|$.
5. Wyznaczenie współczynnika β z zależności

$$\beta = |G_1(j\omega_g)|$$

6. Wyznaczenie lokalizacji zera 1/T

Zasadniczo jako lokalizację zera 1/T wybieramy częstotliwość, która jest jedną dziesiątą częstotliwości ω_g opóźniającego kompensatora fazy, czyli

$$z = \frac{1}{T} = \frac{\omega_g}{10}$$

7. Funkcję przejściową opóźniającego kompensatora fazy otrzymujemy, podstawiając znalezione wartości β , K_c i T do zależności

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}, \quad \beta > 1$$

8. Wykreślenie wykresu Bodego skompensowanego systemu $G_c(s)G(s)$ i sprawdzenie, czy system spełnia wymagania. Jeżeli nie, należy przeprojektować system, zmieniając wartość T .

Przykładowy projekt:

[Zadanie] Obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{10^6}{s(s + 100)(s + 200)}$$

Zaprojektować kompensator, który spowoduje, że system spełni poniższe wymagania:

1. Margines fazy Φ .M. (żądany) $\geq 40^\circ$
2. Margines wzmocnienia G.M. (żądany) $\geq 10\text{dB}$
3. Stała błędu szybkości $K_v \geq 500 \text{ s}^{-1}$

[Rozwiązanie]

Niech funkcja przejściowa opóźniającego kompensatora fazy wynosi

$$G_c(s) = K_c \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = K \frac{s + z}{s + p}, \quad \beta > 1$$

1. Obliczenie K_c

Niech $K_v = 500$

$$\begin{aligned} K_v &= \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s K_c \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} \frac{10^6}{s(s + 100)(s + 200)} \\ &= 50 K_c = 500 \end{aligned}$$

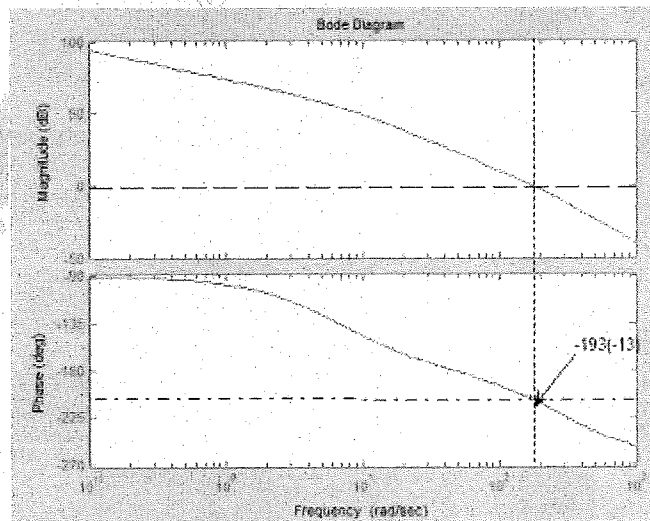
Wtedy $K_c = 10$

2. Wykreślenie wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ i znalezienie jej zapasu fazy.

$$G_1(s) = K_c G(s) = \frac{10^7}{s(s + 100)(s + 200)}$$

Używając programu MATLAB, narysować wykres Bodego funkcji $G_1(s)$, który pokazano na rysunku 30-3. Aby narysować wykres, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
num=[1000000]
den=[1 300 20000 0]
bode(num, den, {0.1, 1000})
```



Rys. 30-3 Wykres Bodego funkcji $G_1(s)$

3. Z wykresu Bodego z rysunku 30-3 widać, że krzywa wzmocnienia przecina oś częstotliwości przy częstotliwości około $\omega = 200$ rad/s. Punkt przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości znaleźć, korzystając z programu MATLAB.

W oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
[mag, phase, w]=bode(num, den)
[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, phase, w)
```

W wyniku tej operacji otrzymujemy częstotliwość punktu przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości $\omega_c = 180 \text{ rad/s}$ i margines fazy $\Phi.M. = -13^\circ$. Obliczony margines fazy nie jest zgodny z wymaganiami specyfikacji, a jego ujemny znak świadczy, że system z zamkniętą pętlą jest niestabilny.

Ponieważ obliczony margines fazy nie jest zgodny ze specyfikacją, należy znaleźć fazę Φ przy częstotliwości ω_g z wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$.

$$\begin{aligned}\Phi &= -180^\circ + \text{margines fazy ze specyfikacji} + (5^\circ \sim 12^\circ) \\ &= -180^\circ + 40^\circ + 12^\circ = -128^\circ\end{aligned}$$

Wybieramy teraz częstotliwość ω_g jako nowy punkt przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości. Z wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ pokazanego na rysunku 30-3 widzimy, że kąt fazowy wynosi około -128° przy częstotliwości ω około 40 rad/s . Użyjemy teraz programu MATLAB do znalezienia częstotliwości z przesunięciem fazy -128°

W oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
phase=phase-52
```

```
[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, chase, w)
```

Jak widać z linii polecenia `phase=phase-52` faza zostaje przesunięta z -128° do -180° przez jej zmniejszenie o 52° . Używając programu MATLAB do znalezienia nowego punktu przecięcia wzmocnienia z osią częstotliwości (PCF), którym w rzeczywistości jest częstotliwość przy -128° , uzyskujemy częstotliwość $\omega = 46,5 \text{ rad/s}$. Zatem częstotliwość $\omega_g = 46,5 \text{ rad/s}$.

4. Znalezienie wartości wzmocnienia przy częstotliwości ω_g .

W oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
[mag]=bode(num, den, 46.5)
```

W wyniku operacji otrzymujemy wzmocnienie

$$|G_1(j\omega_g)| = 9,5$$

5. Wyznaczenie wartości β

Zasadniczo wartość β obliczamy z zależności

$$\beta = |G_1(j\omega_g)| = 9,5$$

Dla uproszczenia wybieramy wartość

$$\beta = 10$$

6. Wyznaczenie lokalizacji zera ($1/T$)

Zasadniczo jako lokalizację zera $1/T$ wybieramy częstotliwość, która jest jedną dziesiątą częstotliwości ω_g nowego punktu przecięcia charakterystyki wzmocnienia opóźniającego kompensatora fazy z osią częstotliwości, czyli

$$z = \frac{1}{T} = \frac{\omega_g}{10} = 4,65$$

Dla uproszczenia wybieramy wartość

$$z = \frac{1}{T} = 5$$

7. Podstawienie wyznaczonych wartości K_c i T do funkcji przejściowej kompensatora, zatem

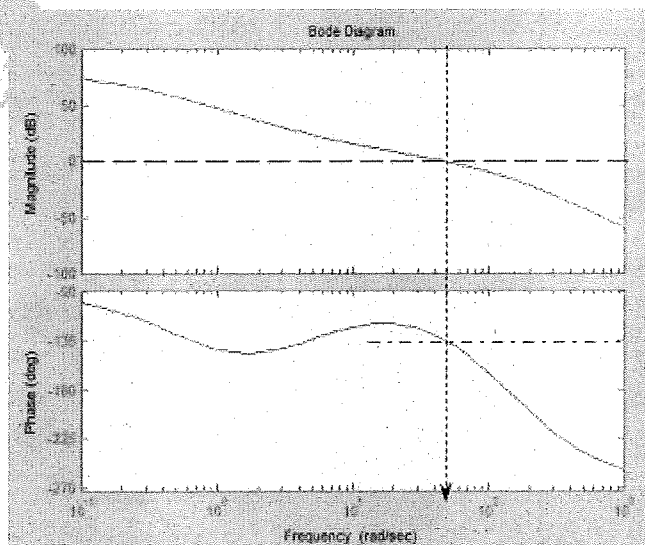
$$G_c(s) = K_c \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = 10 \frac{s/5 + 1}{s/0,5 + 1} = \frac{s + 5}{s + 0,5}$$

8. W takim przypadku funkcją przejściową systemu z otwartą pętlą i opóźniającym kompensatorem fazy będzie równa

$$G_c(s)G(s) = \frac{s + 5}{s + 0,5} \frac{1000000}{s(s + 100)(s + 200)}$$

Używając programu MATLAB, narysować wykres Bodego funkcji $G_c(s)G(s)$, który pokazano na rysunku 30-4. Aby narysować wykres, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
num=conv([1 5], [1000000])
den=conv([1 0,5], conv([1 0], conv([1 100], [1 200])))
bode(num, den, {0.1, 1000})
[mag, chase, w]=bode(num, den)
[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, chase, w)
```

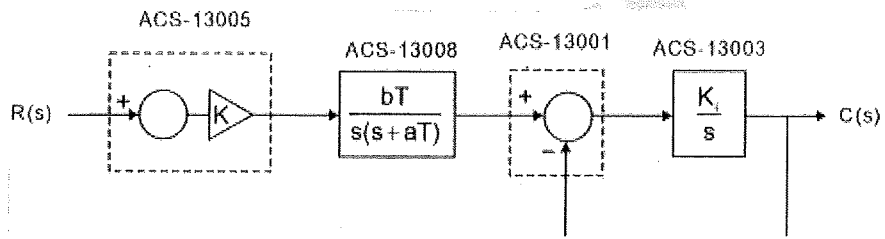


Rys. 30-4 Wykres Bodego funkcji $G_c(s)G(s)$

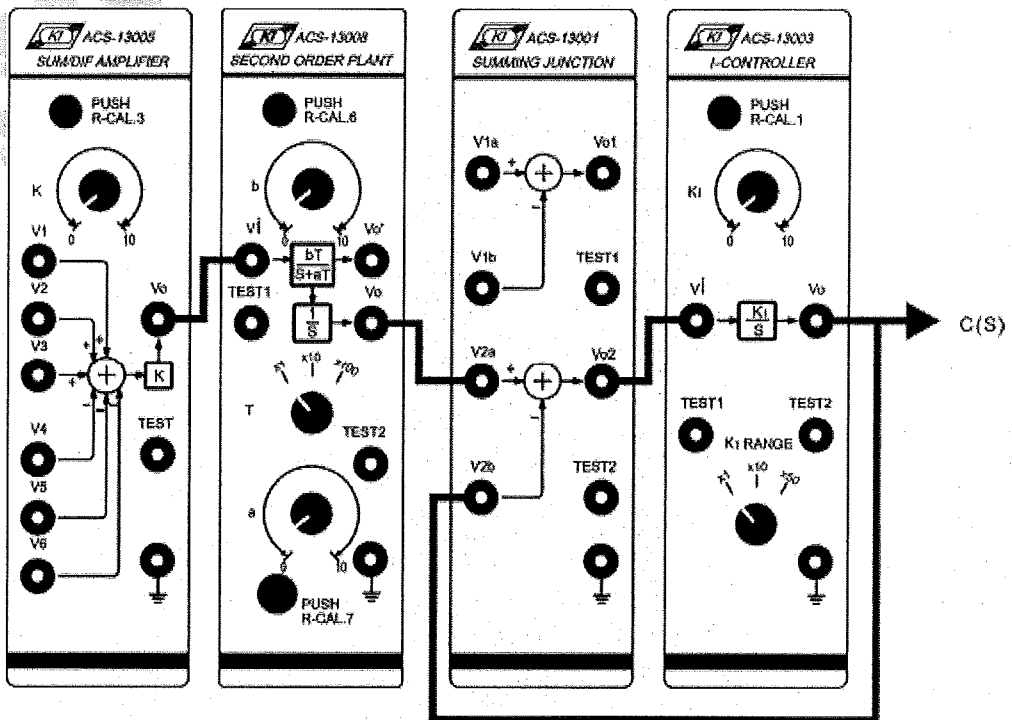
Z rysunku 30-4. i wyników otrzymujemy margines fazy $\Phi.M.=47^\circ$ i margines wzmocnienia $G.M.=20\log|G_s|=15\text{dB}$. Wartości te spełniają specyfikację postawionego zadania.

PROCEDURA

Schemat blokowy i schemat połączeń obiektu pokazano na rysunku 30-5.



(a) Schemat blokowy

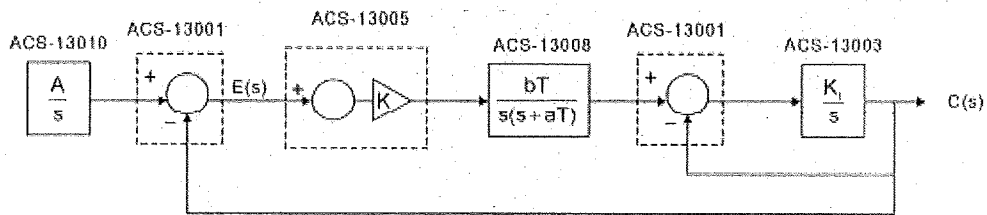


(b) Schemat połączeń

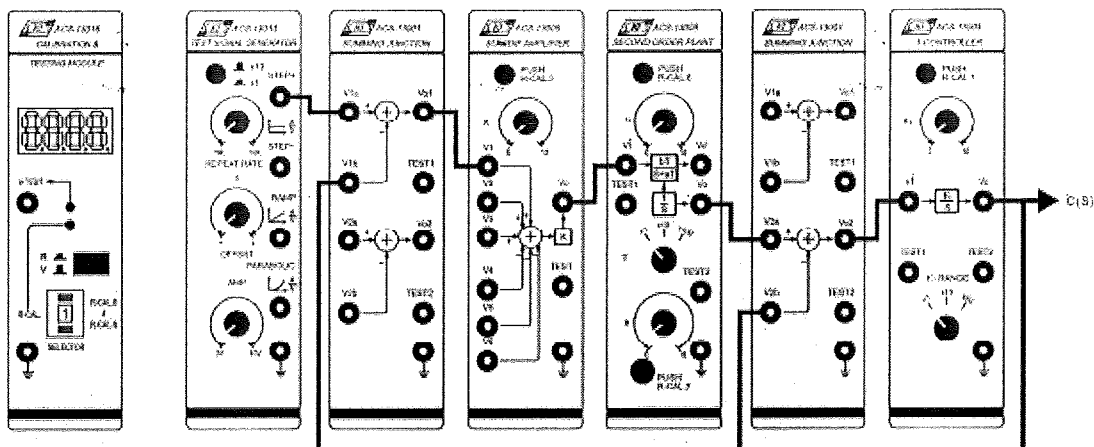
Rys. 30-5

A. System z zamkniętą pętlą bez opóźniającego kompensatora fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 30-6.



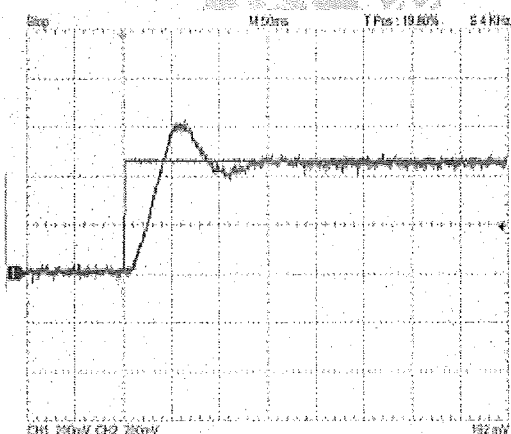
(a) Schemat blokowy



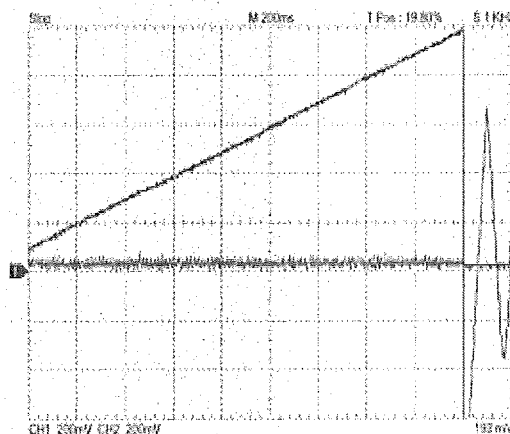
(b) Schemat połączeń

Rys. 30-6

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,5Hz, 0,5Vpp.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x100 oraz a=2 i b=10.
4. W module ACS-13003 ustawić przełącznik K_i RANGE na pozycji x10 i wartość K_i=10.
5. W module ACS-13005 ustawić K=10.
6. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13003, które pokazano na rysunku 30-7.
7. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
8. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i Vo1 modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 30-8. Uchyb ustalony jest równy $e_{ss}=0,02$.



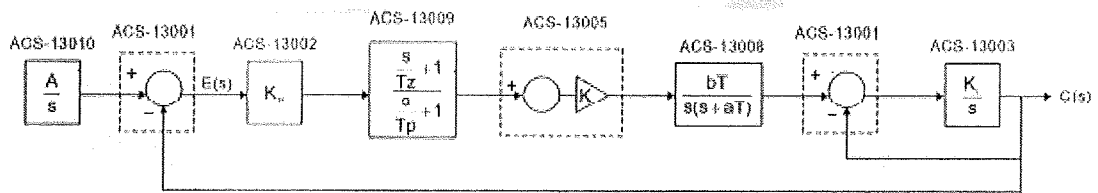
Rys. 30-7 Odpowiedź na skok jednostkowy



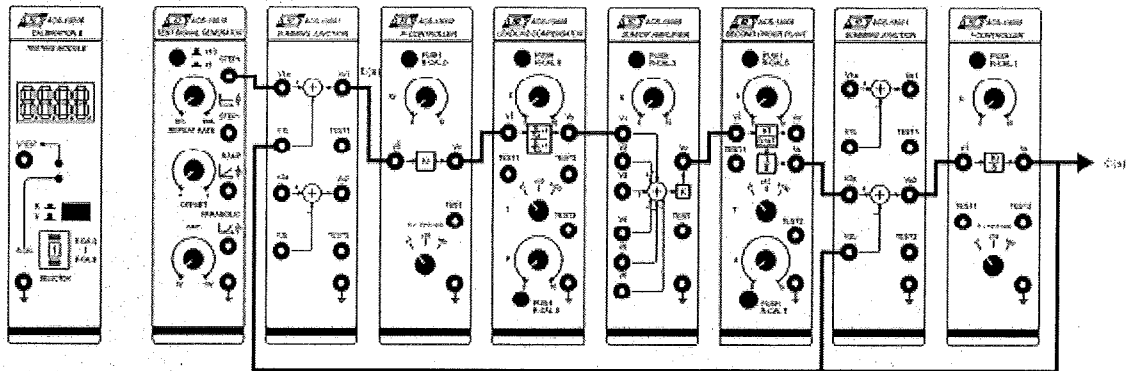
Rys. 30-8 Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

B. System z zamkniętą pętlą z opóźniającym kompensatorem fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 30-9.



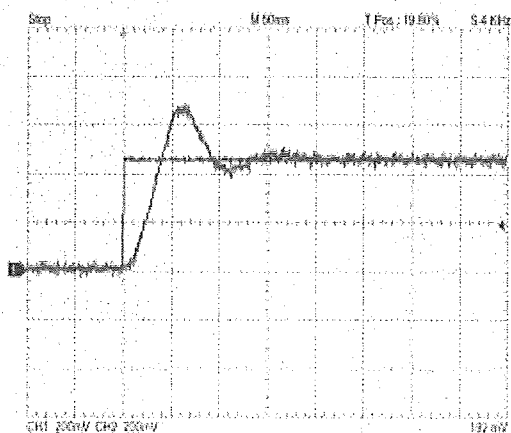
(a) Schemat blokowy



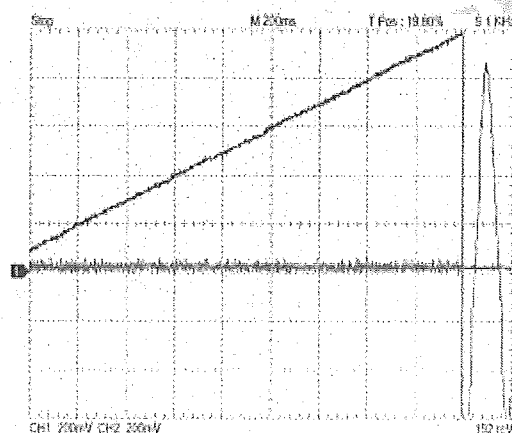
(b) Schemat połączeń

Rys. 30-9

2. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji x1 i wartość $K_p=10$.
3. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x1 oraz z=5 i p=0,5.
4. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13003, które pokazano na rysunku 30-10.
5. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
6. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 30-11. Uchyb ustalony wynosi $e_{ss}=0,002$.



Rys. 30-10. Odpowiedź na skok jednostkowy



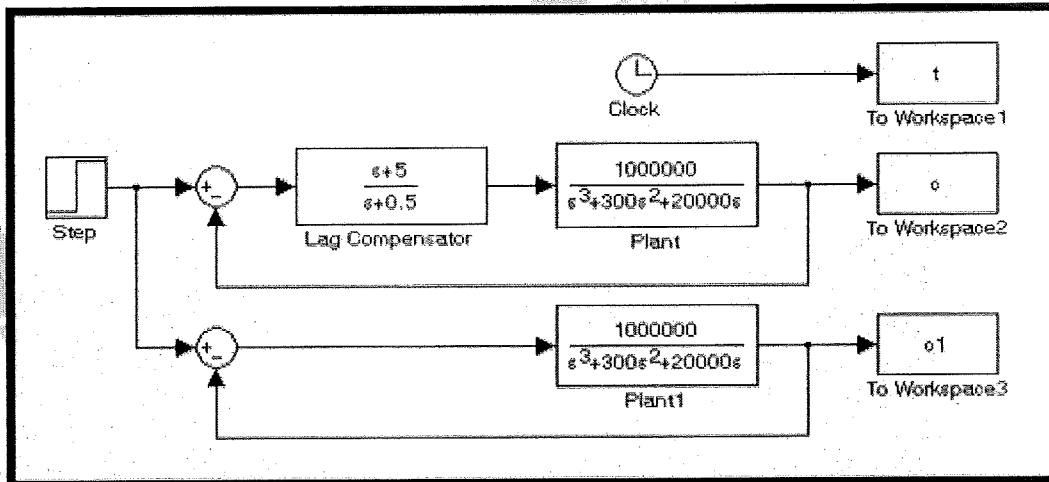
Rys. 30-11. Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

SYMULACJA SIMULINK

1. Przekształcić funkcję przejściową kompensatora opóźniającego $G_c(s)$ do postaci:

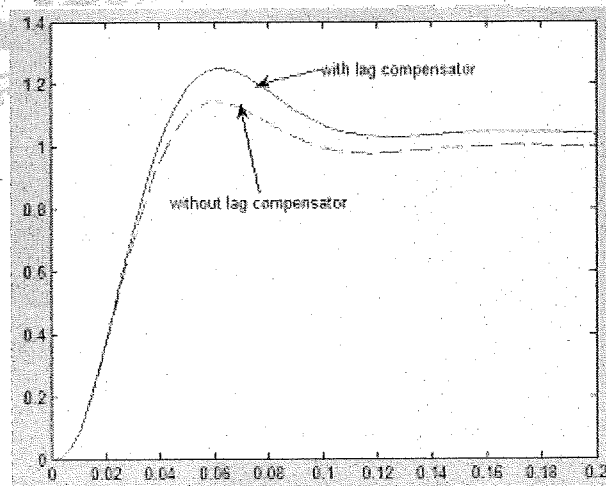
$$G_c(s) = 10 \frac{s/5 + 1}{s/0,5 + 1} = \frac{s + 5}{s + 0,5}$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 30-12.



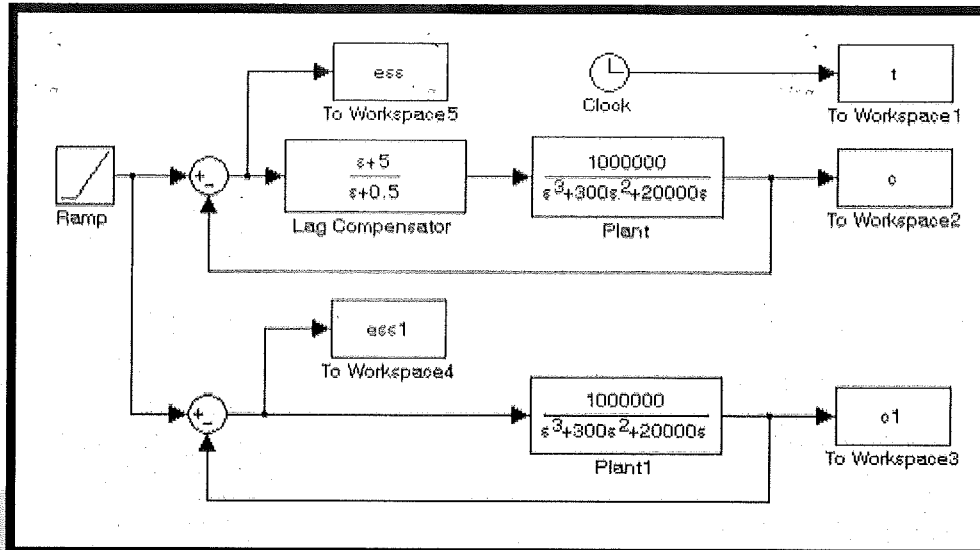
Rys. 30-12

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawień czasu symulacji zmienić czas Stop na 1.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_30_1.mdl.
6. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 30-13.



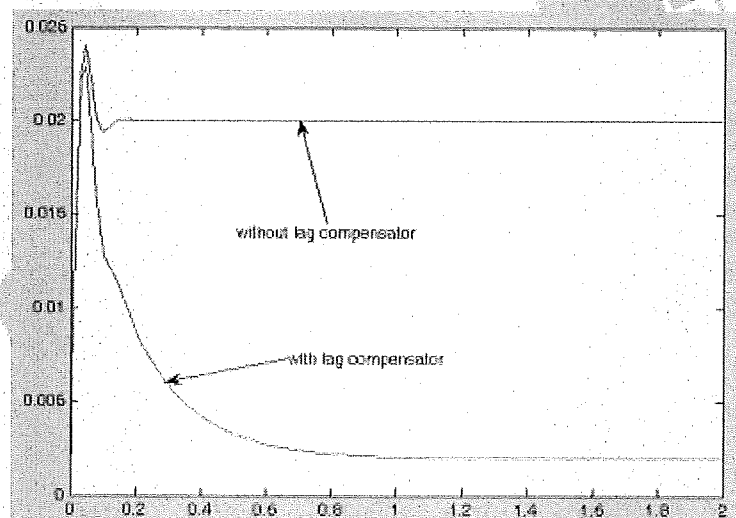
Rys. 30-13 Odpowiedź na skok jednostkowy

7. Przerysować schemat blokowy zgodnie z rysunkiem 30-14. W wyniku tej modyfikacji sygnał wejściowy zostanie zmieniony na przebieg narastający RAMP w celu obserwacji uchybu ustalonego.



Rys. 30-14

8. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
9. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_30_2.mdl.
10. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 30-15.



Rys. 30-15 Odpowiedź na przebieg narastający liniowo

Ćwiczenie 31 Wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy (1)

CEL ĆWICZEŃ

1. Zaprojektowanie wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy w dziedzinie czasu.
2. Sprawdzenie, czy wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy posiada zalety zarówno wyprzedzającego, jak i opóźniającego kompensatora fazy.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy jest kombinacją wyprzedzającego i opóźniającego kompensatorów fazy. Przed przystąpieniem do omówienia wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy rozważmy zalety i wady kompensatorów z opóźnieniem i wyprzedzeniem fazy. Z poprzednich ćwiczeń wiemy, że kompensator opóźniający fazę zwiększa wzmocnienie systemu dla małych częstotliwości i posiada następujące cechy charakterystyczne:

Zalety:

1. Poprawa odpowiedzi w stanie ustalonym.
2. Redukcja pasma przenoszenia dzięki czemu system nie jest czuły na zakłócenia w.c.z.

Wady:

Zmniejszenie pasma, co powoduje wolniejszą odpowiedź systemu w stanie nieustalonym.

System z wyprzedzającym kompensatorem fazy posiada następujące cechy charakterystyczne:

Zalety:

1. Zwiększenie pasma dzięki czemu odpowiedź systemu staje się szybsza.
2. Zmniejszenie maksymalnej wartości przesteru napięcia odpowiedzi w stanie ustalonym.

Wady:

1. Zwiększenie pasma, co powoduje, że system staje się wrażliwy na zakłócenia w.c.z.
2. Aby poprawić odpowiedź w stanie ustalonym wymagany jest dodatkowy wzmacniacz w celu kompensacji tłumienia kompensatora przy niskich częstotliwościach.

W przypadku systemu o słabej charakterystyce zarówno w stanie nieustalonym, jak i ustalonym, konieczne jest zastosowanie jednocześnie wyprzedzającego i opóźniającego kompensatorów fazy (lub kompensatora wyprzedzająco-opóźniającego).

Rozważmy funkcję przejściową wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy

$$G_c(s) = K_c \left(\frac{s + z_1}{s + p_1} \right) \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right)$$

gdzie $\alpha = (p_1/z_1) > 1$ i $\beta = (z_2/p_2) > 1$.

Aby zaprojektować wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy w dziedzinie czasu, należy przeanalizować dwa przypadki:

1. α nie jest równe β .
2. α jest równe β .

W przypadku gdy α nie jest równe β , w celu zaprojektowania wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy, należy wykonać poniższą procedurę:

1. Znaleźć dominujący pierwiastek systemu z zamkniętą pętlą zgodnie ze specyfikacją. Innymi słowy, wyznaczyć biegun systemu z zamkniętą pętlą spełniający wymagania specyfikacji.
2. Założyć, że zero i biegun (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy leżą bardzo blisko środka układu współrzędnych. Inaczej mówiąc, jeżeli s_d jest biegunem dominującym systemu z zamkniętą pętlą, to

$$\left| \frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right| \approx 1$$

Dla takiego przypadku należy zaprojektować zero i biegun (z_1, p_1) oraz K_c wyprzedzającego kompensatora fazy, korzystając z informacji zawartych w rozdziale „Ćwiczenie 27 Wyprzedzający kompensator fazy (1)”.

3. Zaprojektować zero i biegun (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy zgodnie ze specyfikacją dla odpowiedzi w stanie ustalonym. Stała błędów szybkości K_v systemu z wyprzedzająco-opóźniającym kompensatorem fazy będzie wyrażona poniższą zależnością:

$$\begin{aligned} K_v &= \lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sK_c \left(\frac{s + z_1}{s + p_1} \right) \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right) G(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} sK_c \left(\frac{z_1}{p_1} \right) \left(\frac{z_2}{p_2} \right) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sK_c \frac{\beta}{\alpha} G(s) \end{aligned}$$

W końcowych krokach wyliczyć wartość β , podstawiając do powyższego równania wartości K_v oraz K_c i α wyznaczone w punkcie 2, a następnie wyznaczyć zero i biegun (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy zgodnie z zależnościami:

$$\left| \frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right| \approx 1$$

$$-5^\circ < \angle \left(\frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right) < 0^\circ$$

Przykładowy projekt:

[Zadanie] Obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{100}{s(s + 5)}$$

Postarać się zaprojektować kompensator, który spowoduje, że system spełni poniższe wymagania:

1. ζ dominującego bieguna $\geq 0,5$
2. ω_n dominującego bieguna ≥ 50 rad/s
3. Stała błędów szybkości $K_v \geq 800$ s⁻¹

[Rozwiązanie]

1. Znaleźcie położenie biegunu dominującego

Z równania $p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ znajdujemy położenie biegunów dominujących

$$p_{1,2} = -25 \pm j43,3$$

2. Zaprojektowanie wyprzedzającego kompensatora fazy

- (1) Zero

Z reguły zero jest położone na osi liczb rzeczywistych pod żądanym biegunem dominującym lub biegunem funkcji $G(s)$, aby wykorzystać efekt kasowania biegunów. Tutaj ustawiamy zero wyprzedzającego kompensatora fazy w miejscu biegunu funkcji $G(s)$, zatem

$$z = \frac{1}{T} = 5$$

- (2) Biegun
Ponieważ

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d)G(s_d)\Big|_{s=-25+j43,3} &= -180^\circ \\ &= \angle G_c(s_d)\Big|_{s=-25+j43,3} + \angle G(s_d)\Big|_{s=-25+j43,3} \\ &= \angle G_c(s_d)\Big|_{s=-25+j43,3} - \angle(-25+j43,3) - \angle(-20+j43,3) \\ &= \angle G_c(s_d)\Big|_{s=-25+j43,3} - 120^\circ - 115^\circ\end{aligned}$$

Wtedy

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d)\Big|_{s=-25+j43,3} &= -180^\circ + 120^\circ + 115^\circ \\ &= 55^\circ\end{aligned}$$

Ponieważ zaś

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d)\Big|_{s=-25+j43,3} &= \angle(-20+j43,3) - \angle(-25+p_1+j43,3) \\ &= 115^\circ - \tan^{-1} \frac{43,3}{-25+p_1}\end{aligned}$$

Wtedy

$$\begin{aligned}\tan^{-1} \frac{43,3}{-25+p_1} &= 115^\circ - 55^\circ \\ \frac{43,3}{-25+p_1} &= \tan 60^\circ = 1,732 \\ p_1 &= 50\end{aligned}$$

Funkcja przejściowa wyprzedzającego kompensatora fazy jest równa

$$\frac{s+5}{s+50}$$

3. Wyznaczenie K_c

$$\left| K_c \frac{s+5}{s+50} \frac{100}{s(s+5)} \right|_{s=-25+j43,3} = \frac{100K_c}{50 \times 50} = 1$$

Stąd $K_c = 25$

4. Zaprojektowanie zera i bieguna (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy zgodnie ze specyfikacją dla odpowiedzi w stanie ustalonym. Niech stała błędności $K_v=800$, wtedy:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)G_c(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sK_c \left(\frac{s+z_1}{s+p_1} \right) \left(\frac{s+z_2}{s+p_2} \right) G(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s(25) \left(\frac{5}{50} \right) \left(\frac{z_2}{p_2} \right) \left(\frac{100}{s(s+5)} \right) = 50 \frac{z_2}{p_2} = 800$$

Zatem
$$\frac{z_2}{p_2} = 16$$

Obliczamy położenie zera i bieguna (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy zgodnie z poniższymi warunkami:

$$\left| \frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right|_{s = -25 + j43,3} \approx 1$$

$$-5^\circ < \angle \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right)_{s = -25 + j43,3} < 0^\circ$$

W oknie poleceń MATLAB wpisać

