

## ĆWICZENIE 5

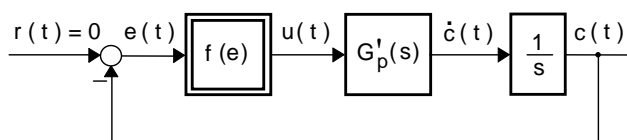
### Badanie przekąźnikowych układów sterowania

#### 5.1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest badanie przekąźnikowych układów sterowania obiektem całkująco-inercyjnym. Ćwiczenie dotyczy przekąźników dwu- i trójpołożeniowych z histerezą. Badane są także układy, w których zastosowano korekcyjne, podatne sprzężenie zwrotne. W takim rozwiązaniu możliwy jest ruch poślizgowy. W ćwiczeniu umożliwia się obserwację tego ruchu zarówno na płaszczyźnie fazowej jak i w dziedzinie czasu.

#### 5.2 Sterowanie w układzie przekąźnikowym bez korekcyjnego podatnego sprzężenia zwrotnego

Strukturalny schemat badanego układu sterowania pokazano na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Strukturalny schemat układu sterowania

Na schemacie tym  $c(t)$  oznacza sygnał wielkości sterowanej,  $u(t)$  jest sygnałem sterującym, zaś przez  $e(t)$  oznaczono uchyb sterowania. Rozważa się układ autonomiczny o zerowej wielkości zadającej  $r(t) = 0, \forall t$ . Operatorowa transmitancja  $G_p(s)$  jest modelem sterowanego obiektu całkująco-inercyjnego

$$G_p(s) = G'_p(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{k_p}{1 + T_p s} \cdot \frac{1}{s}, \quad (5.1)$$

zaś funkcja  $f : e \rightarrow u$  wyznacza nieliniowy algorytm sterowania. Z powyższych założeń wynika, iż

$$e(t) = -c(t). \quad (5.2)$$

Różniczkowe równanie, opisujące zachowanie się członu liniowego rozważanego układu sterowania, ma zatem postać

$$\begin{cases} T_p \ddot{e}(t) + \dot{e}(t) = -k_p f(e(t)), \\ e(0), \dot{e}(0). \end{cases} \quad (5.3)$$

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja  $e(t)$  charakteryzująca ewolucję uchybu dla  $t \geq 0$ . Uwzględniając fakt, iż

$$\ddot{e}(t) = \frac{d\dot{e}(t)}{dt} = \frac{d\dot{e}(t)}{de(t)} \cdot \frac{de(t)}{dt} = \frac{d\dot{e}(t)}{de(t)} \cdot \dot{e}(t), \quad (5.4)$$

równaniu (5.3) nadać można następującą formę

$$\begin{cases} T_p \frac{d\dot{e}(t)}{de(t)} \dot{e}(t) + \dot{e}(t) = -k_p f(e(t)), \\ e(0), \dot{e}(0). \end{cases} \quad (5.5)$$

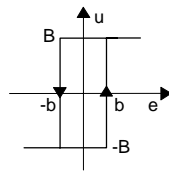
Rozwiązaniem tego równania jest trajektoria stanu  $(e(t), \dot{e}(t))$ ,  $t \geq 0$ . Rozwiązanie to zależy oczywiście od postaci funkcji  $f(e)$ , czyli od stosowanego algorytmu sterowania. W przypadku praktycznie ważnej klasy algorytmów sterowania przekąźnikowego, znalezienie rozwiązań  $(e(t), \dot{e}(t))$  nie nastęca większych trudności. Rozważa się przekąźniki dwupołożeniowe oraz trójpokożeniowe.

### 5.2.1 Układ sterowania z przekąźnikiem dwupołożeniowym z histerezą

Rozważa się algorytm sterowania odpowiadający następującemu przepisowi (por. rys. 5.2)

$$u(e) = \begin{cases} -B & \text{dla } \begin{cases} (\dot{e} > 0) \wedge (e < b), \\ (\dot{e} < 0) \wedge (e < -b), \end{cases} \\ B & \text{dla } \begin{cases} (\dot{e} > 0) \wedge (e > b), \\ (\dot{e} < 0) \wedge (e > -b), \end{cases} \end{cases} \quad (5.6)$$

zakłada się przy tym, iż  $b > 0$  oraz  $B > 0$ .



Rys. 5.2 Charakterystyka przekąźnika dwupołożeniowego z histerezą

Stosownie do (5.6) płaszczyznę fazową  $(x_1, x_2)$ , gdzie

$$(x_1, x_2) = (e, \dot{e}), \quad (5.7)$$

dzieli się na następujące obszary (rys.5.3):

- I:  $(x_2 > 0) \wedge (x_1 < b)$ ,
- II:  $(x_2 < 0) \wedge (x_1 < -b)$ ,
- III:  $(x_2 > 0) \wedge (x_1 > b)$ ,
- IV:  $(x_2 < 0) \wedge (x_1 > -b)$ .

