PRZYKŁADOWE TEMATY ZADAŃ PROJEKTOWYCH
Z PRZEDMIOTU EWOLUCYJNE METODY OPTYMALIZACJI

1. Rozwiązać zadanie zadania załadunku (plecakowego) z ograniczeniami na dopuszczalne wymiary oraz ciężar [3]:

   a) algorytmem symulowanego wyżarzania.

   b) algorytmem genetycznym

   c) strategią ewolucyjną (μ, λ)

   d) strategią ewolucyjną (μ+λ)

   e) programowaniem ewolucyjnym

2. Rozwiązać zadanie zbierania plonów oraz zadanie pchania wózka [3]:

   a) algorytmem symulowanego wyżarzania.

   b) algorytmem genetycznym

   c) strategią ewolucyjną (μ, λ)

   d) strategią ewolucyjną (μ+λ)

   e) programowaniem ewolucyjnym

3. Rozwiązać problem komiwojażera:

   a) algorytmem symulowanego wyżarzania.

   b) algorytmem genetycznym

   c) strategią ewolucyjną (μ, λ)

   d) strategią ewolucyjną (μ+λ)

   e) programowaniem ewolucyjnym

   W rozwiązywanym problemie przyjąć, iż nie wszystkie połączenia między dowolnymi miastami są dopuszczalne. Zastosować odpowiednia reprezentację rozwiązania. Przyjąć funkcje kryterialną złożoną z kilku wskaźników np. droga, czas, opłaty za przejazd itp.

4. Zrealizować algorytm z podejściem ewolucyjnym dobierający parametry regulatora PID dla wybranego obiektu opisanego w dziedzinie czasu ciągłego. Jako kryteria poszukiwań przyjąć odpowiednie wskaźniki charakterystyk czasowych lub częstotliwościowych. Dla uzyskanych najlepszych rozwiązań przeprowadzić symulacje z uzyskanymi w sposób genetyczny regulatorami. Przeprowadzić analizę porównawczą zaprojektowanego regulatora z klasycznym (tzn. zaprojektowanym na podstawie np. metod Zieglera-Nicholsa) w warunkach zakłóceń systemowych, pomiarowych, niepewności modelu obiektu.

5. Zastosować algorytm ewolucyjny do rozwiązywania liniowego zadania transportowego [3].

6. Skonstruować algorytm ewolucyjny do planowania drogi w środowisku ruchomego robota [2, 3]. Program powinien wczytywać mapy (przykładowe środowiska z

przeszkodami, w którym miałby się poruszać się robot) dwuwymiarowe oraz punkty startowe i końcowe trasy. Drogę robota przykładowo budować z kawałków linii prostych. Ponadto należy zaprezentować na bieżąco najlepsze znalezione rozwiązania.

7. Wyznaczyć optymalne parametry algorytmów ewolucyjnych dla zadań „benchmarkowych” (Dodatek 2) przyjmując odpowiedni rodzaj kodowania, metodę selekcji, operacje krzyżowania i mutację oraz strategię podstawień.

8. Zastosować algorytm z kodowaniem wielopoziomowym (HGA) do identyfikacji strukturalnej i parametrycznej danego procesu.

9. Zastosować algorytm z kodowaniem wielopoziomowym (HGA) projektowania regulatorów w dziedzinie czasu ciągłego.

Dodatek 1

Krótkie opisy rozważanych zadań optymalizacji (więcej w cytowanej literaturze):

a) **zadanie załadunku** polega na doborze dla ustalonego zbioru artykułów (rzeczy) wraz z ich wartościami i rozmiarami (lub wagami), takiego podzbioru artykułów, aby suma ich rozmiarów (wag) nie przekraczała zadanego ograniczenia (pojemności lub dopuszczalnej ładowności plecaka) oraz by suma ich wartości była maksymalna.

Problem można zdefiniować w następujący sposób. Niech istnieje plecak o zadanej dopuszczalnej ładowności $C > 0$ oraz $N > 0$ artykułów. Każdy ***i***-ty artykuł posiada wartość v_i oraz wagę w_i. Należy znaleźć taki wektor binarny $\boldsymbol{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_N]$ ($x_i = 1$ oznacza wybrany artykuł do plecaka, zaś $x_i = 0$ reprezentuje brak artykułu w plecaku), aby nienaruszone było następujące ograniczenie

$$\sum_{i=1}^{N} x_i w_i \le C$$

oraz by wartość wskaźnika wartości plecaka była maksymalna

$$\sum_{i=1}^{N} x_i v_{\mathrm{i}}$$

Przyjąć liczbę artykułów N kolejno 100, 250 i 500. Wagi artykułów wygenerować losowo (z rozkładem równomiernym) z przedziału [1,10]

b) **problem zbierania plonów** definiuje się jako następujące zadanie maksymalizacji

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} \sqrt{u_k}$$

przy ograniczeniu będących równaniem wzrostu

$$x_{k+1} = a x_k - u_k ,$$

oraz ograniczeniu równościowym

$$x_0 = x_N$$

gdzie x_0 jest stanem początkowym, a oznacza pewna stałą, zaś $x_k \in R$, $u_k \in R^+$ reprezentują odpowiednio stan i (nieujemne) sterowanie. Do rozwiania zadania przyjąć następujące parametry: $a = 1.1$, $x_0 = 100$ i $N = 2, 4, 10, 20, 45$.