```
>> s=-25+43.3j
>> z=0,1
>> Gc=(s+z)/(s+z/16)
>> A=angle(Gc)*180/pi
>> while (A>-5)
    z=z+0.1
    Gc=(s+z)/(s+z/16)
    A=angle(Gc)*180/piend
>> z
z =
5.1000
```

Widzimy, że z_2 musi być mniejsze od 5. Dla uproszczenia przyjmujemy $z_2=3.2$, wtedy

$$p_2 = \frac{3,2}{16} = 0,2$$

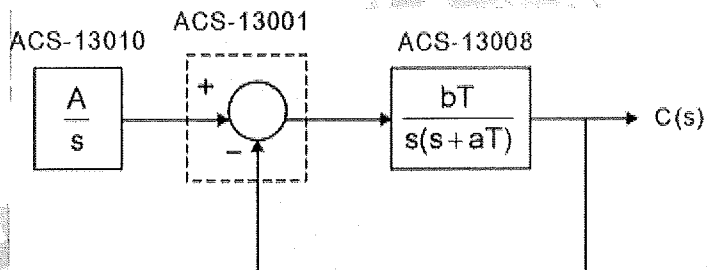
5. Funkcja przejściowa wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy ma w tym przypadku postać:

$$G_c(s) = 25 \left(\frac{s+5}{s+50} \right) \left(\frac{s+3,2}{s+0,2} \right)$$

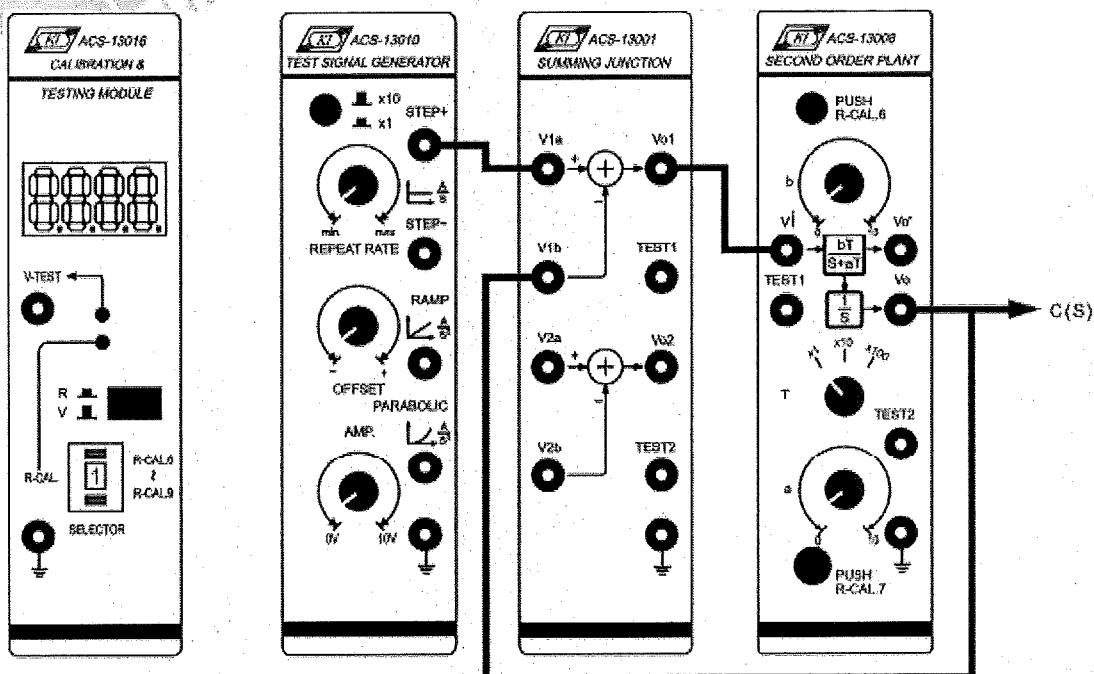
PROCEDURA

A. System z zamkniętą pętlą bez wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 31-1.



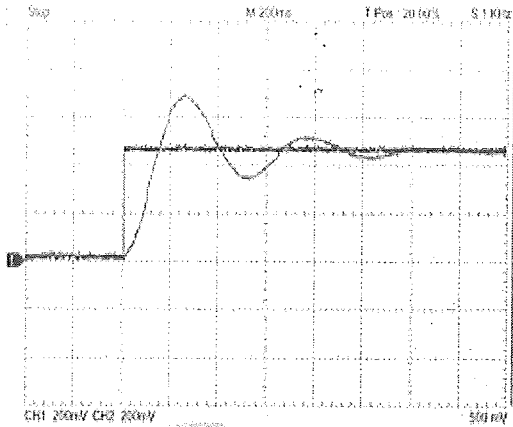
(a) Schemat blokowy



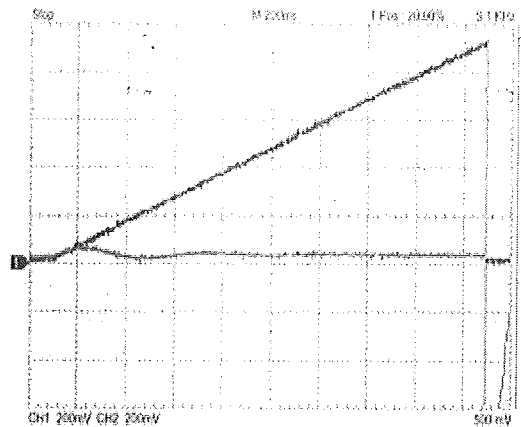
(b) Schemat połączeń

Rys. 31-1

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,25Hz, 0,5Vpp.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz $a=0,5$ i $b=10$.
4. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 31-2.
5. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
6. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 31-3. Uchyb ustalony jest równy $e_{ss}=0,05$.



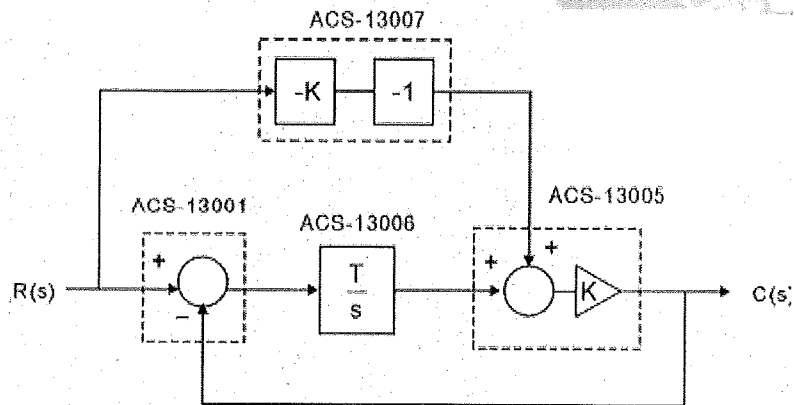
Rys. 31-2 Odpowiedź na skok jednostkowy



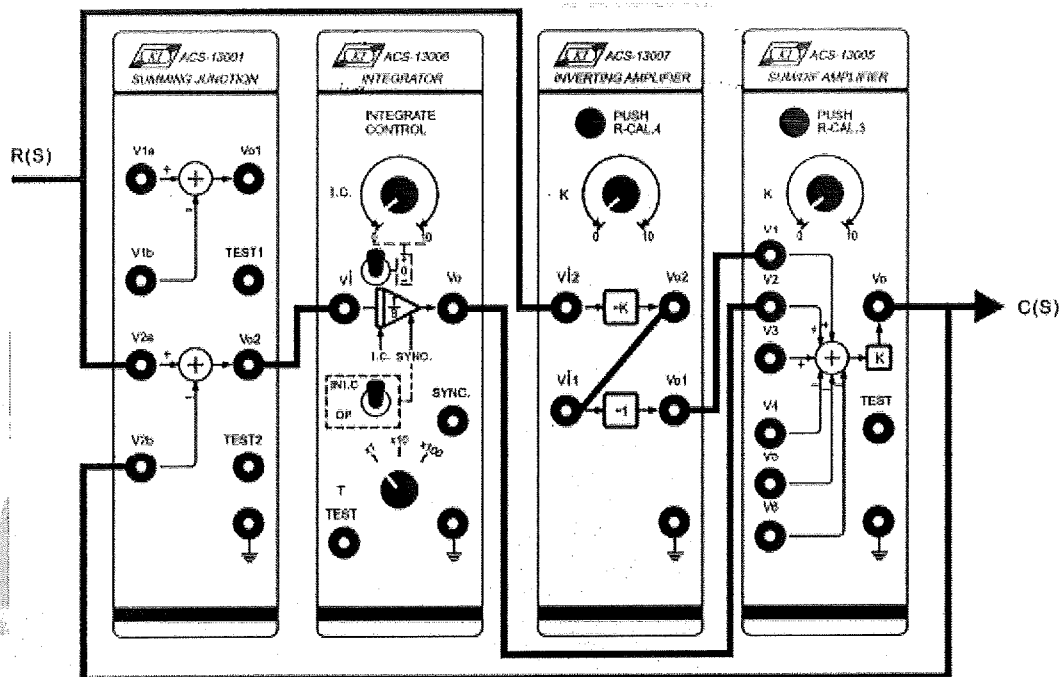
Rys. 31-3 Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

B. System z zamkniętą pętlą z wyprzedzająco-opóźniającym kompensatorem fazy.

1. W poniższym ćwiczeniu użyty zostanie moduł kompensatora wyprzedzająco-opóźniającego ACS-13009 jako wyprzedzający kompensator fazy, a opóźniający kompensator fazy będzie zbudowany z modułów ACS-13001, ACS-13005, ACS-13006 i ACS-13007. Patrz schemat blokowy i schemat połączeń układu pomiarowego z rysunku 31-4.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

Rys. 31-4 Opóźniający kompensator fazy

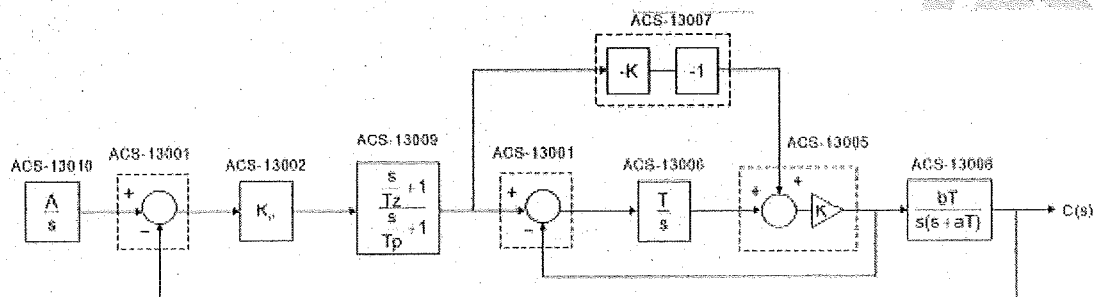
Funkcja przejściowa takiego opóźniającego kompensatora fazy będzie miała postać:

$$\frac{\frac{S}{Tz_2} + 1}{\frac{S}{Tp_2} + 1}, \quad z_2 = \frac{1}{K_{ACS-13005}}, \quad p_2 = K_{ACS-13007}$$

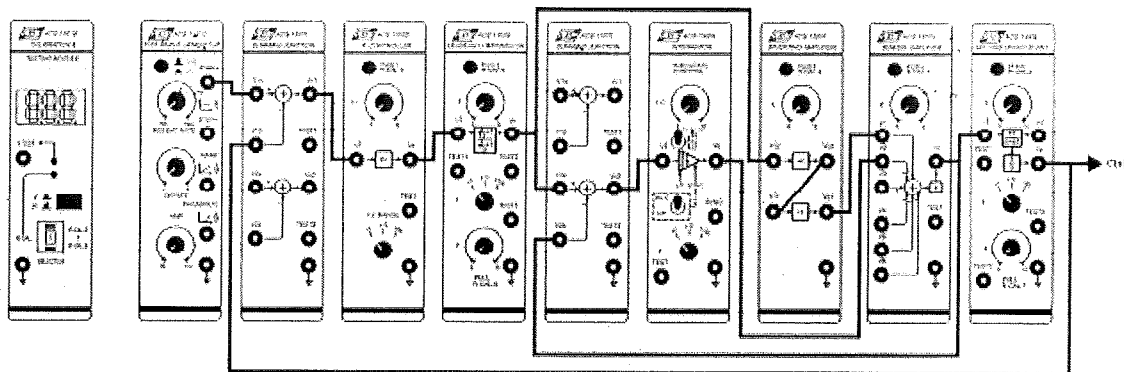
- Przekształćmy funkcję przejściową wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy do postaci

$$G_c(s) = 25 \left(\frac{s+5}{s+50} \right) \left(\frac{s+3,2}{s+0,2} \right) = 40 \left(\frac{s/5+1}{s/50+1} \right) \left(\frac{s/3,2+1}{s/0,2+1} \right)$$

- Włączyć kompensator wyprzedzająco-opóźniający w system z zamkniętą pętlą, zestawiając układ pomiarowy, którego schemat blokowy i schemat połączeń pokazano na rysunku 31-5.



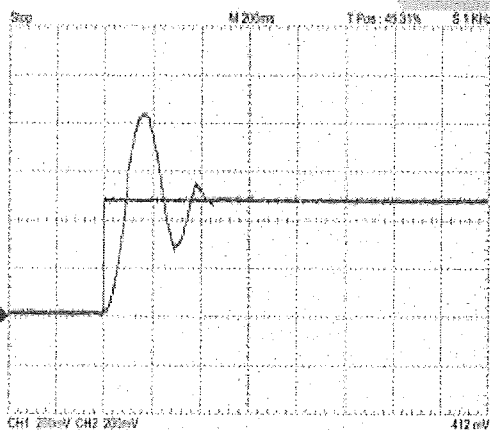
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

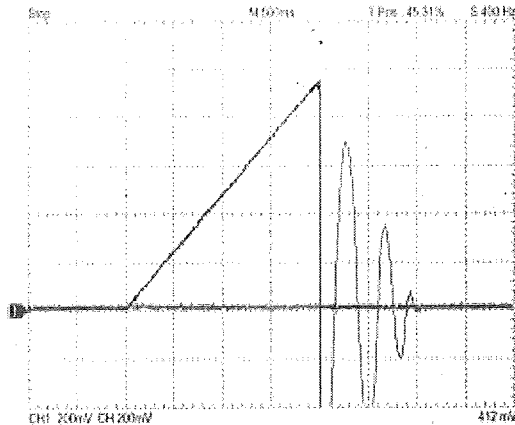
Rys. 31-5

4. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji $\times 10$ i wartość $K_p=4$.
5. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji $\times 10$ oraz $z=0,5$ i $p=5$.
6. W module ACS-13006 ustawić przełącznik T na pozycji $\times 1$ ($T=1$).
7. W module ACS-13007 ustawić $K=0,31$ ($z_2=3,2$).
8. W module ACS-13005 ustawić $K=0,2$ ($p_2=3,2$).
9. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 31-6.



Rys. 31-6 Odpowiedź w stanie nieustalonym

10. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
11. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 31-7. Uchyb ustalony wynosi $e_{ss}=0,00125$.



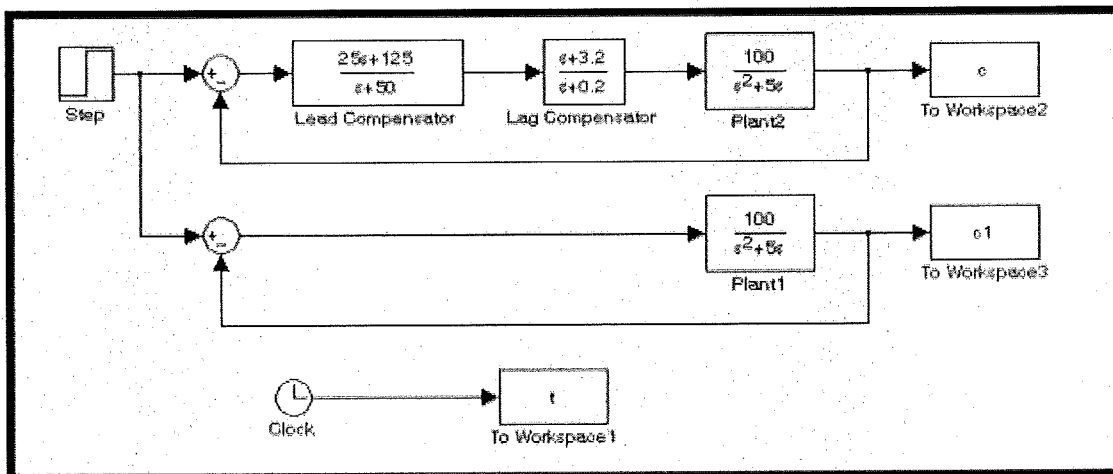
Rys. 31-7

SYMULACJA SIMULINK

1. Przekształcić funkcję przejściową kompensatora wyprzedzająco-opóźniającego $G_c(s)$ do postaci:

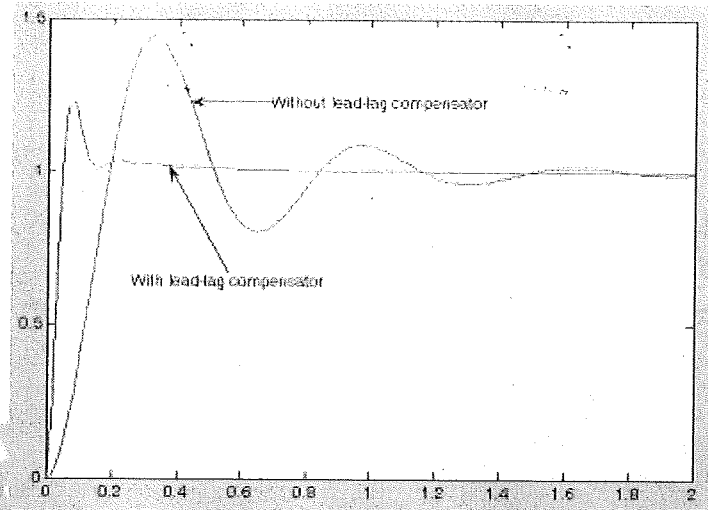
$$G_c(s) = 25 \left(\frac{s+5}{s+50} \right) \left(\frac{s+3,2}{s+0,2} \right) = \left(\frac{25s+125}{s+50} \right) \left(\frac{s+3,2}{s+0,2} \right)$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 31-8.



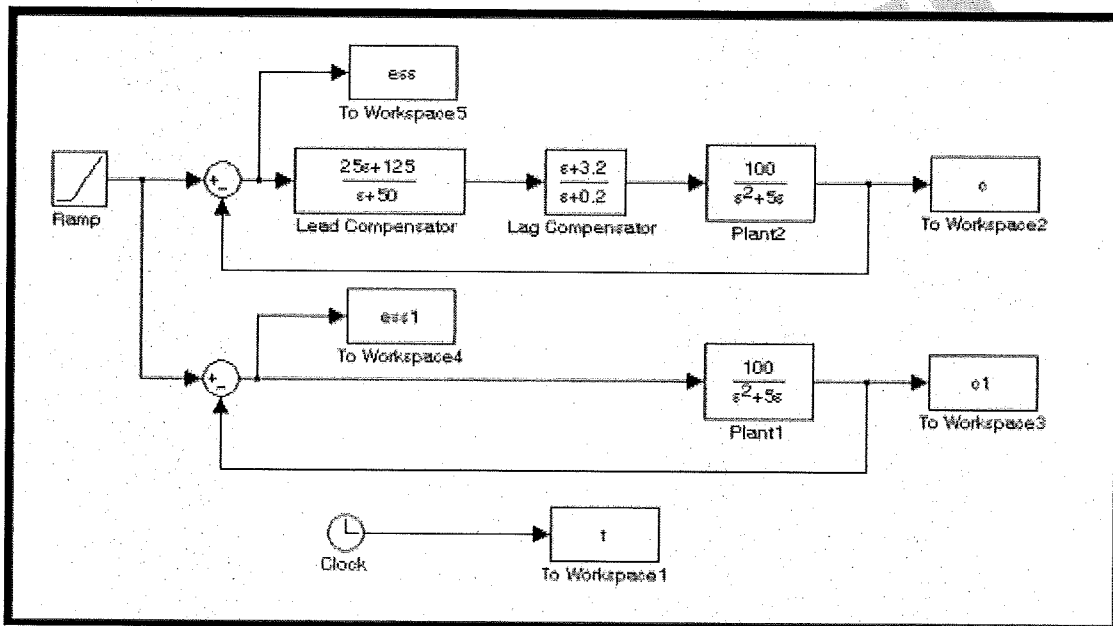
Rys. 31-8

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawień czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_31_1.mdl.
6. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 31-9. Zauważmy, że odpowiedź w stanie nieustalonym systemu skompensowanego (ang. *with lead-lag compensator*) spełnia wymagania specyfikacji.



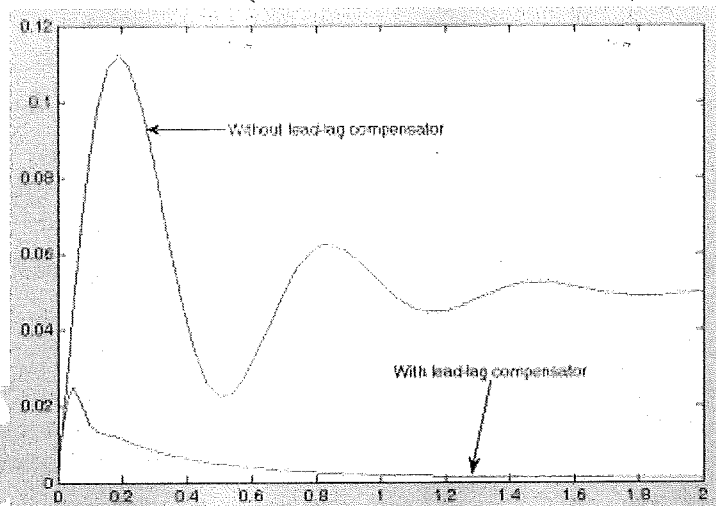
Rys. 31-9

- Przerysować schemat blokowy zgodnie z rysunkiem 31-10. W wyniku tej modyfikacji sygnał wejściowy zostanie zmieniony na przebieg narastający RAMP w celu obserwacji uchybu ustalonego.



Rys. 31-10

- Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_31_2.mdl.
- Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 31-11. Zauważmy, że uchyb ustalony w systemie skompensowanym ulega zmniejszeniu od 0,05 ($K_v=20$) do 0,00125 ($K_v=833$), spełniając wymagania specyfikacji.



Rys. 31-11

Ćwiczenie 32 Wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy (2)

CEL ĆWICZEŃ

1. Zaprojektowanie wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy w dziedzinie czasu w przypadku, gdy α jest równe β .
2. Obserwacja wpływu wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy na odpowiedź systemu.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Rozważmy funkcję przejściową wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy

$$G_c(s) = K_c \left(\frac{s + z_1}{s + p_1} \right) \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right)$$

gdzie $\beta = (p_1/z_1) = (z_2/p_2) > 1$.

W ćwiczeniu tym zaprojektujemy wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy w dziedzinie czasu dla przypadku, gdy α jest równe β .

W celu zaprojektowania wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy, należy wykonać poniższą procedurę:

1. Znaleźć dominujący pierwiastek systemu z zamkniętą pętlą zgodnie ze specyfikacją. Innymi słowy, wyznaczyć biegun systemu z zamkniętą pętlą spełniający wymagania specyfikacji.
2. Założyć, że zero i biegun (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy leżą bardzo blisko środka układu współrzędnych. Inaczej mówiąc, jeżeli s_d jest biegunem dominującym systemu z zamkniętą pętlą, to

$$\left| \frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right| \approx 1$$

Dla takiego przypadku należy zaprojektować zero i biegun (z_1, p_1) oraz K_c wyprzedzającego kompensatora fazy, korzystając z informacji zawartych w rozdziale „Ćwiczenie 27 Wyprzedzający kompensator fazy (1)”.

3. Określić położenie zera i bieguna (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy zgodnie z poniższymi warunkami:

$$\beta = \frac{z_2}{p_2} = \frac{p_1}{z_1}$$

$$\left| \frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right| \approx 1$$

$$-5^\circ < \angle \left(\frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right) < 0^\circ$$

4. Sprawdzić, czy projekt spełnia wymagania specyfikacji na odpowiedź w stanie ustalonym. Jeżeli nie spełnia, przeprojektować system od punktu 2., przesuwając zero wyprzedzającego kompensatora fazy w lewo.

Przykładowy projekt:

[Zadanie] Obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{100}{s(s+5)}$$

Zaprojektować kompensator, który spowoduje, że system spełni poniższe wymagania:

1. ζ dominującego bieguna $\geq 0,5$
2. ω_n dominującego bieguna ≥ 50 rad/s
3. Stała błędu szybkości $K_V \geq 800$ s⁻¹

[Rozwiązanie]

1. Znalazienie położenia bieguna dominującego

Z równania $p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ znajdujemy położenie biegunów dominujących

$$p_{1,2} = -25 \pm j43,3$$

2. Zaprojektowanie wyprzedzającego kompensatora fazy

- (1) Zero z_1

Ustawić zero na osi liczb rzeczywistych pod żądanym biegunem dominującym. Wtedy

$$z = 25$$

- (2) Biegun p_1

Ponieważ

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d)G(s_d) \Big|_{s=-25+j43,3} &= -180^\circ \\ &= \angle G_c(s_d) \Big|_{s=-25+j43,3} + \angle G(s_d) \Big|_{s=-25+j43,3} \\ &= \angle G_c(s_d) \Big|_{s=-25+j43,3} - \angle(-25+j43,3) - \angle(-20+j43,3) \\ &= \angle G_c(s_d) \Big|_{s=-25+j43,3} - 120^\circ - 115^\circ\end{aligned}$$

wtedy

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d) \Big|_{s=-25+j43,3} &= -180^\circ + 120^\circ + 115^\circ \\ &= 55^\circ\end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned}\angle G_c(s_d) \Big|_{s=-25+j43,3} &= \angle(j43,3) - \angle(-25+p_1+j43,3) \\ &= 90^\circ - \tan^{-1} \frac{43,3}{-25+p_1}\end{aligned}$$

Dlatego

$$\begin{aligned}\tan^{-1} \frac{43,3}{-25+p_1} &= 90^\circ - 55^\circ \\ \frac{43,3}{-25+p_1} &= \tan 35^\circ = 0,7 \\ p_1 &= 86,86\end{aligned}$$

Funkcja przejściowa wyprzedzającego kompensatora fazy jest wtedy równa

$$\frac{s + 25}{s + 86,86}$$

3. Wyznaczenie K_c

$$\left| K_c \frac{s + 25}{s + 86,86} \frac{100}{s(s + 5)} \right|_{s = -25 + j43,3} = \frac{100 \times 43,3 K_c}{75,5 \times 50 \times 47,6} = 1$$

Stąd $K_c = 41,5$

4. Ustalenie położenia zera i bieguna (z_2, p_2) opóźniającego kompensatora fazy zgodnie ze poniższymi warunkami:

$$\beta = \frac{z_2}{p_2} = \frac{p_1}{z_1}$$

$$\left| \frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right| \approx 1$$

$$-5^\circ < \angle \left(\frac{s_d + z_2}{s_d + p_2} \right) < 0^\circ$$

Ustawić zero i biegun opóźniającego kompensatora fazy możliwie jak najbliżej początku układu współrzędnych. Aby to zrobić przyjąć $z_2 = 1$ i wtedy

$$p_2 = z_2 \frac{z_1}{p_1} = 0,288$$

Funkcja przejściowa opóźniającego kompensatora fazy będzie teraz wyrażona zależnością

$$\frac{s + 1}{s + 0,288}$$