Linie (półproste) komutacji opisane są równaniami:

$$x_1 = b, \quad x_2 > 0, \quad (5.8)$$

$$x_1 = -b, \quad x_2 < 0. \quad (5.9)$$

W obszarach I i II obowiązują równania

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad (5.10)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t)/T_p + k_p B/T_p, \quad (5.11)$$

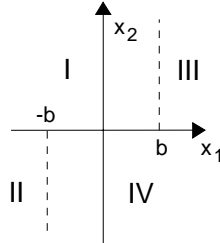
$$dx_2(t)/dx_1(t) = -1/T_p + k_p B/(T_p x_2(t)), \quad (5.12)$$

z kolei w obszarach III i IV zachodzi

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad (5.13)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t)/T_p - k_p B/T_p, \quad (5.14)$$

$$dx_2(t)/dx_1(t) = -1/T_p - k_p B/(T_p x_2(t)). \quad (5.15)$$



Rys. 5.3 Płaszczyzna fazowa i linie komutacji

Ze wzorów (5.12) oraz (5.15) wynika, iż nachylenie trajektorii fazowych jest stałe wzdłuż linii równoległych do osi odciętych  $x_1$ . Macierz fundamentalna układów równań (5.10) i (5.11) oraz (5.13) i (5.15) ma postać

$$\Phi(t) = \exp \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/T_p \end{bmatrix} t = \begin{bmatrix} 1 & T_p(1 - e^{-t/T_p}) \\ 0 & e^{-t/T_p} \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Równania (5.12) oraz (5.15) rozwiązuje się metodą rozdzielania zmiennych, otrzymując

I i II :

$$x_1(t) = -T_p x_2(t) - Bk_p T_p \cdot \ln|-Bk_p + x_2(t)| + C_-(t_0), \quad (5.17)$$

$$C_-(t_0) = x_1(t_0) + T_p x_2(t_0) + Bk_p T_p \cdot \ln|-Bk_p + x_2(t_0)|, \quad (5.18)$$

III i IV :

$$x_1(t) = -T_p x_2(t) + Bk_p T_p \cdot \ln|Bk_p + x_2(t)| + C_+(t_0), \quad (5.19)$$

$$C_+(t_0) = x_1(t_0) + T_p x_2(t_0) - Bk_p T_p \cdot \ln|Bk_p + x_2(t_0)|. \quad (5.20)$$

Stabilny cykl graniczny (izolowany tor zamknięty), występujący w rozważanym układzie sterowania, opisany jest równaniami

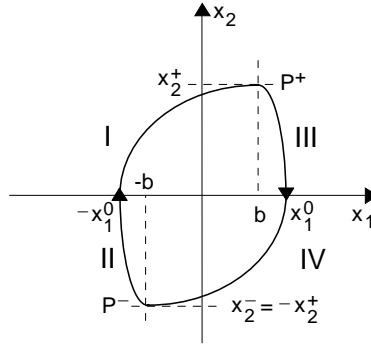
$$x_1(t) = -T_p x_2(t) - Bk_p T_p \cdot \ln|-Bk_p + x_2(t)| + C_-, \quad (5.21)$$

$$x_1(t) = -T_p x_2(t) + Bk_p T_p \cdot \ln|Bk_p + x_2(t)| + C_+, \quad (5.22)$$

przy czym stałe całkowania mają przeciwne znaki

$$C_+ = -C_-. \quad (5.23)$$

Parametry cyklu granicznego wyznacza się, 'sklejając' odpowiednie fragmenty trajektorii fazowych (rys. 5.4).



Rys. 5.4. Reprezentacja cyklu granicznego na płaszczyźnie fazowej

Przykładowo, dla punktu  $P^+$  o współrzędnych  $(b, x_2^+)$  zachodzi

$$b = -T_p x_2^+ - Bk_p T_p \cdot \ln |Bk_p - x_2^+| - C_+, \quad (5.24)$$

$$b = -T_p x_2^+ + Bk_p T_p \cdot \ln |Bk_p + x_2^+| + C_+. \quad (5.25)$$

Współrzędna  $x_2^+$  spełnia zatem nieliniowe równanie

$$Bk_p T_p \cdot \ln |(Bk_p + x_2^+)/(Bk_p - x_2^+)| - 2T_p x_2^+ = 2b. \quad (5.26)$$

Równanie to rozwiązuje się na drodze numerycznej, z dwóch rozwiązań możliwych przyjmując to, które spełnia warunek  $x_2^+ < Bk_p$ . Następnie oblicza się wartość stałej całkowania

$$C_+(x_2^+) = T_p x_2^+ - Bk_p T_p \cdot \ln |Bk_p + x_2^+| + b. \quad (5.27)$$

Amplitudę  $x_1^0$  cyklu granicznego (zob. rys. 5.4) łatwo jest wyznaczyć, przyjmując we wzorze (5.22) zerową wartość współrzędnej fazowej  $x_2$ , otrzymuje się w ten sposób następującą zależność

$$x_1^0(T_r) = Bk_p T_p \cdot \ln(Bk_p) + C_+(T_r) = \frac{Bk_p T_p}{2} \cdot \ln \frac{(Bk_p)^2}{(Bk_p)^2 - (x_2^+(T_r))^2}. \quad (5.28)$$

Okres  $T$  cyklu granicznego oszacować można na podstawie formuły

$$T = 2 \int_{x_2^+}^{x_2^-} \frac{dx_1(x_2)/dx_2}{x_2} dx_2, \quad (5.29)$$

w której funkcja  $x_1(x_2)$  ma postać określoną przepisem (5.22). Po niezbędnych przekształceniach otrzymuje się poszukiwany wzór

$$T(x_2^+) = 2T_p \ln |(Bk_p + x_2^+)/(Bk_p - x_2^+)| = 4(T_p x_2^+ + b)/(Bk_p). \quad (5.30)$$

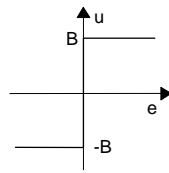
Przebieg w czasie fazowych współrzędnych łatwo wyznacza się, korzystając z wcześniej podanej macierzy fundamentalnej  $\Phi(t)$ .

*Układ sterowania z przekaźnikiem dwupołożeniowym bez histerezy*

Opierając się na powyższych wynikach, łatwo jest opisać własności układu sterowania obiektem całkująco-inercyjnym (5.1) przy pomocy sterownika przekaźnikowego dwupołożeniowego bez histerezy ( $b = 0$ ). Przedmiotem rozważań jest zatem następujący algorytm sterowania (por. rys. 5.5).

$$u(e) = \begin{cases} -B & \text{dla } e < 0, \\ B & \text{dla } e > 0, \end{cases} \quad (5.31)$$

gdzie  $B > 0$ .