c) **zadanie pchania wózka** określone jest jako problem maksymalizacji całkowitej drogi przebytej w zadanym czasie po odjęciu całkowitego wysiłku. Dyskretny model stanowy opisujący taki problem wyraża się następująco

$$x_1(k+1) = x_2(k),$$
$$x_2(k+1) = 2x_2(k) - x_1(k) + \frac{1}{N^2} u_k(k),$$

jako kryterium poszukiwań przyjmuje się następujący wskaźnik jakości sterowania

$$J = x_1(N) - \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{N-1} u^2(k),$$

Zadanie rozwiązać dla następujących parametrów, $N = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45$

Dodatek 2. Funkcje benchmarkowe.

2.1. Model sfery $f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$.

Dziedzina poszukiwań: $-100 \le x_i \le 100$, $i = 1,2,...,n$.

Globalne minimum dla $f(0,0,...,0) = 0$.

2.2. Funkcja Schwefel'a nr. 1 $f(x) = \sum_{i=1}^{n} |x_i| + \prod_{i=1}^{n} |x_i|$.

Dziedzina poszukiwań: $-10 \le x_i \le 10$, $i = 1,2,...,n$.

Globalne minimum dla $f(0,0,...,0) = 0$.

2.3. Funkcja Schewfel'a nr.2 $f(x) = \max_i \{ |x_i|, \ 1 \le i \le n \}$.

Dziedzina poszukiwań: $-100 \le x_i \le 100$, $i = 1,2,...,n$.

Globalne minimum dla $f(0,0,...,0) = 0$.

2.4. Funkcja Schewfel'a nr.3 $f(x) = -\sum_{i=1}^{n} \left(x_i \sin\left(\sqrt{|x_i|} \right) \right)$

Dziedzina poszukiwań: $-500 \le x_i \le 500$, $i = 1,2,...,n$.

Globalne minimum dal $f(420.9687, 420.9687, ..., 420.9687) = -12569.5$.

2.5. Funkcja Schewfel'a nr.4 $f(x)=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{i} x_j\right)^2$

Dziedzina poszukiwań: $-100 \le x_i \le 100,\ i=1,2,...,n$.
Globalne minimum dla $f(0,0,...,0)=0$.

2.6. Funkcja Rosenbrock'a $f(x)=\sum_{i=1}^{n-1}\left[100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1)^2\right]$

Dziedzina poszukiwań: $-30 \le x_i \le 30,\ i=1,2,...,n$
Globalne minimum dla $f(1,1,...,1)=0$

2.7. Funkcja skokowa $f(x)=\sum_{i=1}^{n}\left(\lfloor x_i+0.5 \rfloor\right)^2$

Dziedzina poszukiwań: $-100 \le x_i \le 100,\ i=1,2,...,n$
Globalne minimum dla $f(0,0,...,0)=0$

2.8. Zaszumiona funkcja czwartego stopnia $f(x)=\sum_{i=1}^{n} i x_i^4 + random[0,1)$

Dziedzina poszukiwań: $-1.28 \le x_i \le 1.28,\ i=1,2,...,n$
Globalne minimum dla $f(0,0,...,0)=0$

2.9. Funkcja Rastrigin'a $f(x)=\sum_{i=1}^{n}\left[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10\right]$

Dziedzina poszukiwań: $-5.12 \le x_i \le 5.12,\ i=1,2,...,n$
Globalne minimum dla $f(0,0,...,0)=0$

2.10. Funkcja Ackley'a

$$f(x)=-20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2}\right)-\exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)\right)+20+\exp(1)$$

Dziedzina poszukiwań: $-32 \le x_i \le 32,\ i=1,2,...,n$
Globalne minimum dla $f(0,0,...,0)=0$

2.11. Funkcja Griewank’a $f(x)=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)+1$

Dziedzina poszukiwań: $-600 \le x_i \le 600,\ i=1,2,...,n$
Globalne minimum dla $f(0,0,...,0)=0$

2.12. Funkcja „wilcze doły” $f(x) = \left[\frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^{2} (x_i - a_{ij})^6} \right]^{-1}$

gdzie a_{ij} oznaczają elementy następującej macierzy

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -32 & -16 & 0 & 16 & 32 & -32 & \dots & 0 & 16 & 32 \\ -32 & -32 & -32 & -32 & -32 & -16 & \dots & 32 & 32 & 32 \end{bmatrix}$$

Dziedzina poszukiwań: $-65.536 \le x_i \le 65.536,\ i = 1{,}2$

Globalne minimum dla $f(-32, -32) \approx 1$

2.13. Funkcja Kowalik'a $f(x) = \sum_{i=1}^{11} \left[a_i - \frac{x_1 (b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4} \right]^2$

gdzie współczynniki a_i, b_i przyjmują następujące wartości

i	a_i	b_i^{-1}
1	0.1957	0.25
2	0.1947	0.5
3	0.1735	1
4	0.1600	2
5	0.0844	4
6	0.0627	6
7	0.0456	8
8	0.0342	10
9	0.0323	12
10	0.0235	14
11	0.0246	16