5. Sprawdzenie, czy projekt spełnia wymagania na odpowiedź w stanie ustalonym.

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)G_c(s)$$

$$= 41,5 \frac{25}{86,86} \frac{1}{0,288} \frac{100}{5}$$

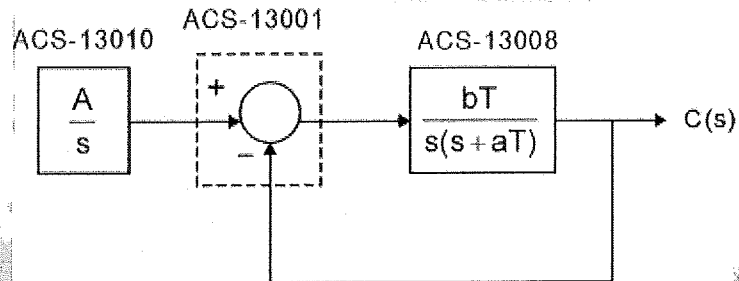
$$= 830$$

Stała błędności szybkości spełnia założenia specyfikacji $K_v \geq 800 \text{ s}^{-1}$.

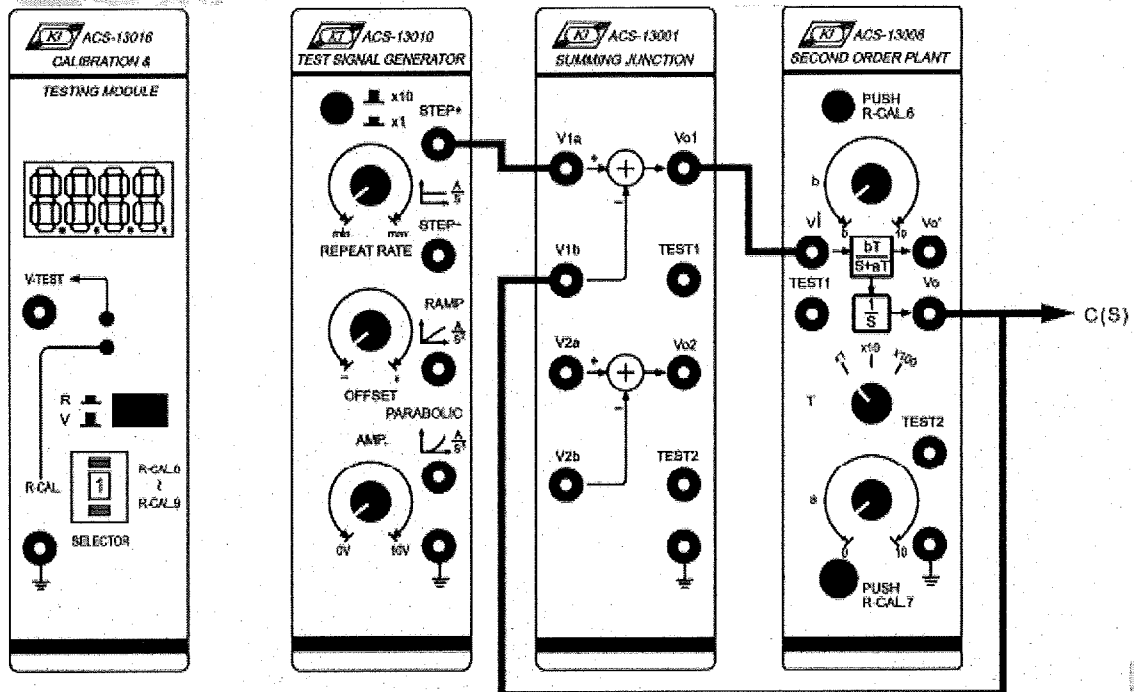
PROCEDURA

A. System z zamkniętą pętlą bez wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 32-1.



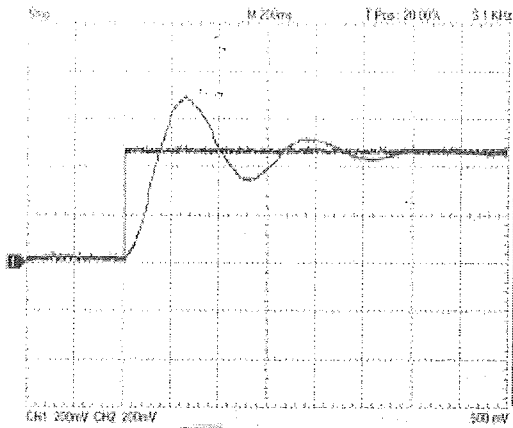
(a) Schemat blokowy



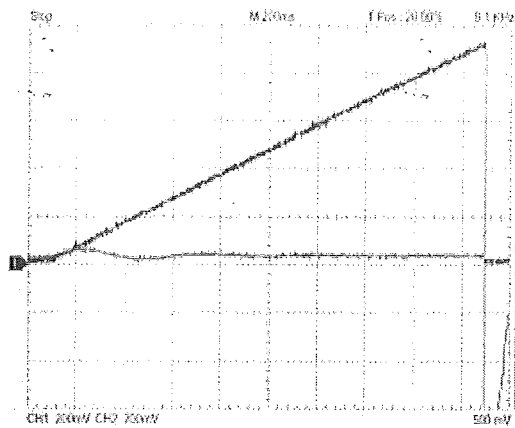
(b) Schemat połączeń

Rys. 32-1

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,25Hz, 0,5Vpp.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz $a=0,5$ i $b=10$.
4. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 32-2.
5. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
6. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 32-3. Uchyb ustalony jest równy $e_{ss}=0,05$.



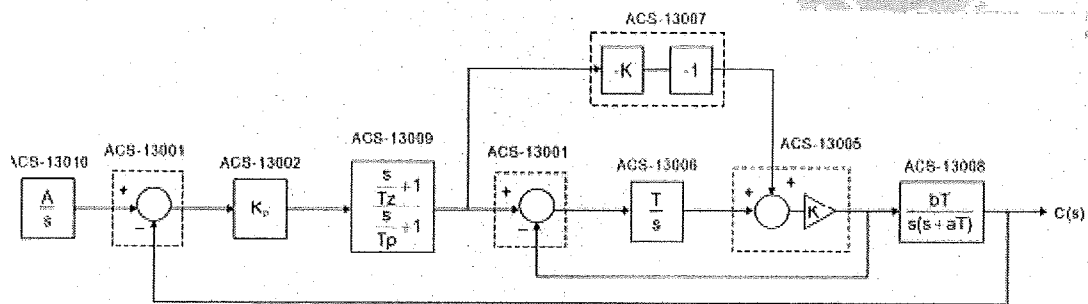
Rys. 32-2 Odpowiedź na skok jednostkowy



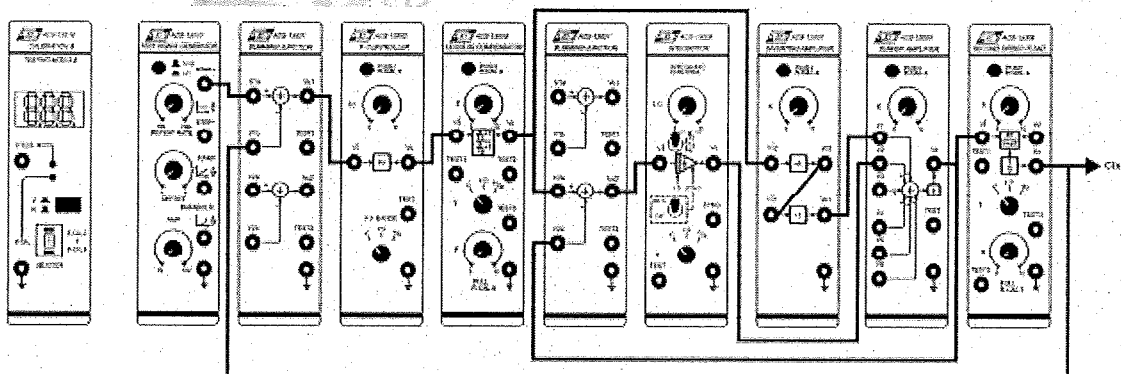
Rys. 32-3 Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

B. System z zamkniętą pętlą z wyprzedzająco-opóźniającym kompensatorem fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 32-4.



(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

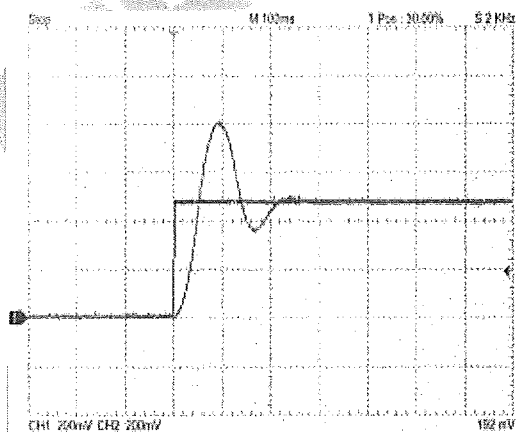
Rys. 32-4 Opóźniający kompensator fazy

2. Przekształćmy funkcję przejściową wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy do postaci

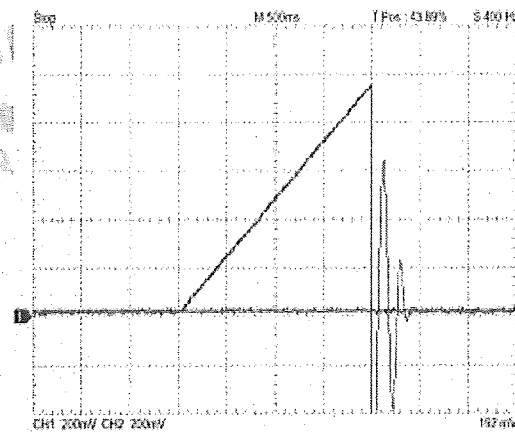
$$G_c(s) = 41,5 \left(\frac{s + 25}{s + 86,86} \right) \left(\frac{s + 1}{s + 0,288} \right) = 41,5 \left(\frac{s/25 + 1}{s/86,86 + 1} \right) \left(\frac{s + 1}{s/0,288 + 1} \right)$$

3. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji x10 i wartość $K_p=4,15$.

4. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz $z=2,5$ i $p=8,68$.
5. W module ACS-13006 ustawić przełącznik T na pozycji x1 ($T=1$).
6. W module ACS-13007 ustawić $K=1$ ($z_2=1$).
7. W module ACS-13005 ustawić $K=0,28$ ($p_2=0,28$).
8. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 32-5.
9. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
10. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i Vo1 modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 32-6. Uchyb ustalony wynosi $e_{ss}=0,0012$.



Rys. 32-5 Odpowiedź na skok jednostkowy



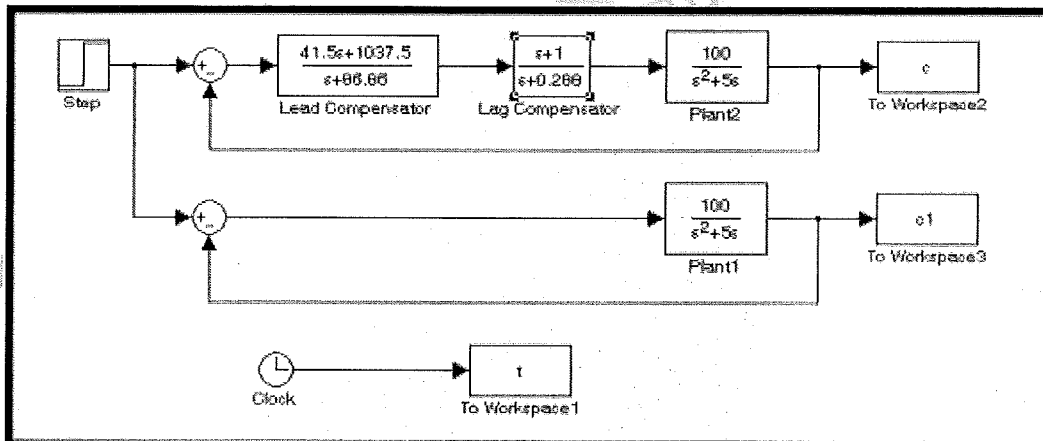
Rys. 32-6 Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

SYMULACJA SIMULINK

1. Przekształcić funkcję przejściową kompensatora wyprzedzająco-opóźniającego $G_c(s)$ do postaci:

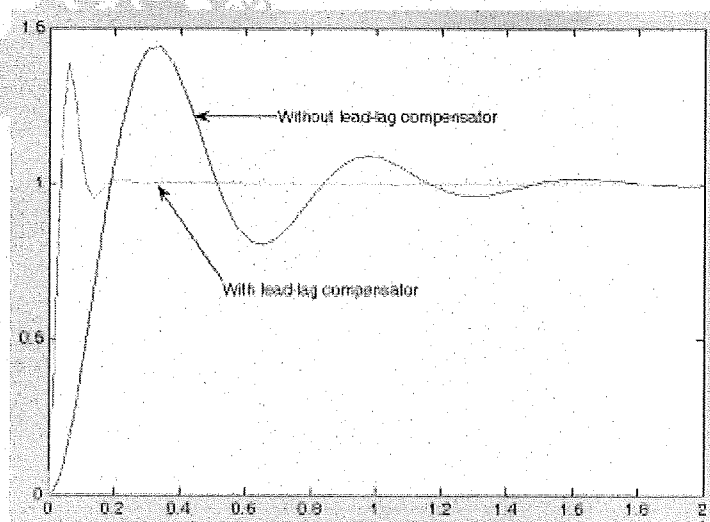
$$G_c(s) = 41,5 \left(\frac{s+25}{s+86,86} \right) \left(\frac{s+1}{s+0,288} \right) = \left(\frac{41,5s+1037,5}{s+86,86} \right) \left(\frac{s+1}{s+0,288} \right)$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 32-7.



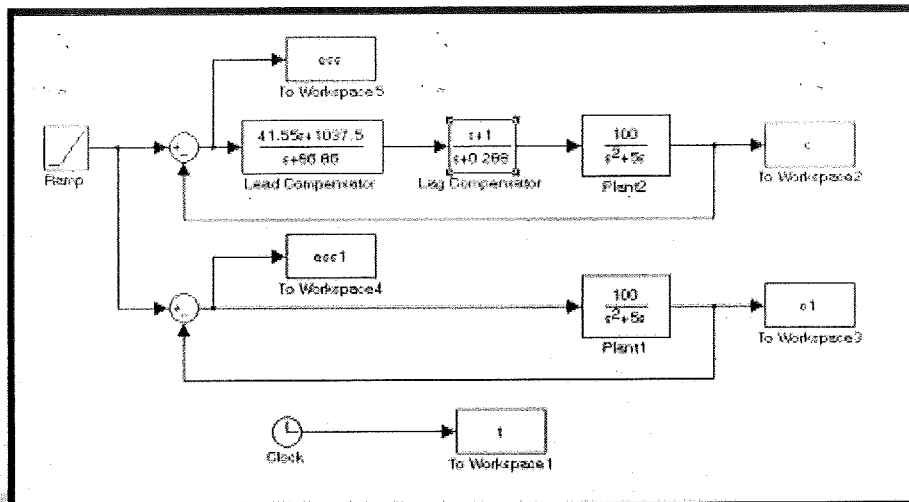
Rys. 32-7

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_32_1.mdl.
6. U uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 32-8.



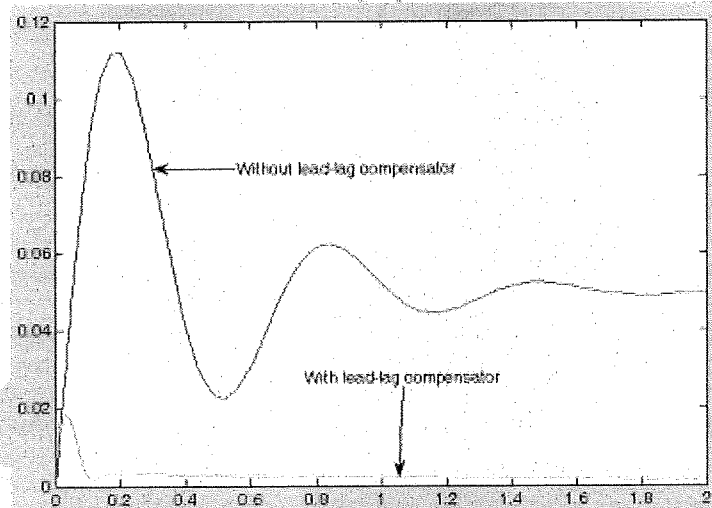
Rys. 32-8

7. Przerysować schemat blokowy zgodnie z rysunkiem 32-9. W wyniku tej modyfikacji sygnał wejściowy zostanie zmieniony na przebieg narastający RAMP w celu obserwacji uchybu ustalonego.



Rys. 32-9

8. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_32_2.mdl.
9. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 32-10.



Rys. 32-10

Ćwiczenie 33 Wyprzedzająco-opóźniający kompensator fazy (3)

CEL ĆWICZEŃ

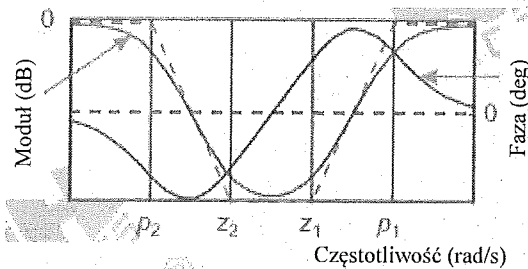
1. Zaprojektowanie wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy w dziedzinie częstotliwości.
2. Obserwacja wpływu wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy na odpowiedź systemu.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Funkcja przejściowa wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy jest wyrażana zależnością

$$G_c(s) = K_c \left(\frac{s + z_1}{s + p_1} \right) \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right) \quad \beta = \frac{p_1}{z_1} = \frac{z_2}{p_2} > 1$$

Wykres Bodego wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy pokazano na rysunku 33-1.

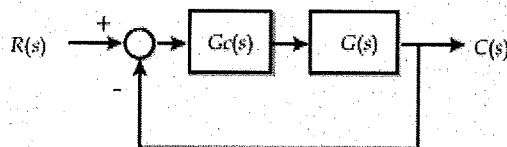


Rys. 33-1 Wykres Bodego wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy

W wyprzedzająco-opóźniającym kompensatorze fazy kompensator wyprzedzający służy do zwiększenia marginesu fazy systemu, a kompensator opóźniający – do zwiększenia wzmocnienia w zakresie niskich częstotliwości i poprawy odpowiedzi w stanie ustalonym. W celu zaprojektowania wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy w dziedzinie częstotliwości należy wykonać poniższe czynności:

1. Wyznaczenie K_c

Rozważmy system pokazany na rysunku 33-2.



Rys. 33-2 Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą

Na powyższym rysunku $G_c(s)$ jest funkcją przejściową kompensatora a $G(s)$ - funkcją przejściową obiektu. Załóżmy, że $G_c(s)$ i $G(s)$ są równe:

Niech
$$G_c(s) = K_c \left(\frac{s + z_1}{s + p_1} \right) \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right) \quad \beta = \frac{p_1}{z_1} = \frac{z_2}{p_2} > 1$$

Funkcja przejściowa układu z otwartą pętlą z kompensatorem fazy będzie wtedy miała postać

$$G_c(s)G(s) = K_c \left(\frac{s + z_1}{s + p_1} \right) \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right) G(s) = \left(\frac{s + z_1}{s + p_1} \right) \left(\frac{s + z_2}{s + p_2} \right) G_1(s)$$

Gdzie $G_1(s) = K_c G(s)$

Zgodnie z powyższym równaniem należy dobrać wartość K_c tak, aby uchyb ustalony lub stała błędu szybkości systemu z zamkniętą pętlą spełniały wymagania specyfikacji.

2. Wyznaczenie wartości β

W pierwszej kolejności założymy, że opóźniający kompensator fazy służy do sprowadzenia marginesu fazy systemu do 0° , a kompensator wyprzedzający zwiększa margines fazy tak, żeby system spełnił wymagania specyfikacji. W takim przypadku wyprzedzający kompensator fazy musi zapewnić kąt wyprzedzenia fazy ϕ_m , który będzie równy żądanemu marginesowi fazy $\Phi.M.$ ze specyfikacji plus tolerancja 5° do 20° . Dlatego kąt wyprzedzenia fazy, który musi realizować kompensator wyprzedzający wynosi:

$$\phi_m = \Phi.M. (\text{żądaný}) + \varepsilon, \text{ gdzie } \varepsilon = 5^\circ \text{ do } 12^\circ$$

W konsekwencji wartość β jest obliczana z zależności

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

3. Dobór wartości β

a. Narysować wykres Bodego funkcji $G_1(s)$.

b. Gdy $K_c=1$, to względne wzmocnienie przy maksymalnym kącie fazowym wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy wynosi około $-10 \log \beta$ dla częstotliwości $\omega_m = \sqrt{p_1 z_1}$. Z wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ należy znaleźć częstotliwość ω_g , dla której wzmocnienie $= 10 \log \beta$ i fazę ϕ_g .

c. Niech ω_m wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy jest równe częstotliwości ω_g nowego punktu przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości, wtedy margines fazy będzie równy

$$\Phi.M. = \phi_m + \phi_g + 180^\circ$$

Jeżeli $\Phi.M.$ spełnia wymagania specyfikacji, można przystąpić do projektowania wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy. W przeciwnym przypadku należy zwiększyć wartość ε i wyliczyć nową wartość β .

4. Wyznaczenie bieguna i zera opóźniającego kompensatora fazy

Zasadniczo zero opóźniającego kompensatora fazy z_2 jest zlokalizowane w punkcie $\omega_g/10$, a biegun p_2 - w punkcie z_2/β . Zatem

$$z_2 = \frac{\omega_g}{10}$$

$$p_2 = \frac{z_2}{\beta}$$

5. Wyznaczenie bieguna i zera wyprzedzającego kompensatora fazy

Ponieważ $\omega_m = \omega_g$, biegun i zero wyprzedzającego kompensatora są obliczane z zależności

$$z_1 = \frac{\omega}{\sqrt{\beta}}$$

$$p_1 = \sqrt{\beta} \omega_g$$

6. Wykreślenie wykresu Bodego systemu skompensowanego $G_c(s)G(s)$ i sprawdzenie, czy system spełnia specyfikację projektową. Jeżeli nie, należy nieznacznie zmienić położenie zer i biegunów (z_1, p_1) lub (z_2, p_2) i ponownie sprawdzić spełnienie założeń projektowych. Jeżeli w dalszym ciągu wymagania specyfikacji nie są spełnione, należy zwiększyć ε i przeprojektować kompensator wyprzedzająco-opóźniający.

Przykładowy projekt:

[Zadanie] Obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{100}{s(s+5)}$$

Zaprojektować kompensator, który zapewni spełnienie przez system poniższych wymagań:

1. Margines fazy $\Phi.M. \geq 50^\circ$
2. Margines wzmocnienia $G.M. \geq 10\text{dB}$
3. Stała błędu szybkości $K_v \geq 800 \text{ s}^{-1}$

[Rozwiązanie]

1. Wyznaczenie takiej wartości K_c , aby uchyb ustalony był zgodny ze specyfikacją projektową.

Niech $K_v = 800$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) = \frac{100 K_c}{5} = 800$$

zatem $K_c = 40$

2. Niech

$$G_1(s) = K_c G(s) = \frac{4000}{s(s+5)}$$

Wykreślenie wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ i oszacowanie marginesu fazy.

Używając programu MATLAB, narysować wykres Bodego funkcji $G_1(s)$, jak na rysunku 33-3.

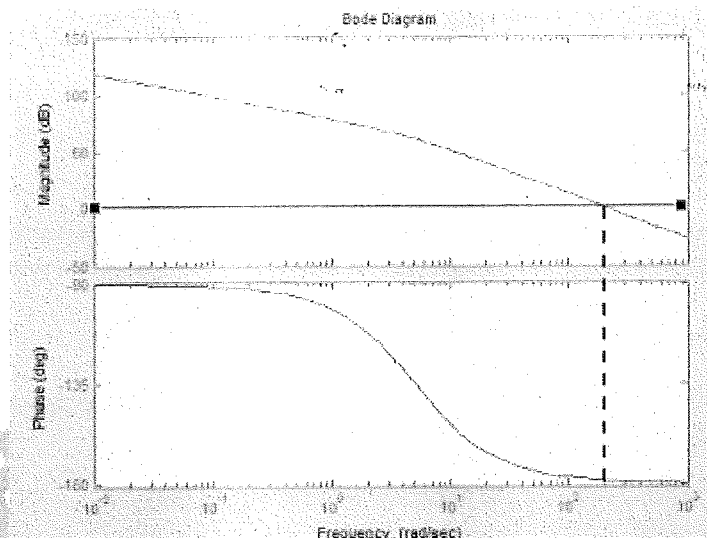
Aby narysować wykres Bodego, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
num=[4000]
```

```
den=[1 5 0]
```

```
sample=logspace(-2, 3, 1000)
```

```
bode(num, den, sample)
```