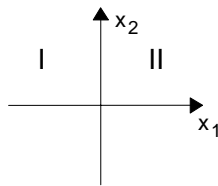


Rys. 5.5. Charakterystyka przekaźnika dwupołożeniowego z histerezą

Linia komutacji pokrywa się z osią rzędnych  $x_2$  płaszczyzny fazowej  $(x_1, x_2)$  i dzieli tę płaszczyznę na dwa obszary (rys. 5.6)

I:  $x_1 < 0$ ,

II:  $x_1 > 0$ .



Rys. 5.6. Płaszczyzna fazowa i linia komutacji

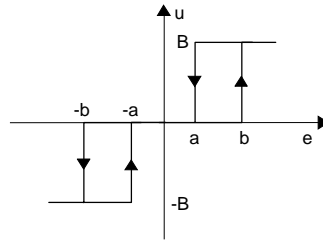
W obszarze I obowiązują równania (5.10)-(5.12), zaś w obszarze II - równania (5.13)-(5.15). W rozważanym układzie stabilny cykl graniczny nie powstanie. Można bowiem pokazać, iż zachodzi teraz  $x_2^+ = 0$ .

**5.2.2 Układ sterowania z przekaźnikiem trójpokoźeniowym z histerezą**

Analizowany jest algorytm sterowania odpowiadający następującemu przepisowi (por. rys. 5.7)

$$u(e) = \begin{cases} -B & \text{dla } \begin{cases} (\dot{e} > 0) \wedge (e < -a), \\ (\dot{e} < 0) \wedge (e < -b), \end{cases} \\ B & \text{dla } \begin{cases} (\dot{e} > 0) \wedge (e > b), \\ (\dot{e} < 0) \wedge (e > a), \end{cases} \\ 0 & \text{dla innych} \\ & \dot{e} \text{ i } e, \end{cases} \quad (5.32)$$

zakłada się przy tym, iż  $a, b > 0$ ,  $a < b$  oraz  $B > 0$ .



Rys. 5.7. Charakterystyka przekaźnika trójpołożeniowego z histerezą

Płaszczyznę fazową  $(x_1, x_2) = (e, \dot{e})$  dzieli się na następujące obszary (rys.5.8):

- I:  $(x_2 > 0) \wedge (x_1 < -a)$
- II:  $(x_2 < 0) \wedge (x_1 < -b)$ ,
- III:  $(x_2 > 0) \wedge (x_1 > b)$ ,
- IV:  $(x_2 < 0) \wedge (x_1 > a)$ ,
- V:  $(x_2 > 0) \wedge (-a < x_1 < b)$ ,
- VI:  $(x_2 < 0) \wedge (-b < x_1 < a)$ .

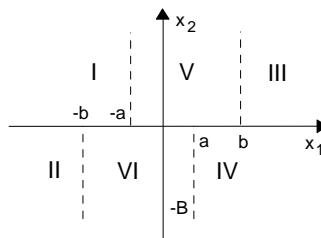
Linie (półproste) komutacji opisane są równaniami:

$$x_1 = b, \quad x_2 > 0, \quad (5.33)$$

$$x_1 = a, \quad x_2 < 0, \quad (5.34)$$

$$x_1 = -b, \quad x_2 < 0, \quad (5.35)$$

$$x_1 = -a, \quad x_2 > 0. \quad (5.36)$$



Rys. 5.8. Płaszczyzna fazowa i linie komutacji

W obszarach I i II obowiązują równania

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad (5.37)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t)/T_p + k_p B/T_p, \quad (5.38)$$

$$dx_2(t)/dx_1(t) = -1/T_p + k_p B/(T_p x_2(t)), \quad (5.39)$$

w obszarach III i IV - równania

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad (5.40)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t)/T_p - k_p B/T_p, \quad (5.41)$$

$$dx_2(t)/dx_1(t) = -1/T_p - k_p B/(T_p x_2(t)), \quad (5.42)$$

zaś w obszarach V i VI zachodzi

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad (5.43)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t)/T_p, \quad (5.44)$$

$$dx_2(t)/dx_1(t) = -1/T_p. \quad (5.45)$$

Rozwiązania równań (4.39), (4.42) oraz (4.45) mają postać, odpowiednio:

I i II :

$$x_1(t) = -T_p x_2(t) - Bk_p T_p \cdot \ln|-Bk_p + x_2(t)| + C_-(t_0), \quad (5.46)$$

$$C_-(t_0) = x_1(t_0) + T_p x_2(t_0) + Bk_p T_p \cdot \ln|-Bk_p + x_2(t_0)|, \quad (5.47)$$

III i IV :

$$x_1(t) = -T_p x_2(t) + Bk_p T_p \cdot \ln|Bk_p + x_2(t)| + C_+(t_0), \quad (5.48)$$

$$C_+(t_0) = x_1(t_0) + T_p x_2(t_0) - Bk_p T_p \cdot \ln|Bk_p + x_2(t_0)|, \quad (4.49)$$

V i VI :

$$x_1(t) = -T_p x_2(t) + C_0(t_0), \quad (5.50)$$

$$C_0(t_0) = x_1(t_0) + T_p x_2(t_0). \quad (5.51)$$

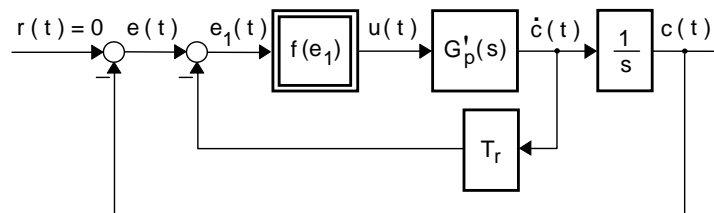
Stan równowagi badanego układu odpowiada zależnościom:

$$x_2(t) = 0 \quad \text{oraz} \quad u(t) = 0. \quad (5.52)$$

Na płaszczyźnie fazowej jest to odcinek  $x_2(t) = 0$  oraz  $-a < x_1 < a$ . W zależności od wartości parametrów obiektu  $k_p$  oraz  $T_p$ , a także charakterystyk przekaźnika, w układzie może także wystąpić stabilny cykl graniczny.

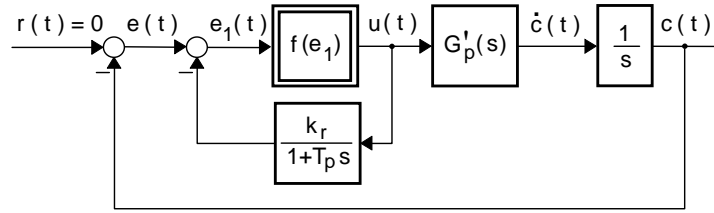
### 5.3 Sterowanie w układzie przekaźnikowym z korekcyjnym podatnym sprzężeniem zwrotnym

Strukturalny schemat badanego układu sterowania, w którym zastosowano liniowe korekcyjne sprzężenie zwrotne podatne pokazano na rys. 5.9.



Rys. 5.9. Strukturalny schemat układu sterowania z korekcyjnym sprzężeniem

Schemat ilustrujący zasadę praktycznej implementacji omawianego sprzężenia w przypadku sterowanego obiektu całkująco-inercyjnego (5.1) podano na rys. 5.10.



Rys. 5.10. Strukturalny schemat układu sterowania z praktyczną implementacją korekcyjnego sprzężenia

W celu zapewnienia równoważności rozważanych schematów parametry sprzężeń należy dobrać w ten sposób aby spełniona była relacja

$$k_r = k_p T_r. \quad (5.53)$$

Sygnal różnicowy

$$e_1(t) = e(t) + T_r \dot{e}(t) \quad (5.54)$$

jest argumentem nieliniowego algorytmu sterowania  $f : e_1 \rightarrow u$ . Różniczkowe równania, opisujące ewolucję uchybu  $e(t)$  oraz trajektorię stanu  $(e(t), \dot{e}(t))$  dla  $t \geq 0$ , mają zatem postać

$$\begin{cases} T_p \ddot{e}(t) + \dot{e}(t) = -k_p f(e(t) + T_r \dot{e}(t)), \\ e(0), \dot{e}(0), \end{cases} \quad (5.55)$$

$$\begin{cases} T_p \frac{d\dot{e}(t)}{de(t)} \dot{e}(t) + \dot{e}(t) = -k_p f(e(t) + T_r \dot{e}(t)), \\ e(0), \dot{e}(0). \end{cases} \quad (5.56)$$

### 5.3.1 Układ sterowania z przekaźnikiem dwupołożeniowym z histerezą

Rozważając algorytm sterowania, odpowiadający przekaźnikowi dwupołożeniowemu z histerezą (por. wzór (5.6) oraz rys. 5.2), zakłada się

$$u(e_1) = \begin{cases} -B & \text{dla } \begin{cases} (\dot{e}_1 > 0) \wedge (e_1 < b), \\ (\dot{e}_1 < 0) \wedge (e_1 < -b), \end{cases} \\ B & \text{dla } \begin{cases} (\dot{e}_1 > 0) \wedge (e_1 > b), \\ (\dot{e}_1 < 0) \wedge (e_1 > -b), \end{cases} \end{cases} \quad (5.57)$$

gdzie  $b > 0$  oraz  $B > 0$ . Linie (półproste) komutacji mają na płaszczyźnie fazowej o współrzędnych  $(x_1, x_2) = (e, \dot{e})$  następujące równania:

$$x_1 = b - T_r x_2, \quad x_2 > 0, \quad (5.58)$$

$$x_1 = -b - T_r x_2, \quad x_2 < 0. \quad (5.59)$$

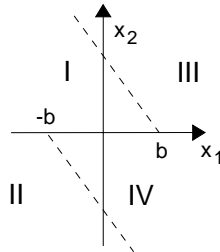
Równaniom tym dogodnie jest nadać poniższą formę

$$x_2 = -x_1 / T_r + b / T_r, \quad \begin{matrix} < b & \text{dla } T_r > 0, \\ > b & \text{dla } T_r < 0, \end{matrix} \quad (5.60)$$



$$x_2 = -x_1 / T_r - b / T_r, \quad \begin{matrix} > -b & \text{dla } T_r > 0, \\ < -b & \text{dla } T_r < 0. \end{matrix} \quad (5.61)$$

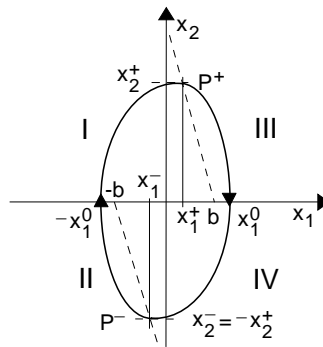
Ze wzorów tych wynika, iż przy  $T_r > 0$  obserwuje się pochylenie linii komutacji w lewo, zaś przy  $T_r < 0$  w prawo - w stosunku do odpowiednich linii komutacji dla  $T_r = 0$  (por. wzory (5.8) i (5.9)). Stosowny podział płaszczyzny fazowej pokazano na rys. 5.11. Rysunek ten dotyczy praktycznie ważniejszego przypadku  $T_r > 0$ .