Rys. 33-3 Wykres Bodego funkcji $G_1(s)$

3. Z wykresu Bodego funkcji $G_1(s)$ pokazanego na rysunku 33-3 widzimy, że krzywa wzmocnienia przecina oś częstotliwości w pobliżu punktu $\omega=60$ rad/s. Dokładną wartość tej częstotliwości znajdujemy, korzystając z programu MATLAB.

W oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
[mag, phase, w]=bode(num, den)
```

```
[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, phase, w)
```

Z wyników powyższych operacji otrzymujemy częstotliwość przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości $\omega_c=63$ rad/s i margines fazy $\Phi.M.=4,5^\circ$, który nie spełnia wymagań specyfikacji.

4. Wyznaczenie wartości β

Ponieważ kąt wyprzedzenia, który ma zapewnić wyprzedzający kompensator fazy wynosi

$$\phi_m = \Phi.M. (\text{żądany}) + \varepsilon = 50^\circ + 5^\circ = 55^\circ$$

to wartość β obliczamy z zależności

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m} = 0,099$$

zatem $\beta=10.101$.

5. Sprawdzenie wartości β

- (1) W programie MATLAB znajdujemy częstotliwość, dla której wzmocnienie wynosi $10 \log \beta = 10 \text{ dB}$.

W oknie poleceń programu MATLAB wpisać:

```
mag=mag-2.17
```

Polecenie to przesunęło krzywą wzmocnienia w dół o 2,17 (0dB-10dB= $1-\sqrt{\beta}$), dlatego wyniki zawierają ujemne wartości modułu wzmocnienia (mag). W celu znalezienia wartości granicznej z użyciem MATLAB-a, te ujemne wartości muszą być usunięte. Aby to zrobić, należy wykonać następujące czynności: najpierw znaleźć tabelę wartości modułu wzmocnienia (mag) w oknie roboczym programu, kliknąć prawym klawiszem myszy na tabeli, wybrać opcję Open, aby otworzyć okno edycji tabeli i zaznaczyć ujemne wartości modułu, następnie nacisnąć przycisk Delete, aby skasować zaznaczone wartości.

W oknie poleceń MATLAB wpisać:

[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, phase, w)

W wyniku otrzymujemy, że różnica fazy między częstotliwością $\omega_g=35$ rad/s i -180° wynosi 8° , zatem $\phi_m = -180^\circ + 8^\circ = -172^\circ$.

- (2) Zakładamy, że częstotliwość własna ω_m wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy jest równa częstotliwości ω_g nowego punktu przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości i obliczamy margines fazy

$$\Phi.M. = \phi_m + \phi_g + 180^\circ = 55^\circ - 172^\circ + 180^\circ = 63^\circ > 50^\circ$$

Margines fazy spełnia wymagania specyfikacji. Możemy teraz przystąpić do zaprojektowania wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy.

6. Wyznaczenie bieguna i zera opóźniającego kompensatora fazy

$$z_2 = \frac{\omega_g}{10} = 3,5$$

$$p_2 = \frac{z_2}{\beta} = 0,35$$

5. Wyznaczenie bieguna i zera wyprzedzającego kompensatora fazy

$$z_1 = \frac{\omega_g}{\sqrt{\beta}} = 11$$

$$p_1 = \sqrt{\beta}\omega_g = 110$$

8. Po wyznaczeniu wartości K_c , z_1 , p_1 , z_2 , p_2 , funkcja przejściowa systemu $G_c(s)G(s)$ będzie miała postać

$$\begin{aligned} G_c(s)G(s) &= K_c \left(\frac{s+z_1}{s+p_1} \right) \left(\frac{s+z_2}{s+p_2} \right) G(s) \\ &= 40 \left(\frac{s+11}{s+110} \right) \left(\frac{s+3,5}{s+0,35} \right) \left(\frac{100}{s(s+5)} \right) \\ &= \frac{4000s^3 + 58000s + 154000}{s^4 + 115,35s^3 + 590,25s^2 + 192,5s} \end{aligned}$$

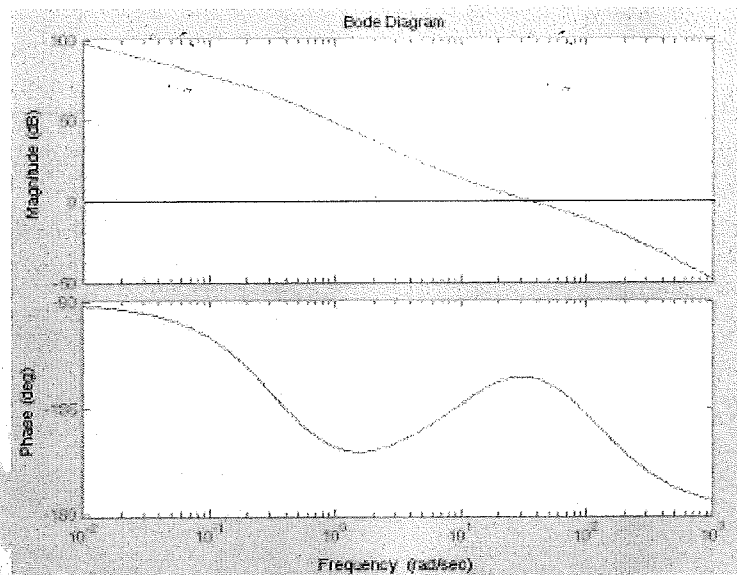
W programie MATLAB wykreślamy wykres Bodego funkcji $G_c(s)G(s)$, jak na rysunku 33-4. Aby narysować wykres Bodego, w oknie poleceń MATLAB wpisać:

```
num=[4000 58000 154000]
```

```
den=[1 115.35 590.25 192.5 0]
```

```
sample=logspace(-2, 3, 1000)
```

```
bode(num, den, sample)
```



Rys. 33-4 Wykres Bodego funkcji $G_c(s)G(s)$

Aby znaleźć fazę rzeczywistego punktu przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości za pomocą MATLAB-a, należy wpisać:

`[mag, phase, w]=bode(num, den)`

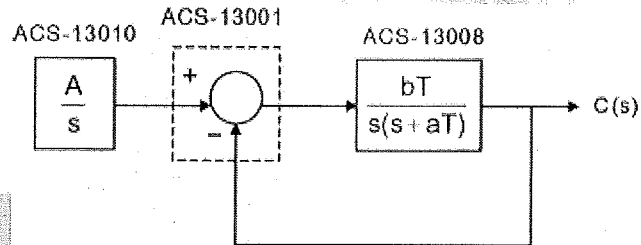
`[Gs, PM, PCF, GCF]=margin(mag, phase, w)`

Na podstawie uzyskanych wyników możemy stwierdzić, że częstotliwość punktu przecięcia krzywej wzmocnienia z osią częstotliwości wynosi $\omega_c=36$ rad/s, margines fazy $57,8^\circ$ a margines wzmocnienia jest równy $20\log \sqrt{Gs} = 20\log \sqrt{1847} = 32,6$ dB. Wartości te spełniają wymagania założeń do projektu.

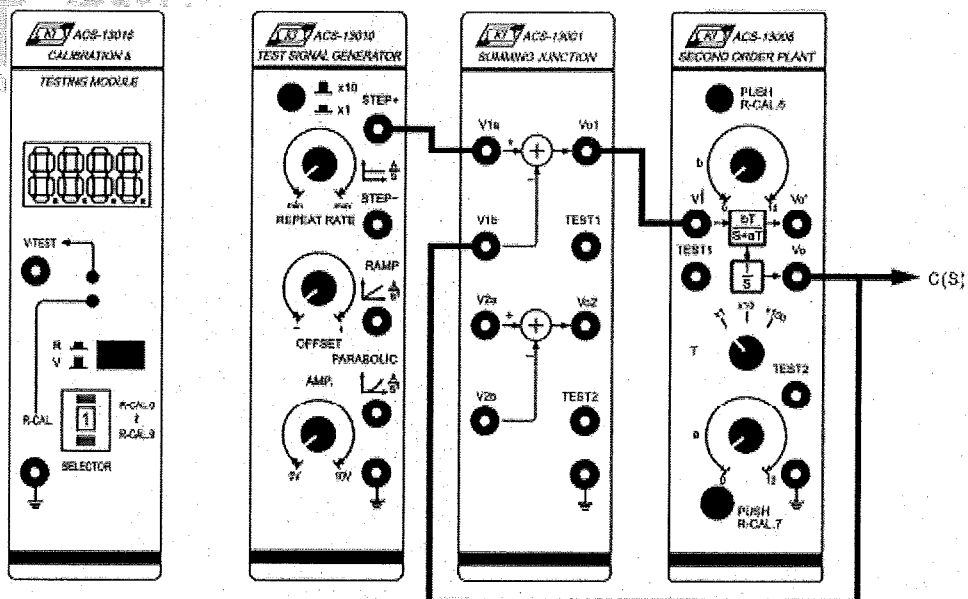
PROCEDURA

A. System z zamkniętą pętlą bez wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 33-5.



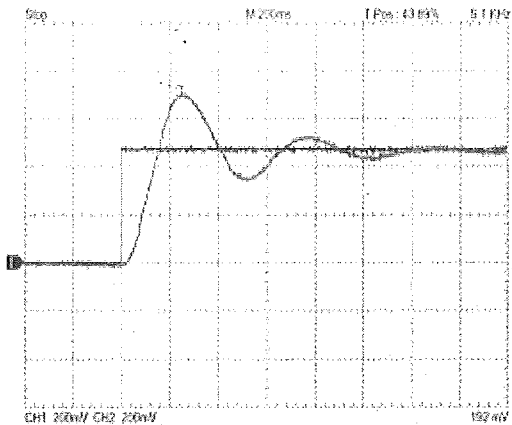
(a) Schemat blokowy



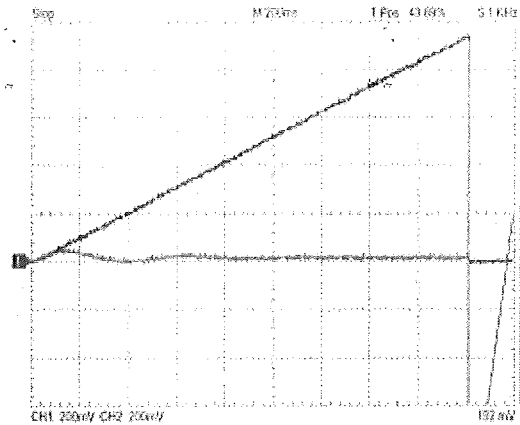
(b) Schemat połączeń

Rys. 33-5

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,5Hz, 0,5Vpp.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz $a=0,5$ i $b=10$.
4. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 33-6.
5. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
6. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i V_{o1} modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 33-7. Uchyb ustalony jest równy $e_{ss}=0,05$.



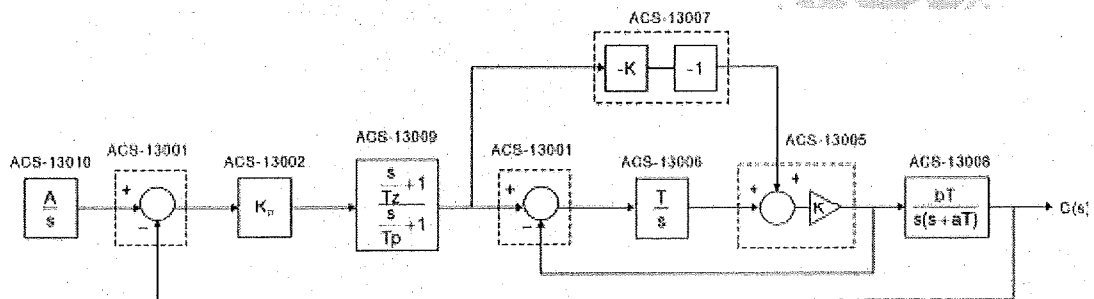
Rys. 33-6 Odpowiedź na skok jednostkowy



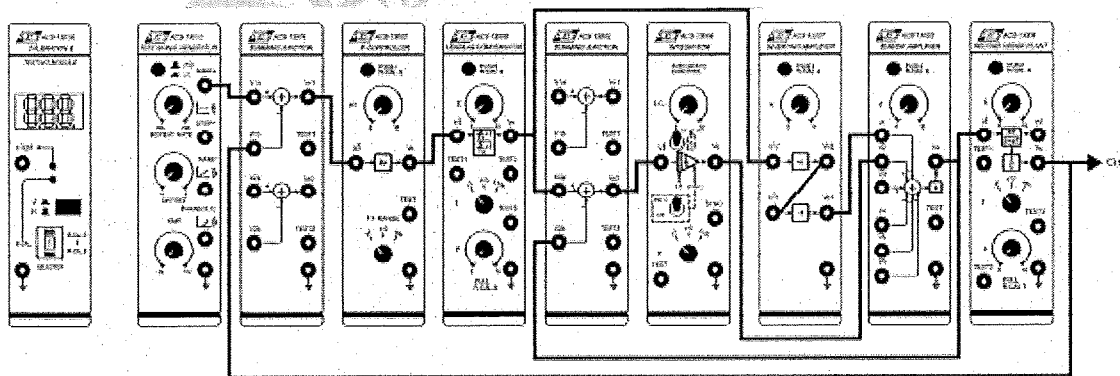
Rys. 33-7 Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

B. System z zamkniętą pętlą z wyprzedzająco-opóźniającym kompensatorem fazy.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 33-8.



(a) Schemat blokowy



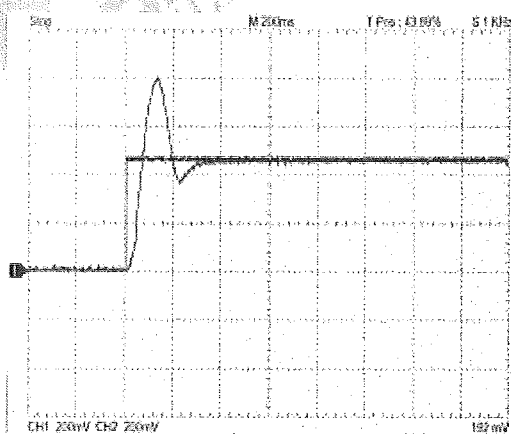
(b) Schemat połączeń

Rys. 33-8

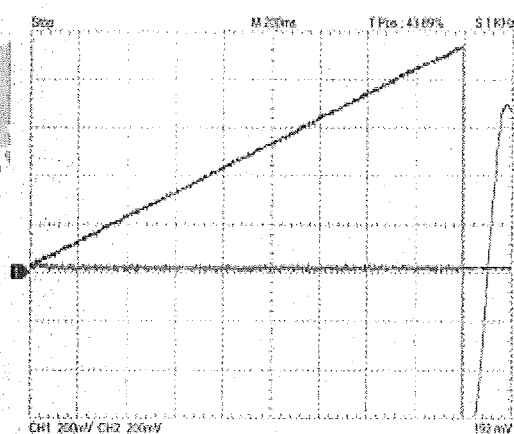
2. Przekształcić funkcję przejściową wyprzedzająco-opóźniającego kompensatora fazy do postaci

$$G_c(s) = 40 \left(\frac{s+11}{s+110} \right) \left(\frac{s+3,5}{s+0,35} \right) = 40 \left(\frac{s/11+1}{s/110+1} \right) \left(\frac{s/3,5+1}{s/0,35+1} \right)$$

3. W module ACS-13002 ustawić przełącznik K_p RANGE na pozycji x10 i wartość $K_p=4$.
4. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x100 oraz $z=0,11$ i $p=1,1$.
5. W module ACS-13006 ustawić przełącznik T na pozycji x1 ($T=1$).
6. W module ACS-13007 ustawić $K=0,28$ ($z_2=3,5$).
7. W module ACS-13005 ustawić $K=0,35$ ($p_2=0,35$).
8. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 33-9.
9. Zmienić sygnał wejściowy na przebieg narastający liniowo, przepinając przewód krosowy z wyjścia STEP+ do wyjścia RAMP.
10. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach RAMP modułu ACS-13010 i Vo1 modułu ACS-13001, które pokazano na rysunku 33-10. Uchyb ustalony wynosi $e_{ss}=0,00125$.



Rys. 33-9 Odpowiedź na skok jednostkowy



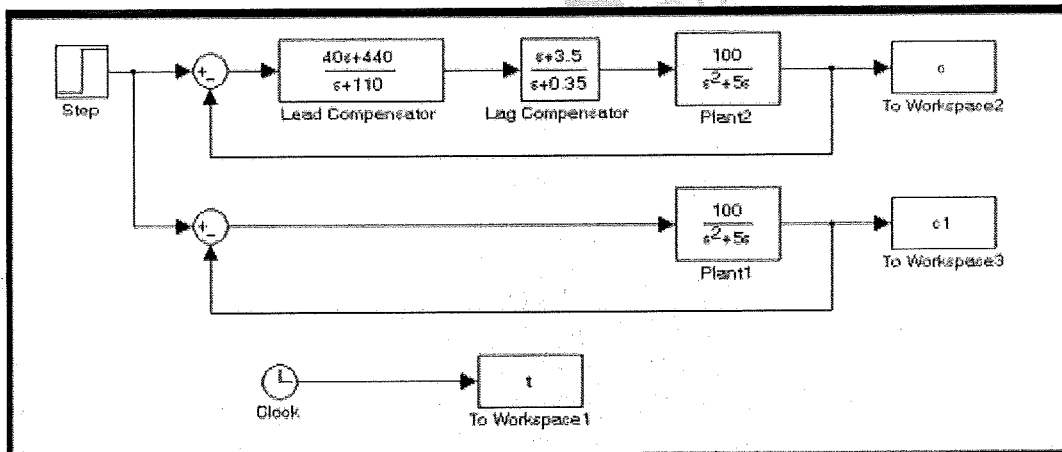
Rys. 33-10 Odpowiedź na przebieg narastający (RAMP)

SYMULACJA SIMULINK

1. Przekształcić funkcję przejściową kompensatora wyprzedzająco-opóźniającego $G_c(s)$ do postaci:

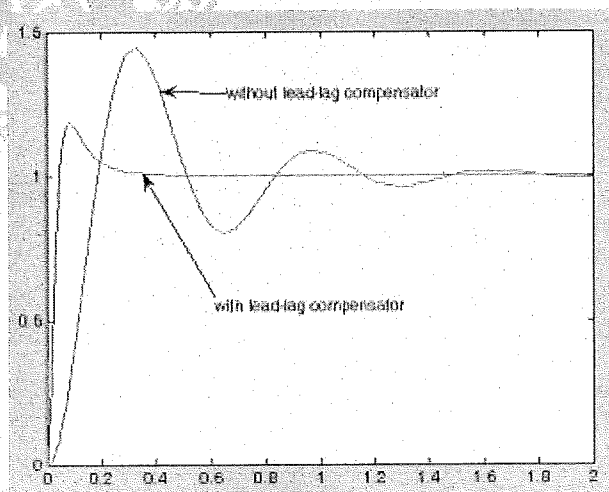
$$G_c(s) = 40 \left(\frac{s+11}{s+110} \right) \left(\frac{s+3,5}{s+0,35} \right) = \left(\frac{40s+440}{s+110} \right) \left(\frac{s+3,5}{s+0,35} \right)$$

2. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 33-11.



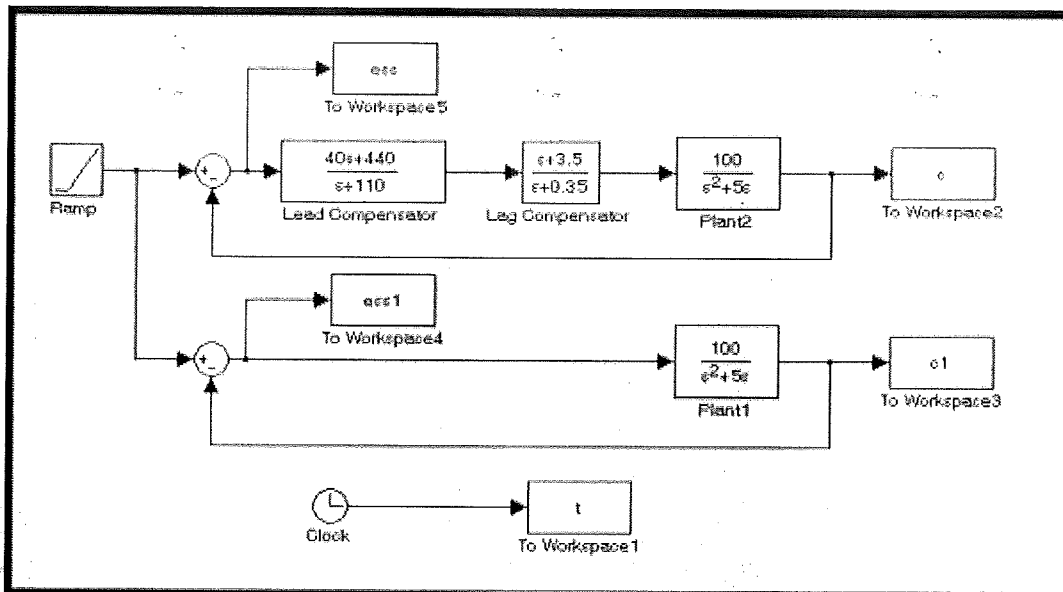
Rys. 33-11

3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_33_1.mdl.
6. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 33-12.



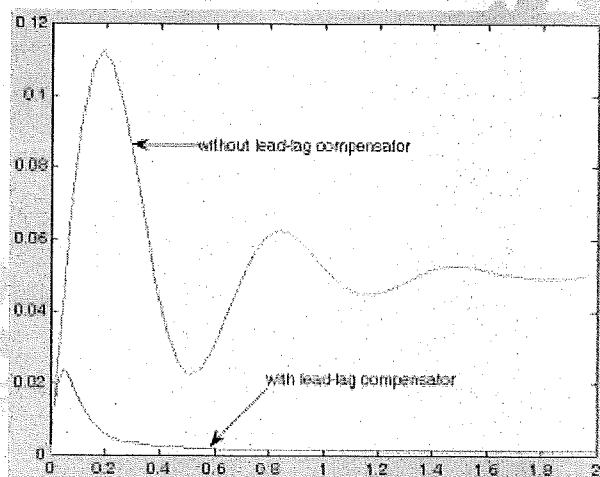
Rys. 33-12

7. Przerysować schemat blokowy zgodnie z rysunkiem 33-13. W wyniku tej modyfikacji sygnał wejściowy zostanie zmieniony na przebieg narastający RAMP w celu obserwacji uchybu ustalonego.



Rys. 33-13

8. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_32_2.mdl.
9. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 32-14.



Rys. 33-14

Ćwiczenie 34 Metoda kasowania biegunów

CEL ĆWICZEŃ

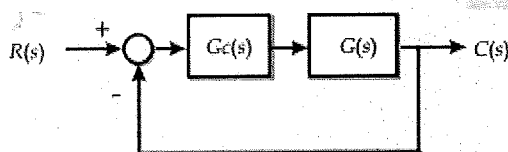
1. Poznanie mechanizmu kasowania biegunów systemu sterowania.
2. Zaprojektowanie kompensatora z zastosowaniem metody kasowania biegunów.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Jeżeli w czasie projektowania systemu sterowania okazuje się, że obiekt ma niepożądany biegun w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, to teoretycznie biegun taki można usunąć, włączając przed obiekt kompensator i ustawiając jego zero w lokalizacji tego bieguna, tym samym kompensator powoduje poprawę odpowiedzi systemu. Metoda dodawania zera w celu usunięcia niepożądanego bieguna nazywana jest metodą kasowania biegunów. Dla bieguna w lewej półpłaszczyźnie zespolonej całkowite skasowanie bieguna jest możliwe teoretycznie.

Aby zaprojektować kompensator z zastosowaniem metody kasowania biegunów, musi być znana funkcja przejściowa obiektu i należy postępować zgodnie z poniższą procedurą:

1. Rozważamy system pokazany na rysunku 34-1.



Rys. 34-1 Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą

Na powyższym rysunku $G(s)$ jest funkcją przejściową obiektu, której współczynniki są dokładnie znane. $G_c(s)$ jest funkcją przejściową kompensatora, której zero będzie użyte do skasowania niepożądanego bieguna funkcji $G(s)$, zatem zero funkcji $G_c(s)$ musi być równe niepożądanemu biegunowi funkcji $G(s)$.

2. Określenie bieguna funkcji $G_c(s)$ po wyznaczeniu zera $G_c(s)$. Najpierw z równania obliczamy żądany biegun, a następnie lokujemy biegun $G_c(s)$ dokładnie w miejscu bieguna żądanego.

Kasowanie biegunów jest możliwe teoretycznie i metoda ta może znacząco zmienić funkcjonowanie systemu. Ponieważ funkcja przejściowa obiektu w praktycznych zastosowaniach nie może być dokładnie określona ze względu na zjawiska nieliniowe występujące w rzeczywistych systemach (np. nasycenie), to przy użyciu metody kasowania biegunów trzeba wziąć pod uwagę pewne warunki ograniczające.

Przykładowy projekt 1: Biegun leży na lewej półpłaszczyźnie zespolonej s

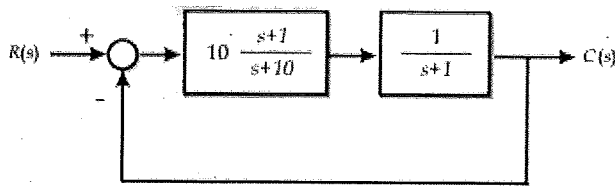
Niech obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

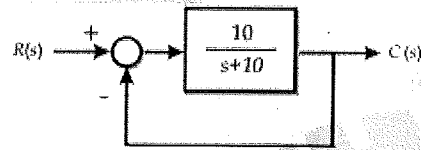
Założmy, że w systemie zastosowano metodę kasowania biegunów, zatem zero funkcji $G_c(s)$ jest równe biegunowi funkcji $G(s)$ czyli $z=1$. W celu przestudiowania metody kasowania biegunów skupimy się na zależności między zerem funkcji $G_c(s)$ i biegunem funkcji $G(s)$. W konsekwencji biegun $G_c(s)$ może być arbitralnie ustawiony na 10 i funkcja przejściowa kompensatora będzie miała postać:

$$G_c(s) = \frac{s+1}{s/10+1}$$

Schemat blokowy takiego systemu pokazano na rysunku 34-2.



Rys. 34-2 Schemat blokowy systemu



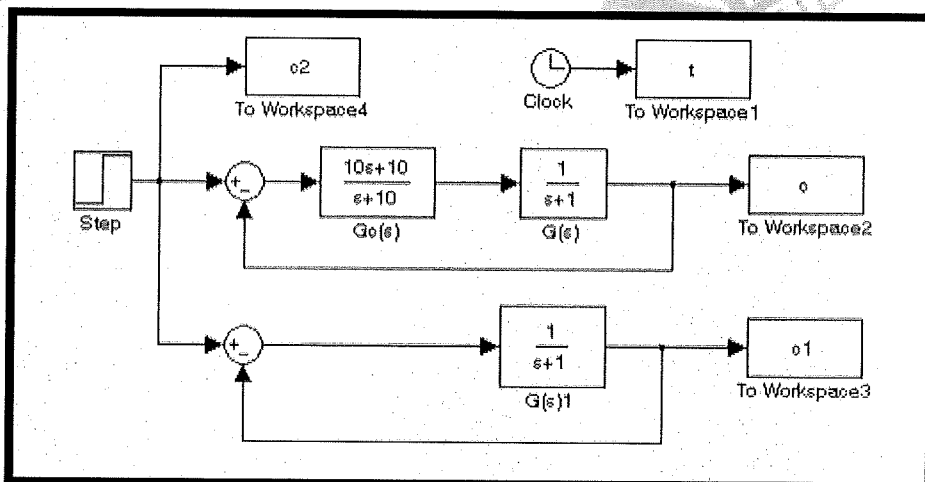
Rys. 34-3 Zastępczy schemat blokowy

Odpowiedzi układów z rysunków 34-2 i 34-3 są teoretycznie identyczne, zatem niepożądany biegun obiektu może być usunięty metodą kasowania biegunów. Poniżej wykonamy symulację komputerową, aby zaobserwować wynik operacji kasowania biegunów.

SYMULACJA SIMULINK (1)

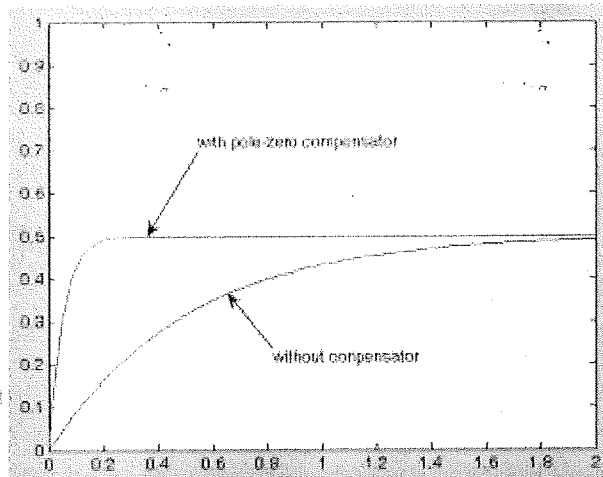
1. Zakładamy brak różnicy między biegunem funkcji $G(s)$ a zerem funkcji $G_c(s)$ i brak zjawiska nieliniowości w obu układach.

- (1) W oknie roboczym MATLAB narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 34-4.



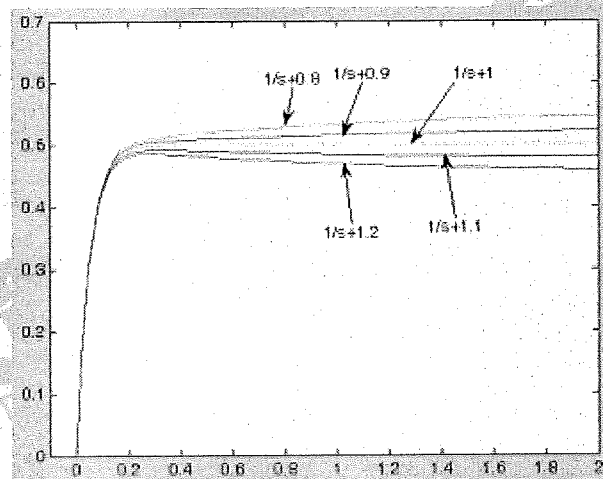
Rys. 34-4

- (2) Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
- (3) Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 2.
- (4) Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_34_1.mdl.
- (5) Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 34-5. Z uzyskanych wyników widzimy, że jeżeli kompletny system jest całkowicie liniowy i bieguny obiektu są dokładnie znane, to metoda kasowania biegunów jest bezwzględnie skuteczna.



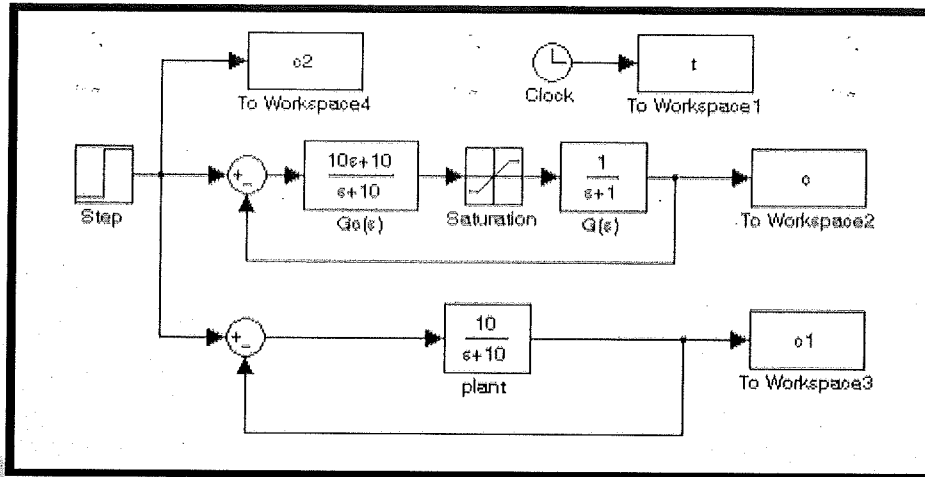
Rys. 34-5

2. Modyfikować wartość stałą licznika funkcji bloku $G(s)$ na 0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.2, uruchamiając każdorazowo symulację, aby uzyskać wyniki pokazane na rysunku 34-6. Ponieważ biegun funkcji $G(s)$ nie może być dokładnie znany, to trudno jest ustawić zero funkcji $G_c(s)$ dokładnie w miejscu bieguna $G(s)$. Mimo, że zero funkcji $G_c(s)$ nie jest dokładnie równe biegunowi funkcji $G(s)$, to kasowanie bieguna jest w dalszym ciągu możliwe, jeżeli tylko zero leży bardzo blisko niepożądanego bieguna.



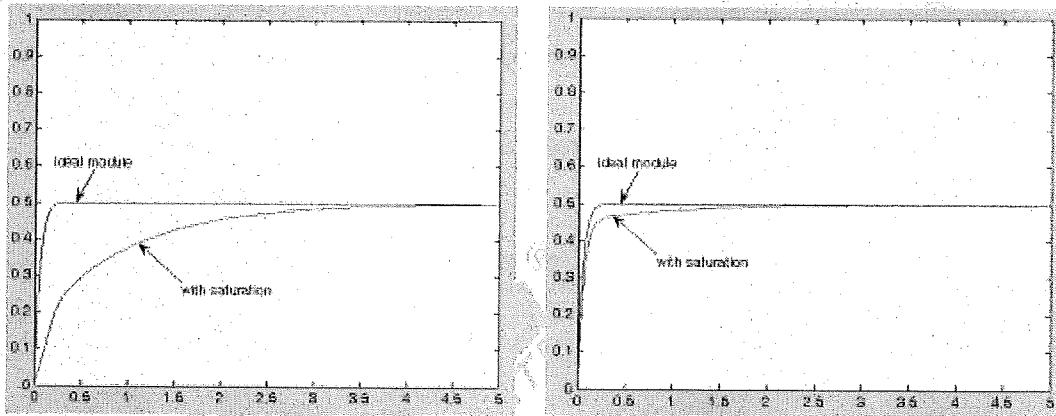
Rys. 34-6

3. Uwzględniając nieliniowość funkcji $G(s)$ i $G_c(s)$:
 - (1) W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 34-7.
 - (2) Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_34_2.mdl.
 - (3) W bloku Saturation (nasycenie) ustawić górną wartość graniczną (*Upper limit*) na 1 i dolną wartość graniczną (*Lower limit*) na -1.
 - (4) Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
 - (5) Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 5.
 - (6) Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 34-8(a)



Rys. 34-7

- (7) W bloku Saturation zmienić górną wartość graniczną na 5, a dolną wartość graniczną na -5. U uruchomić symulację i uzyskać wyniki jak na rysunku 34-8(b).



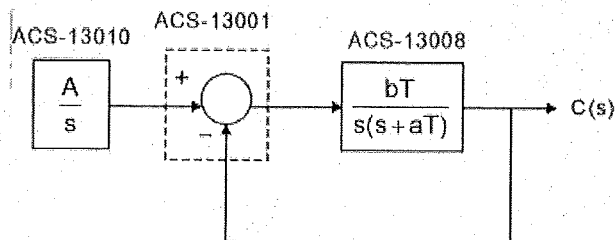
(a) Nasycenie = ± 1

(b) Nasycenie = ± 5

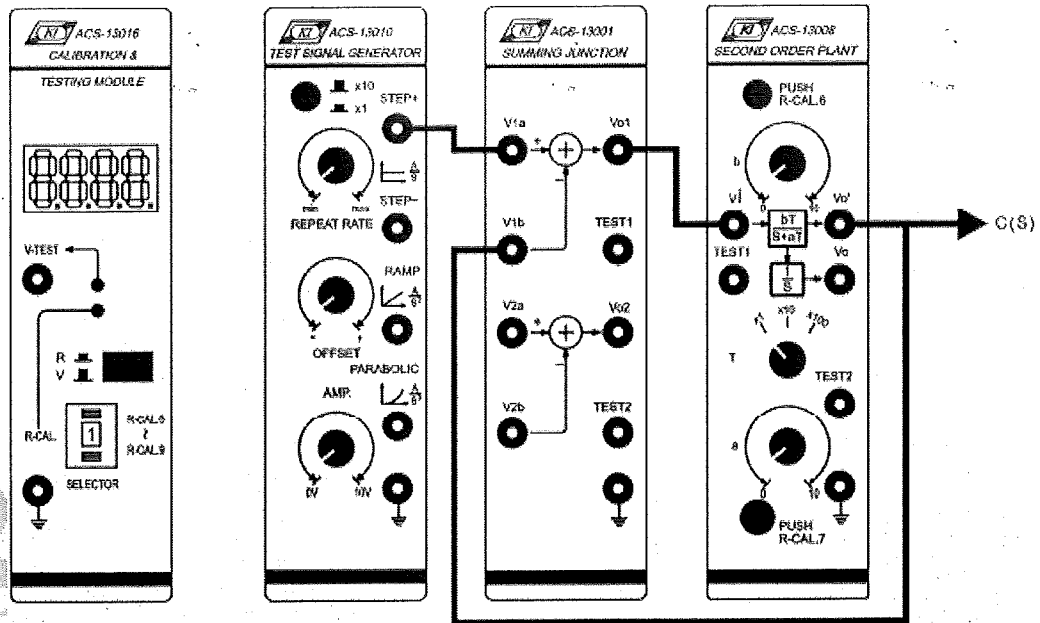
Rys. 34-8

PROCEDURA

1. Poniżej wykorzystano analogowy system sterowania ACS-1000 do implementacji schematu blokowego z rysunku 34-3. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 34-9.



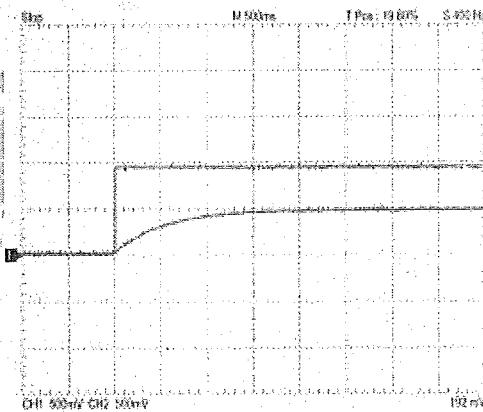
(a) Schemat blokowy



(b) Schemat połączeń

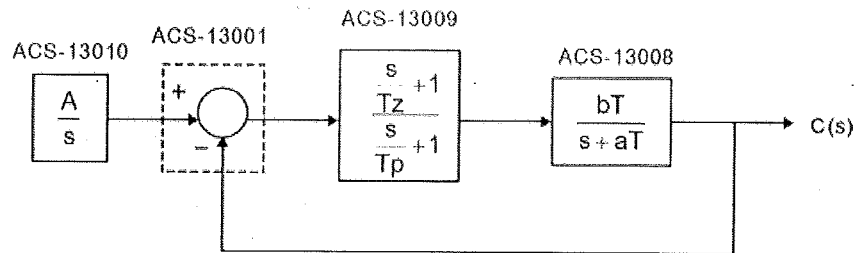
Rys. 34-9

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,1Hz, 1Vpp.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x1 oraz a=1 i b=1.
4. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 34-10.

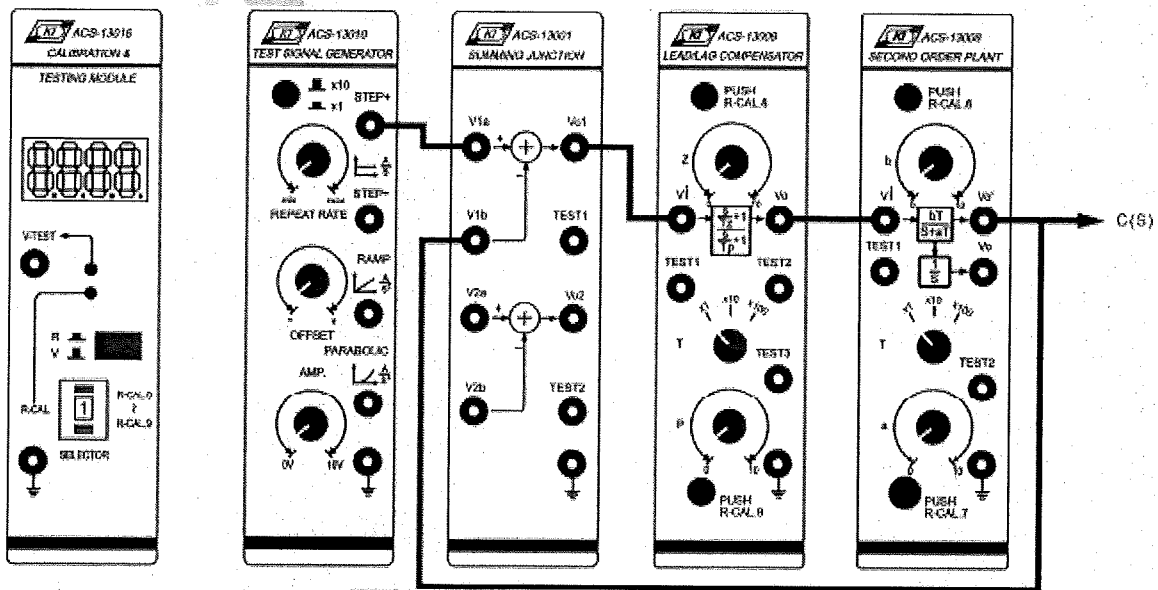


Rys. 34-10 a=1, b=1

5. Poniżej wykorzystano system ACS-1000 do realizacji schematu blokowego z rysunku 34-2. Ze-stawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawio-nymi na rysunku 34-11.



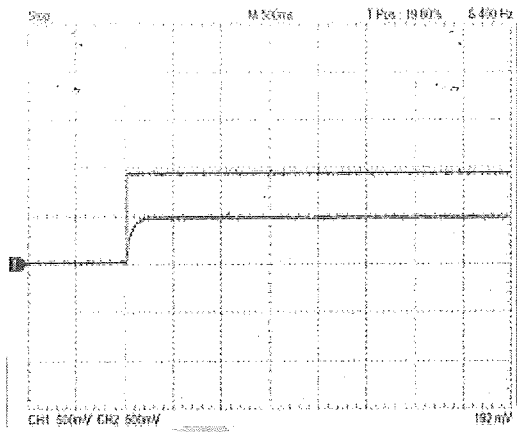
(a) Schemat blokowy



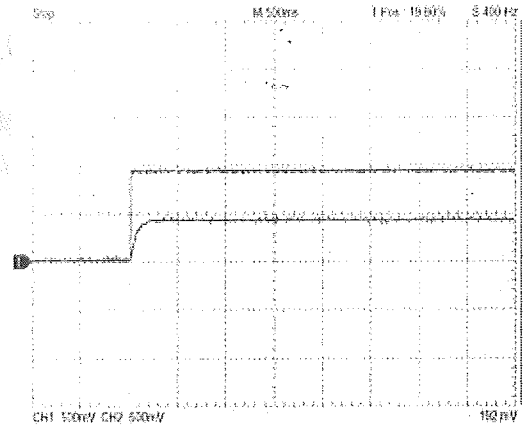
(b) Schemat połączeń

Rys. 34-11

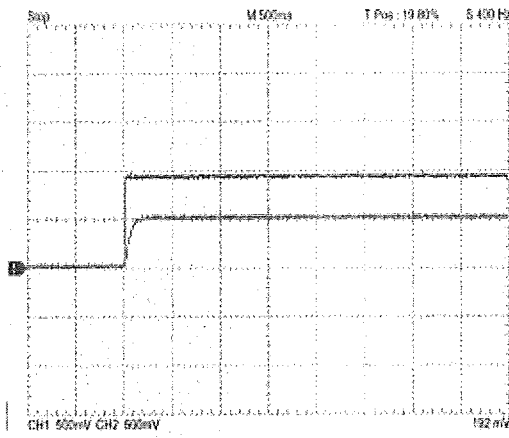
6. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,1Hz, 1Vpp.
7. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x1 oraz a=1 i b=1.
8. W module ACS-13009 ustawić przełącznik T na pozycji x1 oraz z=1 i p=10.
9. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo' modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 34-12(a).
10. Powtórzyć punkt 9 dla b=0.8 i 1.2 i zanotować wyniki pokazane na rysunkach odpowiednio 34-12(b) i (c). Porównać odpowiedź z rysunku 34-10 z odpowiedziami z rysunku 34-12.



(a) $a=1, b=1; z=1, p=10$



(b) $a=1, b=0,8; z=1, p=10$



(c) $a=1, b=1,2; z=1, p=10$

Rys. 34-12

Przykładowy projekt 2: Biegun leży na osi jw

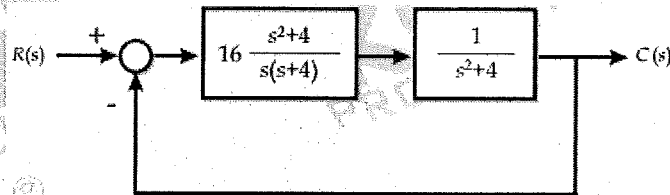
Niech obiekt ma funkcję przejściową

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4}$$

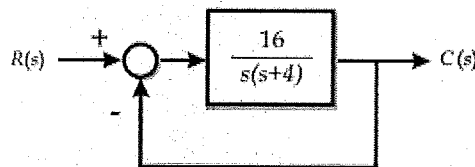
Poniżej przećwiczymy metodę kasowania biegunów, gdy biegun obiektu leży na osi jw. W pierwszej kolejności rozważmy funkcję przejściową kompensatora dla przypadku idealnego:

$$G_c(s) = \frac{16(s + 4)}{s(s + 4)}$$

Schemat blokowy takiego systemu i jego schemat zastępczy pokazano na rysunkach 34-13 i 34-14.



Rys. 34-13 Schemat blokowy systemu



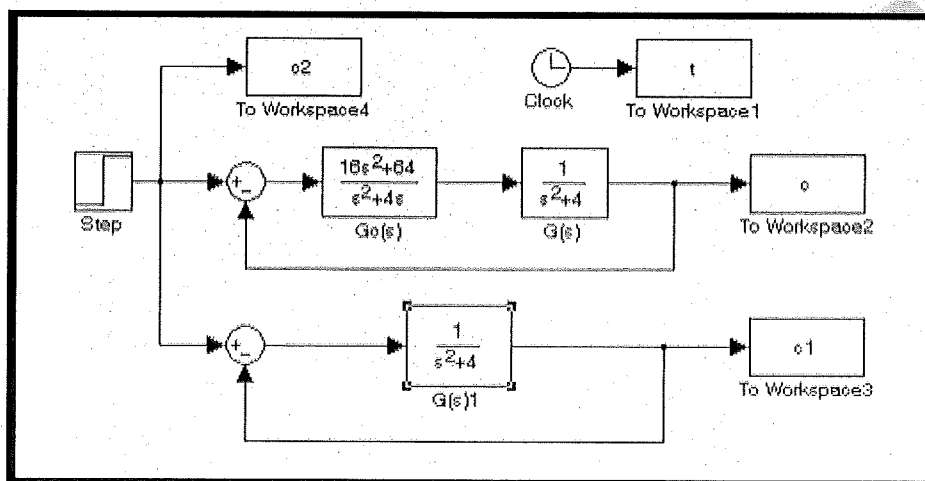
Rys. 34-14 Zastępczy schemat blokowy

Odpowiedzi układów z rysunków 34-13 i 34-14 są teoretycznie identyczne, zatem niepożądany biegun obiektu może być usunięty metodą kasowania biegunów. Poniżej wykonamy symulację komputerową, aby zaobserwować wynik operacji kasowania biegunów.

SYMULACJA SIMULINK (2)

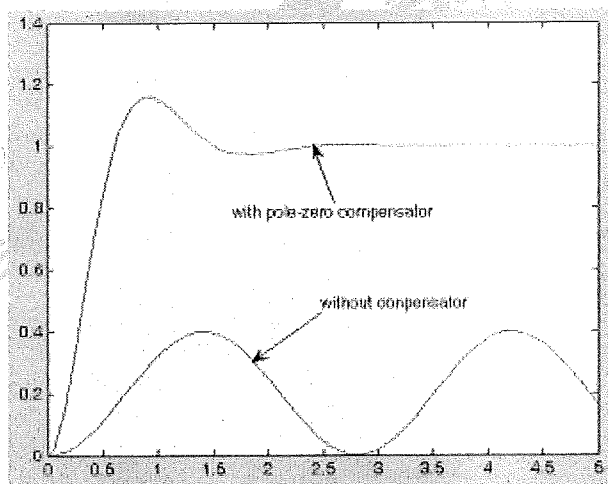
Zakładamy brak różnicy między biegunem funkcji $G(s)$ a zerem funkcji $G_c(s)$ i brak zjawiska nieliniowości w obu układach.

1. W oknie roboczym MATLAB narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 34-15.



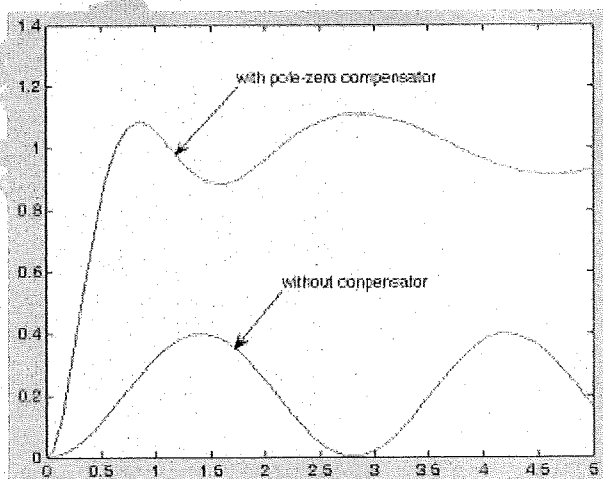
Rys. 34-15

2. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
3. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 5.
4. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_34_3.mdl.
5. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 34-16.



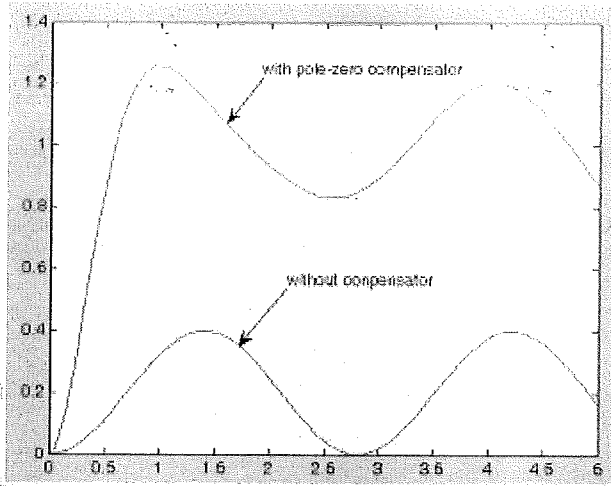
Rys. 34-16

6. Zmodyfikować licznik funkcji $G_c(s)$ na $16s^2+51,84$.
7. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_34_4.mdl.
8. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 34-17.



Rys. 34-17

9. Zmodyfikować licznik funkcji $G_c(s)$ na $16s^2+77,44$.
10. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_34_5.mdl.
11. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 34-18.



Rys. 34-18

Ćwiczenie 35 Sprzężenie od stanu / lokowanie biegunów

CEL ĆWICZEŃ