Rys. 5.11 Płaszczyzna fazowa i linie komutacji

W obszarach I i II obowiązują równania (5.10)-(5.12), zaś w obszarach III i IV - równania (5.13)-(5.15), wyprowadzone w punkcie 5.2.1. W tym miejscu można skorzystać z odpowiednich rozwiązań owych równań, także podanych w punkcie 5.2.1. Tak postępując, sformułowano następujący warunek na parametr  $x_2^+$  cyklu granicznego, występującego w rozważanym układzie sterowania (zob. rys. 5.12)

$$Bk_p T_p \cdot \ln|(Bk_p + x_2^+) / (Bk_p - x_2^+)| - 2(T_p - T_r)x_2^+ = 2b. \quad (5.62)$$



Rys. 5.12. Reprezentacja cyklu granicznego na płaszczyźnie fazowej

Podobnie jak w punkcie 5.2.1, opis cyklu granicznego uzyskuje się, łącząc odpowiednie fragmenty trajektorii fazowych. Rozwiązanie równania (5.62) pozyskuje się na drodze numerycznej, przy czym z dwóch możliwych rozwiązań należy wybrać to, które spełnia nierówność  $x_2^+ < Bk_p$ . Analiza wzoru (5.62) prowadzi do następujących wniosków:

- Funkcja  $x_2^+(T_r)$  jest funkcją monotonicznie malejącą.
- Funkcja  $x_1^+(T_r) = b - T_r x_2^+(T_r)$  jest funkcją monotonicznie malejącą (por. rys. 5.12).
- Amplituda cyklu granicznego  $x_1^0(T_r)$ , opisana wzorem

$$x_1^0(T_r) = \frac{Bk_p T_p}{2} \cdot \ln \frac{(Bk_p)^2}{(Bk_p)^2 - (x_2^+(T_r))^2}, \quad (5.63)$$

jest monotonicznie malejącą funkcją argumentu  $T_r$  (zwiększając korekcyjne sprzężenie, uzyskuje się korzystne tłumienie oscylacji cyklu granicznego).

- Okres cyklu granicznego  $T(T_r)$ , dany wzorem

$$T(x_2^+) = 2T_p \ln |(Bk_p + x_2^+) / (Bk_p - x_2^+)| = 4[(T_p - T_r)x_2^+ + b] / (Bk_p), \quad (5.64)$$

jest monotonicznie malejącą funkcją argumentu  $T_r$ .

- Przyjmując

$$T_r = T_p, \quad (5.65)$$

uzyskuje się następujące oszacowania parametrów cyklu granicznego:

$$x_2^+ = Bk_p(\alpha - 1) / (\alpha - 1), \quad (5.66)$$

$$x_1^0 = Bk_p T_p \ln[(\alpha + 1)^2 / (4\alpha)] / 2, \quad (5.67)$$

$$T = 4b / (Bk_p), \quad (5.68)$$

gdzie

$$\alpha = \exp[2b / (Bk_p T_p)]. \quad (5.69)$$

Nachylenie linii komutacji wynosi  $-1/T_r$ , łatwo zatem wyznaczyć współrzędne takich punktów położonych na owych liniach, poczynając od których w rozważanym układzie sterowania wystąpią zjawiska utożsamiane z rzeczywistym ruchem poślizgowym ('odbicie' trajektorii stanu od linii komutacji). Idealizowana postać takiego ruchu nazywana jest granicznym ruchem poślizgowym. Rzędne punktów, o których mowa wynoszą

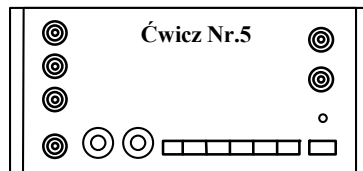
$$x_2^{\wedge} = Bk_p / (T_p / T_r - 1) \quad \text{dla linii komutacji (5.60),} \quad (5.70)$$

$$x_2^{\vee} = -Bk_p / (T_p / T_r - 1) \quad \text{dla linii komutacji (5.61).} \quad (5.71)$$

## 5.4 Opis stanowiska.

W skład stanowiska wchodzi:

5.4.1 Model układu regulacji  
rys.5.13, zawierający:



,którego schemat ideowy przedstawia

- obiekt dynamiczny opisany transmitancją

$$H(s) = \frac{K_{m/M}}{s(1 + T_{m/M})},$$

przy czym wzmocnienie obiektu  $K_{m/M}$  oraz inercja  $T_{m/M}$  mogą przyjmować dwie wartości, wybierane przełącznikami klawiszowymi, oznaczonymi odpowiednio „ $K_{m/M}$ ” oraz „ $T_{m/M}$ ”,

- regulator dwu i trójpołożeniowy o stałej amplitudzie skoku, zmiennej szerokości strefy histerezy  $b$  (dwie wartości wybierane przełącznikiem klawiszowym, oznaczonym symbolem „ $\square$ ” i „ $\square$ ”) oraz regulowanej płynnie strefie nieczułości regulatora trójpołożeniowego  $a$ , ustawianej potencjometrem oznaczonym literą „ $a$ ”. Wybór regulatora umożliwia przełącznik klawiszowy, oznaczony symbolem „ $\square$  /  $\square$ ”
- układ korekcyjny, włączany przełącznikiem klawiszowym (oznaczonym symbolem „ $P2$ ”) w pętlę sprzężenia zwrotnego wokół regulatora, opisany transmitancją

$$H(s) = \frac{K_K}{1 + T_K s}$$

przy czym  $T_K \approx T_m$ , natomiast wzmacnienie  $K_K$  jest regulowane płynnie potencjometrem kalibrowanym, oznaczonym symbolem „ $K_K$ ”,

- przełącznik (klawisz, oznaczony symbolem „ $PI$ ”), umożliwiający otwarcie lub zamknięcie pętli sprzężenia zwrotnego układu regulacji,

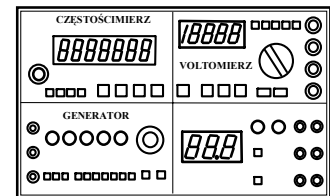
układ różniczkujący  $\frac{de}{dt}$ , umożliwiający analizę sygnału błędu „ $e$ ” na płaszczyźnie fazowej.