1. Poznanie sposobu projektowania układów sterowania metodą lokowania biegunów ze sprzężeniem od stanu.
2. Realizacja układu sterowania położeniem serwośilnika prądu stałego z użyciem metody lokowania biegunów ze sprzężeniem od stanu.

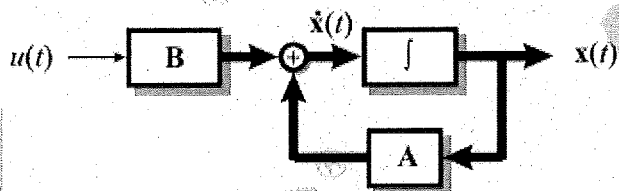
PODSTAWY TEORETYCZNE

Nowoczesna teoria sterowania całkowicie różni się od teorii klasycznej (konwencjonalnej), używając do analizy i projektowania systemów sterowania pojęcia przestrzeni stanów. W liniowym i sterowalnym systemie jest możliwe przesuwanie biegunów systemu z zamkniętą pętlą za pomocą sprzężenia od stanu, przy czym moduł biegunów jest teoretycznie nieograniczony. Działanie takie jest nazywane lokowaniem biegunów (ang. *pole assignment*).

Rozważmy schemat blokowy obiektu pokazany na rysunku 35-1 i załóżmy, że równanie stanu tego obiektu ma postać:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

- gdzie $x(t)$: wektor stanu $n \times 1$
 $u(t)$: skalarne wymuszenie zewnętrzne
A: $n \times n$ macierz stałych
B: $n \times 1$ macierz stałych



Rys. 35-1 Schemat blokowy obiektu

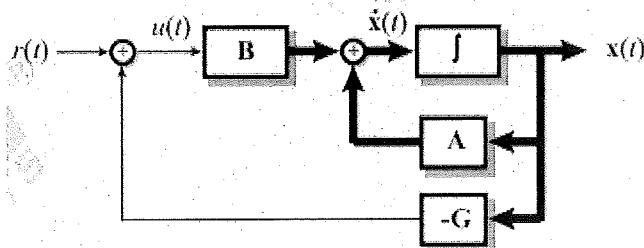
Niech sygnał sprzężenia zwrotnego od stanu będzie równy

$$u(t) = -Gx(t) + r(t)$$

W konsekwencji równanie stanu układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\dot{x}(t) = (A - BG)x(t) + Br(t)$$

Schemat blokowy takiego systemu przedstawiono na rysunku 35-2.



Rys. 35-2 Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą

Jeżeli para $[A, B]$ jest w pełni sterowalna, to lokowanie biegunów systemu z zamkniętą pętlą będzie osiągalne przez stworzenie macierzy G . Aby stworzyć macierz G , należy postępować zgodnie z poniższą procedurą:

1. Sprawdzenie czy system z otwartą pętlą jest w pełni sterowalny.

Niech

$$S = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$$

Jeżeli macierz S jest rzędu n , ten system z otwartą pętlą jest w pełni sterowalny, zatem metoda lokowania biegunów ze sprzężeniem od stanu może być zastosowana.

2. Wyznaczenie współczynników od a_1 do a_n z równania charakterystycznego systemu z otwartą pętlą.

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

$$I = n \times n = \text{macierz stałych}$$

3. Określenie macierzy transformacji T

$$T = SW$$

gdzie

$$S = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$$

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Niech

$$\mathbf{x}(t) = T\hat{\mathbf{x}}(t)$$

i

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = T^{-1}AT\hat{\mathbf{x}}(t) + T^{-1}B u(t)$$

gdzie

$$T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Równanie stanu systemu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = T^{-1}(A - BG)T\hat{\mathbf{x}}(t) + T^{-1}B r(t)$$

Stąd równanie charakterystyczne systemu zapisujemy jako

$$|sI - T^{-1}AT + T^{-1}BGT| = \left| sI - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} GT \right| = 0$$

Przyjmując

$$\hat{G} = GT = [\delta_n \quad \delta_{n-1} \quad \dots \quad \delta_1]$$

równanie charakterystyczne możemy zapisać w postaci

$$s^n + (a_1 + \delta_1)s^{n-1} + \dots + (a_{n-1} + \delta_{n-1})s + (a_n + \delta_n) = 0$$

4. Znaleźnienie równania charakterystycznego dla żądanych biegunów (p_1 do p_n)

$$(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n) = s^n + \delta_1 s^{n-1} + \dots + \delta_{n-1} s + \delta_n = 0$$

z porównania współczynników wielomianu otrzymujemy

$$a_1 + \delta_1 = \alpha_1$$

$$a_2 + \delta_2 = \alpha_2$$

⋮

$$a_n + \delta_n = \alpha_n$$

Stąd

$$G = \hat{G}T^{-1} = [\delta_n \quad \delta_{n-1} \quad \dots \quad \delta_1]T^{-1} \\ = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_1 - a_1]T^{-1}$$

Jeżeli obiekt opisany jest funkcją przejściową, procedura projektowania nieznacznie się różni. W takim przypadku należy postępować zgodnie z poniższą procedurą:

1. Znaleźnienie równania stanu obiektu metodą bezpośredniego rozkładu

Rozważmy funkcję przejściową obiektu

$$G(s) = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

Po bezpośrednim rozkładzie równanie stanu będzie miało postać

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [b_n - a_n b_0 \quad b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \quad \dots \quad b_1 - a_1 b_0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + b_0 u(t)$$

Wtedy

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Przyjmując

$$\mathbf{G} = [\delta_n \quad \delta_{n-1} \quad \dots \quad \delta_1]$$

równanie charakterystyczne systemu z zamkniętą pętlą będzie miało postać

$$\begin{aligned} |\mathbf{sI} - \mathbf{A} + \mathbf{BG}| &= \left| \mathbf{sI} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{G} \right| \\ &= s^n + (a_1 + \delta_1)s^{n-1} + \dots + (a_{n-1} + \delta_{n-1})s + (a_n + \delta_n) \\ &= 0 \end{aligned}$$

2. Znalazienie równania charakterystycznego dla żądanych biegunów (p_1 do p_n)

$$(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0$$

z porównania współczynników wielomianu otrzymujemy

$$a_1 + \delta_1 = \alpha_1$$

$$a_2 + \delta_2 = \alpha_2$$

⋮

$$a_n + \delta_n = \alpha_n$$

Stąd

$$\alpha_1 = \delta_1 - a_1$$

$$\alpha_2 = \delta_2 - a_2$$

⋮

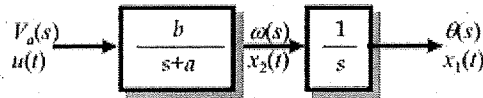
$$\alpha_n = \delta_n - a_n$$

Przeanalizujemy teraz metodę lokowania biegunów ze sprzężeniem od stanu na przykładzie serwoilnika prądu stałego. Uproszczona funkcja przejściowa serwoilnika DC ma postać

$$\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{b}{s+a}$$

$$\frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{b}{s(s+a)}$$

Schemat blokowy serwoilnika prądu stałego pokazano na rysunku 35-3.



Rys. 35-3 Schemat blokowy serwoilnika DC

Niech

$$u(t) = V_a(t)$$

$$x_1(t) = \theta(t)$$

$$x_2(t) = \omega(t)$$

Wtedy równanie stanu ma postać

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t)$$

Jeżeli

$$u(t) = [-\delta_2 \quad -\delta_1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + r(t)$$

to równanie stanu układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b\delta_2 & -a-b\delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} r(t)$$

Równanie charakterystyczne układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$s^2 + (a+b\delta_1)s + b\delta_2 = 0$$

Jeżeli żądane równanie charakterystyczne układu z zamkniętą zapiszemy w postaci

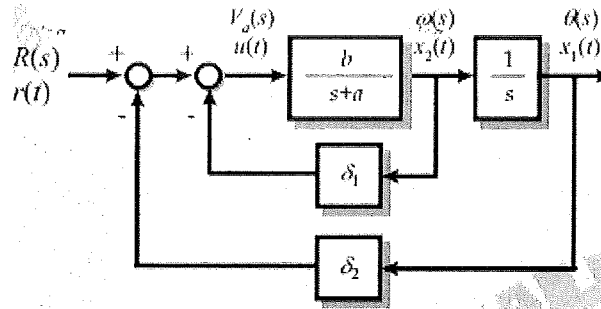
$$s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2 = 0$$

wtedy

$$\delta_1 = \frac{\alpha_1 - a}{b}$$

$$\delta_2 = \frac{\alpha_2}{b}$$

Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą sprzężenia pokazano na rysunku 35-4.