Widok płyty czołowej modelu układu przedstawiony jest na rys.5.14.

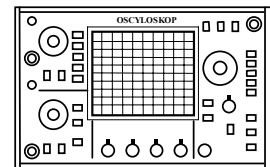
#### 5.4.2. Wielofunkcyjny Zestaw Pomiarowy typu MX - 9300,

zawierający między innymi:

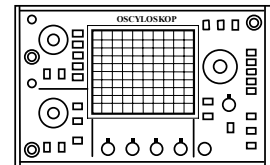
- generator funkcji, stanowiący źródło wejściowych sygnałów periodycznych,
- częstotściomierz, umożliwiający odczyt częstotliwości sygnałów z generatora.

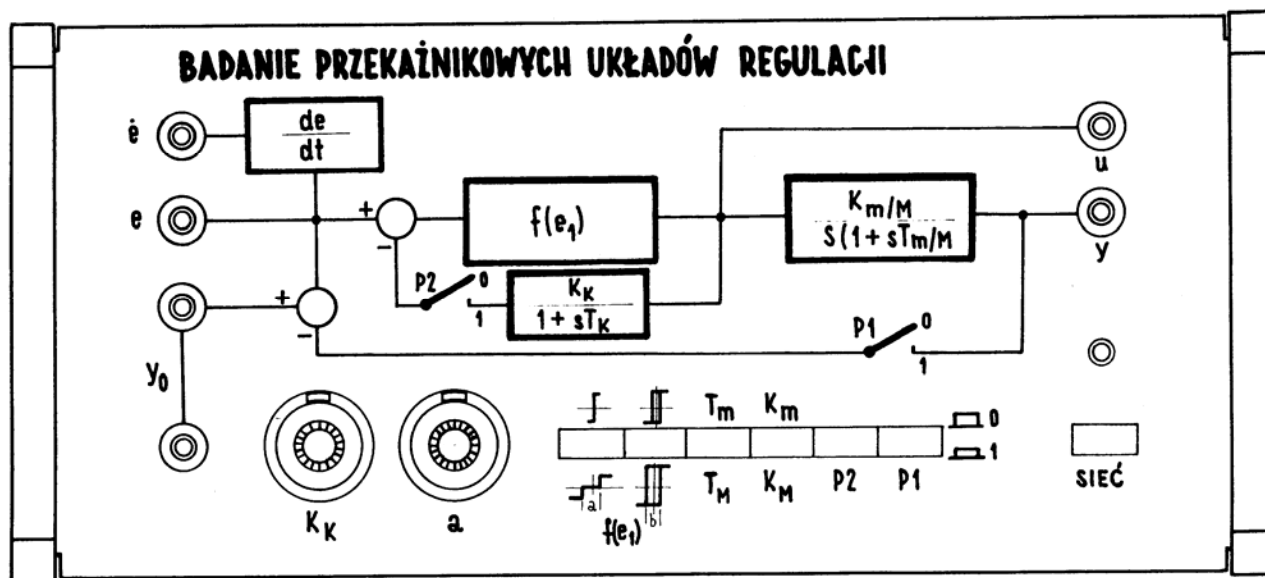


#### 5.4.3. Oscyloskop dwukanałowy, umożliwiający wizualizację sygnałów na płaszczyźnie fazowej,



#### 5.4.4. Oscyloskop dwukanałowy, umożliwiający wizualizację charakterystyk przekaźnikowych oraz wybranych sygnałów w funkcji czasu .





Rys.5.14. Płyta czołowa modelu układu regulacji.

*Uwaga:* W związku z zastosowaniem w modelu układu wzmacniaczy operacyjnych typu LM741, istnieje zależność szerokości strefy histerezy układu przekaźnikowego od amplitudy i częstotliwości sygnału sterującego  $e_1$ . Przyjęty powyżej sposób pomiaru pozwala określić rzeczywistą szerokość strefy histerezy dla wszystkich występujących w ćwiczeniu sygnałów uchybu.

*Uwaga:* Wzmocnienie  $K_K$  określone jest zależnością

$$K_K = \frac{1.1}{10.1 - n},$$

gdzie  $n$  – wielkość odczytywana ze skali potencjometru, oznaczonego symbolem „ $K_K$ ”.

Np. dla  $n = 2$ , wzmocnienie  $K_K = \frac{1.1}{10.1 - 2} = 0.14$ .

Tabela parametrów obiektu:

$$\begin{aligned} T_m &= 540 \mu\text{sek}, & K_m &= 980, \\ T_M &= 1760 \mu\text{sek}, & K_M &= 170, \\ T_K &= 540 \mu\text{sek}, & K_K &= 0.1 \text{ do } \infty. \end{aligned}$$

## 5.5 Zadania pomiarowe

### 5.5.1 Pomiary

#### 5.5.a Badanie układu ze sterownikiem przekaźnikowym dwupołożeniowym z histerezą

Zaobserwować kształt charakterystyki przekaźnikowej, pomierzyć szerokość strefy histerezy (osiem przypadków) oraz wysokość skoku przekaźnika.

Obserwując przebieg trajektorii  $\dot{e}(e)$ , zbadać zależność ich kształtu od

- wzmocnienia obiektu  $k_{m/M}$  (dwa przypadki), dla ustalonej wartości stałej czasowej obiektu ( $T_m$  lub  $T_M$ ) i szerokości strefy histerezy ( $b_0$  lub  $b_1$ ),
- stałej czasowej członu inercyjnego  $T_{m/M}$  (dwa przypadki), dla ustalonej wartości wzmocnienia obiektu ( $k_m$  lub  $k_M$ ) i szerokości strefy histerezy ( $b_0$  lub  $b_1$ ).

Określić szerokość strefy histerezy na podstawie trajektorii fazowych  $\dot{e}(e)$ , dla ustalonych wartości parametrów obiektu.

Dla ustalonej wartości parametrów obiektu wyznaczyć okres i amplitudę drgań, obserwując przebieg czasowy uchybu  $e(t)$ .

W każdym z analizowanych przypadków należy skonfrontować przebiegi trajektorii fazowej  $\dot{e}(e)$  z odpowiednimi przebiegami czasowymi uchybu  $e(t)$  oraz jego pochodnej  $\dot{e}(t)$ .

W celu wykonania pomiaru kształtu charakterystyki przekaźnikowej należy:

- ustawić przebieg wyjściowy z generatora jako przebieg prostokątny o częstotliwości 20 Hz,
- w modelu układu zamknąć pętlę sprzężenia zwrotnego (klawisz P1 w pozycji "1", klawisz P2 w pozycji "0"),
- ustawić oscyloskop dla pracy X-Y, na wejście X podając sygnał  $e$ , na wejście Y - sygnał  $u$ .

W celu wykonania pomiaru kształtu trajektorii fazowych  $\dot{e}(e)$  należy:

- ustawić przebieg wyjściowy z generatora jako przebieg prostokątny o częstotliwości 20 Hz,
- w modelu układu zamknąć pętlę sprzężenia zwrotnego (klawisz P1 w pozycji "1", klawisz P2 w pozycji "0"),
- ustawić oscyloskop dla pracy X-Y, na wejście X podając sygnał  $e$ , na wejście Y - sygnał  $\dot{e}$ .

Przebiegi czasowe  $e(t)$  oraz  $\dot{e}(t)$  obserwuje się na ekranie drugiego oscyloskopu.

#### 5.5.b *Badanie układu ze sterownikiem przekaźnikowym dwupołożeniowym z histerezą oraz korekcyjnym podatnym sprzężeniem zwrotnym ujemnym*

Dobierając stałą czasową  $T_k = T_m$  oraz ustalając wzmocnienie obiektu i szerokość strefy histerezy przekaźnika, zaobserwować pochylenie linii komutacji wraz ze wzrostem wzmocnienia członu korekcyjnego  $k_k$ .

Doprowadzić układ do ruchu poślizgowego, regulując wzmocnienie członu korekcyjnego. Zarejestrować wartość wzmocnienia, przy której występuje to zjawisko.

Zbadać wpływ wzmocnienia obiektu  $k_{m/M}$  na obraz ruchu poślizgowego.

Zaobserwować sygnały w ruchu poślizgowym: przebieg wyjścia  $y(t)$  (zmienna sterowana), przebieg uchybu  $e(t)$  oraz jego pochodnej  $\dot{e}(t)$ , przebieg sygnału sterującego  $u(t)$ .

Oszacować czas ustalania odpowiedzi skokowej badanego układu sterowania.

W celu wykonania pomiaru kształtu trajektorii fazowych  $\dot{e}(e)$  należy:

- ustawić przebieg wyjściowy z generatora jako przebieg prostokątny o częstotliwości 20 Hz,
- w modelu układu zamknąć pętlę sprzężenia zwrotnego (klawisz P1 w pozycji "1") oraz pętlę sprzężenia korekcyjnego (klawisz P2 w pozycji "1"),
- ustawić oscyloskop dla pracy X-Y, na wejście X podając sygnał  $e$ , zaś na wejście Y - sygnał  $\dot{e}$ .

Wszystkie przebiegi czasowe obserwuje się na ekranie drugiego oscyloskopu.

5.5.c *Badanie układu ze sterownikiem przekaźnikowym trójpołożeniowym z histerezą*  
Zaobserwować kształt charakterystyki przekaźnikowej.



Traktując szerokość strefy histerezy  $b$  i wysokość skoku charakterystyki przekaźnikowej  $B$  jako ustalone, pomierzyć szerokość strefy nieczułości dla dwóch dowolnie wybranych położań pokręta "a".

Zaobserwować zależność trajektorii fazowych od szerokości strefy nieczułości  $a$ ; szerokość strefy histerezy  $b$ , wzmocnienie obiektu  $k_{m/M}$  oraz stałą czasową  $T_{m/M}$  należy traktować jako ustalone.

Pomierzyć amplitudę oraz częstotliwość drgań, występujących w układzie.

Analizę układu sterowania prowadzi się, obserwując przebiegi trajektorii fazowych  $\dot{e}(e)$ , a także odpowiednie przebiegi w dziedzinie czasu ( $y(t)$ ,  $e(t)$ ,  $\dot{e}(t)$ ,  $u(t)$ ).

Określić szerokość strefy nieczułości  $a$ , przy której pojawia się tłumienie drgań, jako funkcję wzmocnienia obiektu przy ustalonej stałej czasowej oraz jako funkcję stałej czasowej obiektu przy ustalonym wzmocnieniu obiektu. Badania wykonać dla wybranej szerokości strefy histerezy  $b$  przekaźnika.

Pomiary charakterystyk przekaźnika, trajektorii fazowych  $\dot{e}(e)$  oraz procesów przejściowych prowadzi się tak jak przy realizacji zadań z punktu 5.5.a, ustawiając klawisz „ / ” w pozycję "1", zaś częstotliwość generatora na 100 Hz.