Rys. 35-4 Schemat blokowy systemu z zamkniętą pętlą

Przykładowy projekt:

Zakładając, że obiektem sterowania jest serwosilnik prądu stałego, którego funkcja przejściowa ma postać

$$\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{100}{s+4}$$

$$\frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{1000}{s(s+4)}$$

Niech

$$u(t) = V_a(t)$$

$$x_1(t) = \theta(t)$$

$$x_2(t) = \omega(t)$$

Wtedy równanie stanu ma postać

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \end{bmatrix} u(t)$$

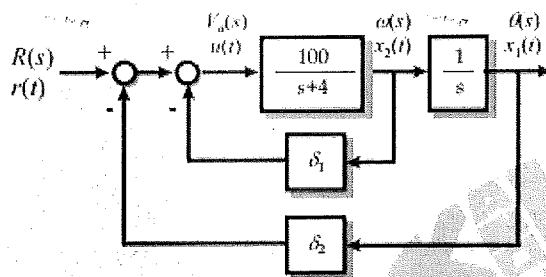
Jeżeli

$$u(t) = [-\delta_2 \quad -\delta_1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + r(t)$$

to równanie stanu układu z zamkniętą pętlą ma teraz postać

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -100\delta_2 & -4-100\delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \end{bmatrix} r(t)$$

Schemat blokowy takiego systemu ze sprzężeniem od stanu pokazano na rysunku 35-5.



Rys. 35-5 Schemat blokowy systemu ze sprzężeniem od stanu

Równanie charakterystyczne układu z zamkniętą pętlą ma postać

$$s^2 + (4 + 100\delta_1)s + 100\delta_2 = 0$$

Jeżeli ω_n i ζ są podane w założeniach projektowych, to równanie charakterystyczne układu z zamkniętą pętlą będzie miało postać

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

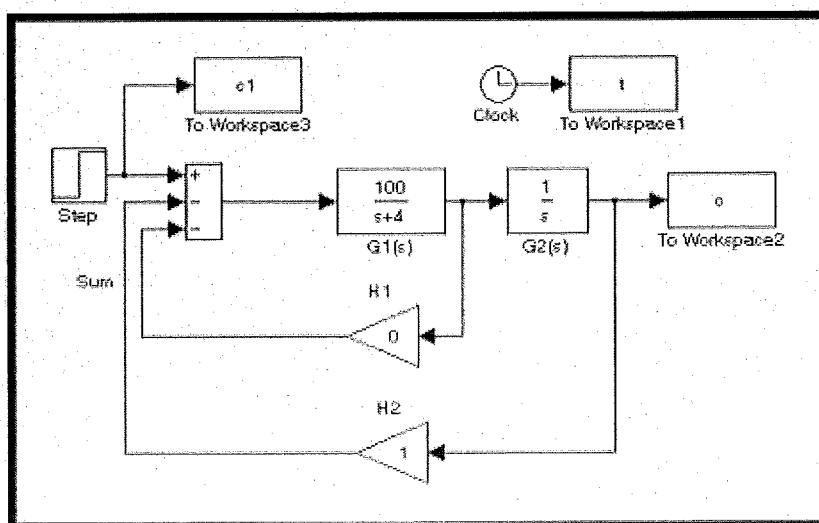
stąd

$$\delta_1 = \frac{2\zeta\omega_n - 4}{100}$$

$$\delta_2 = \frac{\omega_n^2}{100}$$

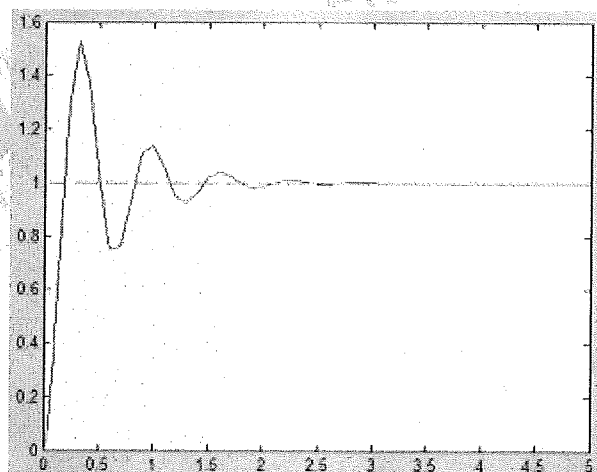
SYMULACJA SIMULINK

1. W oknie roboczym narysować schemat blokowy pokazany na rysunku 35-6.



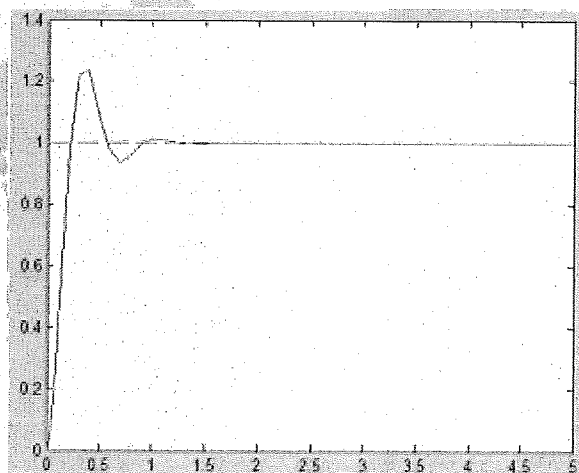
Rys. 35-6

2. W pierwszej kolejności zasymulujemy system z pojedynczą pętlą sprzężenia przez ustawienie bloku H1 na 0 ($\delta_1=0$, $\zeta=0,2$) i bloku H2 na 1 ($\delta_2=1$, $\omega_n=10$).
3. Wartość końcową bloku Step ustawić na 1 i czas skoku na 0.
4. Wybrać polecenie Simulation/Configuration Parameters i w oknie dialogowym ustawić czasu symulacji zmienić czas Stop na 5.
5. Zapisać schemat blokowy pod nazwą Experiment_35_1.mdl.
6. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 35-7.



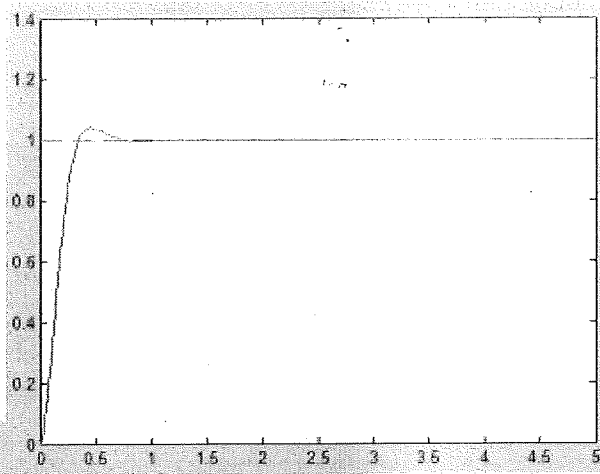
Rys. 35-7 Odpowiedź na skok jednostkowy ($\delta_1=0$, $\delta_2=1$)

7. Specyfikacja projektowa systemu z zamkniętą pętlą: $\omega_n=10$ ($\delta_2=1$) i $\zeta=0,4$ ($\delta_1=0,04$). Ustawić $\delta_1=0,04$ i $\delta_2=1$. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 35-8.



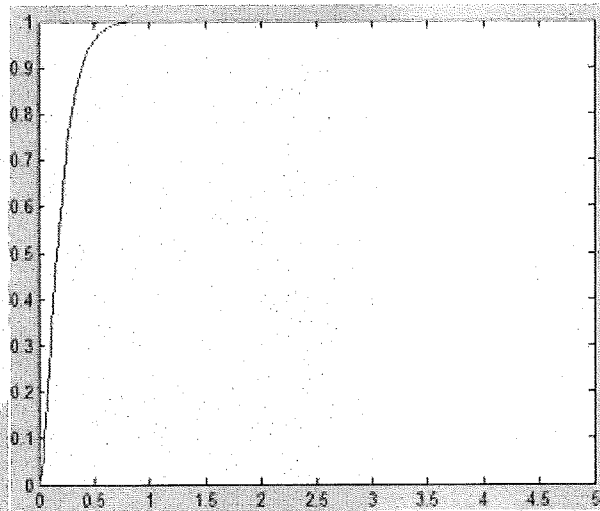
Rys. 35-8 Odpowiedź na skok jednostkowy ($\delta_1=0,04$, $\delta_2=1$)

8. Specyfikacja projektowa systemu z zamkniętą pętlą: $\omega_n=10$ ($\delta_2=1$) i $\zeta=0,707$ ($\delta_1=0,1014$). Ustawić $\delta_1=0,1014$ i $\delta_2=1$. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 35-9.



Rys. 35-9 Odpowiedź na skok jednostkowy ($\delta_1=0,1014$, $\delta_2=1$)

9. Specyfikacja projektowa systemu z zamkniętą pętlą: $\omega_n=10$ ($\delta_2=1$) i $\zeta=1$ ($\delta_1=0,16$).
 Ustawić $\delta_1=0,16$ i $\delta_2=1$. Uruchomić symulację i uzyskać wyniki pokazane na rysunku 35-10.

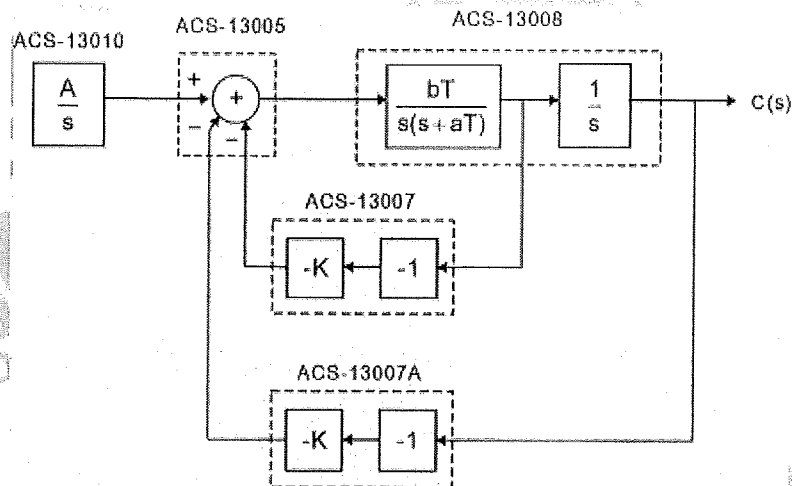


Rys. 35-10 Odpowiedź na skok jednostkowy ($\delta_1=0,16$, $\delta_2=1$)

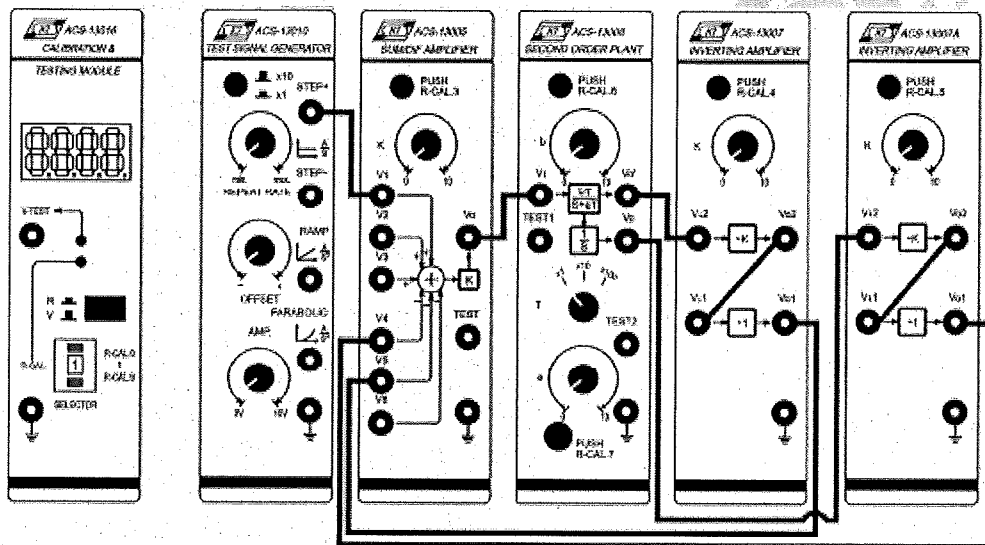
PROCEDURA

A. Moduł obiektu drugiego rzędu ACS-13008 jako obiekt sterowania.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 35-11.



(a) Schemat blokowy

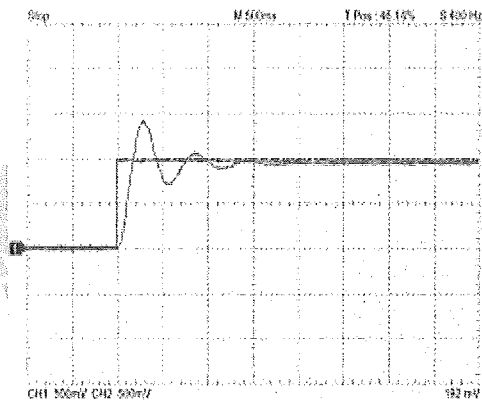


(b) Schemat połączeń

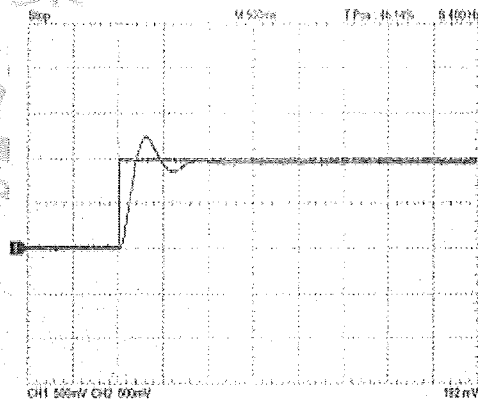
Rys. 35-11

2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,1Hz, 1Vpp.
3. W module ACS-13008 ustawić przełącznik T na pozycji x10 oraz a=0,4 i b=10.
4. W module ACS-13007 ustawić K=0, a w modułach ACS-13007A i ACS-13005 ustawić K=1.
5. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 35-12(a).
6. W module ACS-13007 ustawić K=0,04.
7. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i Vo modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 35-12(b). Porównać wyniki z wynikami pokazanymi na rysunku 35-8.

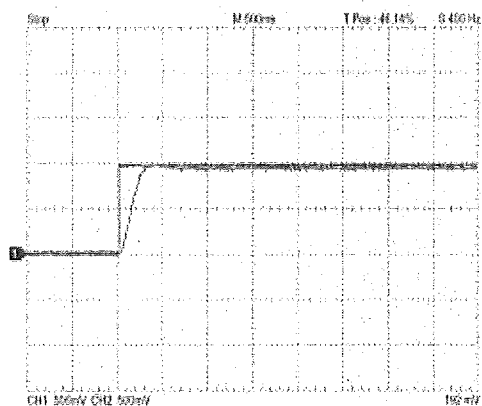
8. W module ACS-13007 ustawić $K=0,1$.
9. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 35-12(c). Porównać wyniki z wynikami pokazanymi na rysunku 35-9.
10. W module ACS-13007 ustawić $K=0,16$.
11. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_o modułu ACS-13008, które pokazano na rysunku 35-12(d). Porównać wyniki z wynikami pokazanymi na rysunku 35-10.



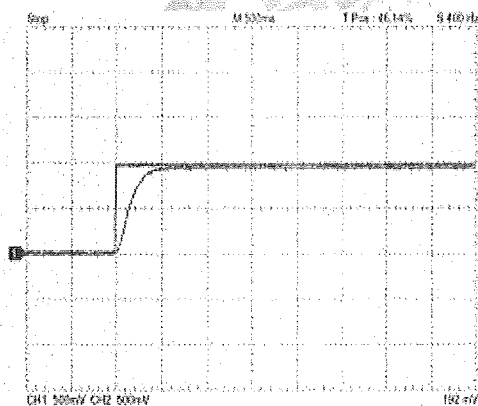
(a) $\delta_1=0, \delta_2=1$



(b) $\delta_1=0,04, \delta_2=1$



(c) $\delta_1=0,104, \delta_2=1$

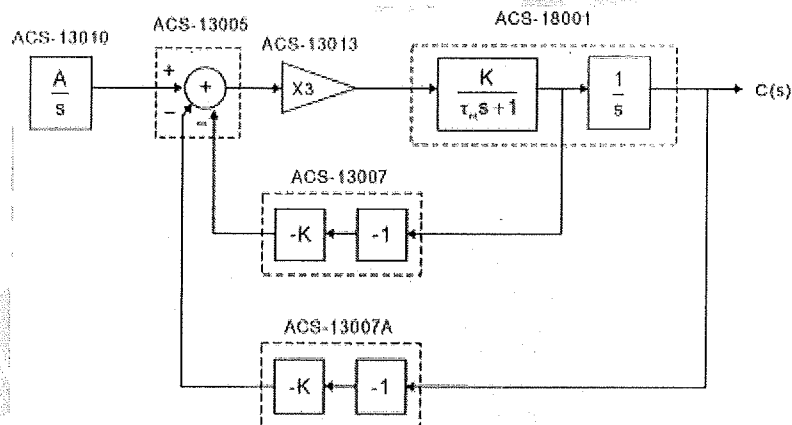


(d) $\delta_1=0,16, \delta_2=1$

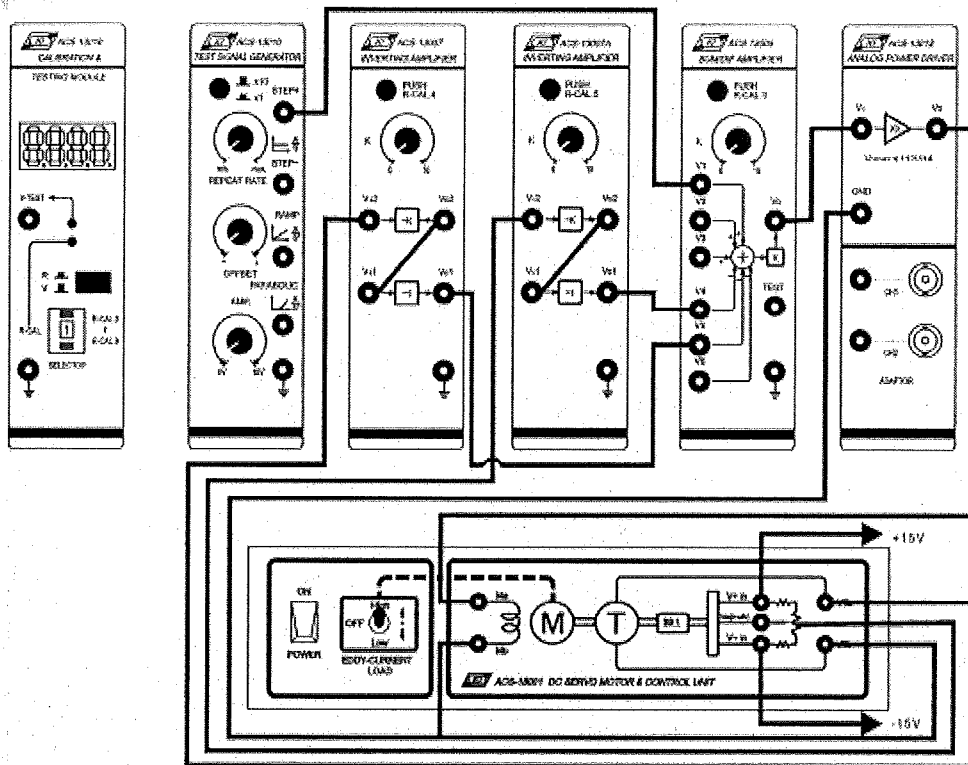
Rys. 35-12 Odpowiedź na skok jednostkowy

B. Moduł serwoilnika DC ACS-18001 jako obiekt sterowania.

1. Zestawić układ pomiarowy zgodnie ze schematem blokowym i schematem połączeń przedstawionymi na rysunku 35-13.



(a) Schemat blokowy

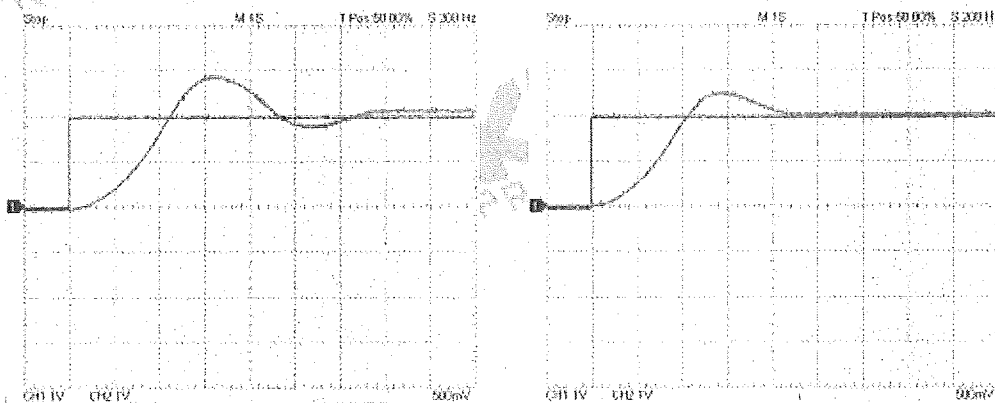


(b) Schemat połączeń

Rys. 35-13

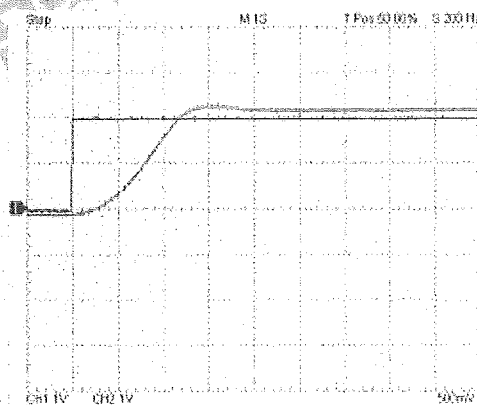
2. W module ACS-13010 ustawić na wyjściu STEP+ przebieg prostokątny 0,05Hz, 2Vpp (poziom niski = 0V).
3. Ponieważ funkcja przejściowa mechanizmu pozycjonującego modułu serwoilnika DC ACS-18001 nie jest równa $\frac{100}{s(s+4)}$ ale bliska $\frac{0,04}{s(s+0,5)}$ (dokładne parametry powinny być zmierzone zgodnie z procedurą opisaną w ćwiczeniu 10), to tutaj ustawiamy parametry przybliżone.

4. W module ACS-13005 ustawić $K=10$, zatem $\delta_1 = \frac{2\zeta\omega_n + 0,5}{0,4}$ i $\delta_2 = \frac{\omega_n^2}{0,4}$.
5. W module ACS-13007 ustawić $K=0$, a w module ACS-13007A ustawić $K=1$.
6. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_0 modułu ACS-18001 (sygnał położenia $V\theta(s)$), które pokazano na rysunku 35-14(a).
7. W module ACS-13007 ustawić $K=0,5$, a w module ACS-13007A ustawić $K=1$.
8. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_0 modułu ACS-18001 (sygnał położenia $V\theta(s)$), które pokazano na rysunku 35-14(b).
9. W module ACS-13007 ustawić $K=1$, a w module ACS-13007A ustawić $K=1$.
10. Za pomocą oscyloskopu zmierzyć i zarejestrować sygnały na wyjściach STEP+ modułu ACS-13010 i V_0 modułu ACS-18001 (sygnał położenia $V\theta(s)$), które pokazano na rysunku 35-14(c).



(a) $\delta_1=0, \delta_2=1$

(b) $\delta_1=0,1, \delta_2=1$



(c) $\delta_1=0,3, \delta_2=1$

Rys. 35-14 Odpowiedź na skok jednostkowy