5.5.d *Badanie układu ze sterownikiem przekaźnikowym trójpołożeniowym z histerezą oraz korekcyjnym dodatnim sprzężeniem zwrotnym ujemnym*

Dobierając stałą czasową  $T_k = T_m$  oraz ustalając wzmocnienie obiektu i szerokość strefy histerezy oraz nieczułości przekaźnika, zaobserwować pochylenie linii komutacji wraz ze wzrostem wzmocnienia członu korekcyjnego  $k_k$ .

Doprowadzić układ do ruchu poślizgowego, regulując wzmocnienie członu korekcyjnego. Zarejestrować wartość wzmocnienia, przy której występuje to zjawisko.

Zbadać wpływ wzmocnienia obiektu  $k_{m/M}$  oraz szerokości strefy histerezy  $b$  na obraz ruchu poślizgowego.

Zaobserwować przejściowe procesy sterowania w badanym układzie sterowania ( $y(t)$ ,  $e(t)$ ,  $\dot{e}(t)$  oraz  $u(t)$ ).

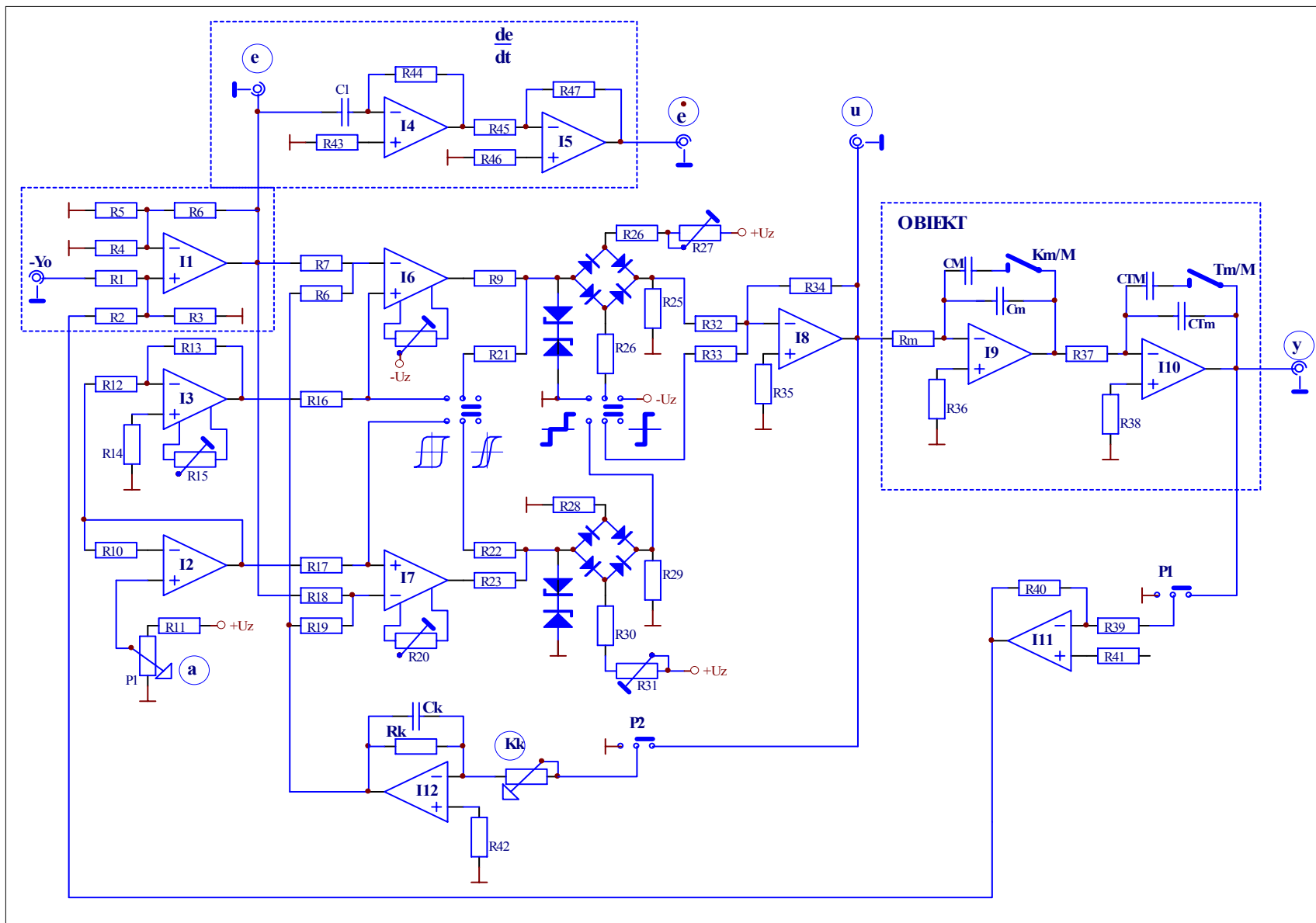
Pomiary charakterystyk przekaźnika, trajektorii fazowych  $\dot{e}(e)$  oraz procesów przejściowych prowadzi się tak jak przy realizacji zadań z punktu 5.5.b, ustawiając klawisz „ / ” w pozycję "1", zaś częstotliwość generatora na 100 Hz.

## 5.6 Opracowanie wyników

W sprawozdaniu z ćwiczenia należy:

5.6.a Zestawić wyniki obserwacji i pomiarów, zaopatrując je w odpowiednie komentarze i wnioski.

5.6.b Dla każdego z rozważanych przypadków 5.5.a-d, dokonać próby analitycznego oszacowania parametrów trajektorii fazowych oraz procesów przejściowych, występujących w badanym układzie sterowania.



Rys. 5.13. Schemat ideowy modelu układu