Dziedzina poszukiwań: $-5 \le x_j \le 5,\ \ j = 1{,}2{,}3{,}4$

Globalne minimum dla $f(0.1928, 0.1908, 0.1231, 0.1358) \approx 0.0003075$

2.14. Funkcja „sześciogarbnego wielbłąda” $f(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3} x_1^6 + x_1 x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$

Dziedzina poszukiwań: $-5 \le x_i \le 5,\ i = 1{,}2$

Globalne minimum dla: $f(0.08983, -0.7126) = -1.0316285$ oraz $f(-0.08983, 0.7126) = -1.0316285$

2.15. Funkcja Branin’a $f(x) = \left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2} x_1^2 + \frac{5}{\pi} x_1 - 6 \right)^2 + 10\left(1 - \frac{1}{8\pi}\right) \cos x_1 + 10$

Dziedzina poszukiwań: $-5 \le x_1 \le 10,\ 0 \le x_2 \le 15$

Global minimum dla: $f(-3.142, 12.275) = 0.398$, $f(3.142, 2.275) = 0.398$ oraz $f(9.425, 2.425) = 0.398$

2.16. Funkcja Goldstein'a-Price'a

$$f(x) = \left[1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)\right]$$
$$\cdot\left[30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)\right]$$

Dziedzina poszukiwań: $-2 \le x_1 \le 2,\ i = 1,2$

Globalne minimum dla $f(0, -1) = 3$

2.17. Funkcja Hartman'a nr.1 $f(x) = -\sum_{i=1}^{4} c_i \exp\left(\sum_{j=1}^{3} a_{ij} (x_i - p_{ij})^2\right)$

gdzie współczynniki a_{ij}, c_i oraz p_{ij} przyjmują nstępujące wartości

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	c_i	p_{i1}	p_{i2}	p_{i3}
1	3	10	30	1	0.3689	0.1170	0.2673
2	0.1	10	35	1.2	0.4699	0.4387	0.7470
3	3	10	30	3	0.1091	0.8732	0.5547
4	0.1	10	35	3.2	0.03815	0.5743	0.8828

Dziedzina poszukiwań: $0 \le x_j \le 1,\ j = 1,2,3$

Globalne minimum dla $f(0.114, 0.556, 0.852) = -3.86$

2.18. Funkcja Hartman'a nr.2 $f(x) = -\sum_{i=1}^{4} c_i \exp\left(\sum_{j=1}^{6} a_{ij} (x_i - p_{ij})^2\right)$

gdzie współczynniki a_{ij}, c_i oraz p_{ij} przyjmują następujące wartości

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	c_i	p_{i1}	p_{i2}	p_{i3}	p_{i4}	p_{i5}	p_{i6}
1	10	3	17	3.5	1.7	8	1	0.1312	0.1696	0.5569	0.0124	0.8283	0.5886
2	0.1	0.05	17	0.1	8	14	1.2	0.2329	0.4135	0.8307	0.3736	0.1004	0.9991
3	3	3.5	1.7	10	17	8	3	0.2348	0.1415	0.3522	0.2883	0.3047	0.6650
4	17	8	0.05	10	0.1	14	3.2	0.4047	0.8828	0.8732	0.5743	0.1091	0.0381

Dziedzina poszukiwań: $0 \le x_j \le 1,\ j = 1,2,3,4,5,6$

Globalne minimum dla $f(0.201, 0.150, 0.477, 0.275, 0.311, 0.657) = -3.32$

2.19. Funkcja Shekel'a nr.1 $f(x) = -\sum_{j=1}^{5}\left(\sum_{i=1}^{4} (x_i - a_{ij})^2 + c_j\right)^{-1}$

gdzie współczynniki a_{ij} i c_j przyjmują następujące wartości

j	a_{1j}	a_{2j}	a_{3j}	a_{4j}	c_j
1	4.0	4.0	4.0	4.0	0.1
2	1.0	1.0	1.0	1.0	0.2
3	8.0	8.0	8.0	8.0	0.2
4	6.0	6.0	6.0	6.0	0.4

5	3.0	7.0	3.0	7.0	0.6
6	2.0	9.0	2.0	9.0	0.6
7	5.0	5.0	3.0	3.0	0.3
8	8.0	1.0	8.0	1.0	0.7
9	6.0	2.0	6.0	2.0	0.5
10	7.0	3.6	7.0	3.6	0.5

Dziedzina poszukiwań: $0 \le x_i \le 10,\ i = 1,2,3,4$
Globalne minimum dla $f(4,4,4,4) = -10.15320$

2.20. Funkcja Shekel'a nr.2 $f(x) = -\sum_{j=1}^{7}\left(\sum_{i=1}^{4}(x_i - a_{ij})^2 + c_j\right)^{-1}$

Dziedzina poszukiwań: $0 \le x_i \le 10,\ i = 1,2,3,4$
Globalne minimum dla $f(4,4,4,4) = -10.402820$

2.21. Funkcja Shekel'a nr.3 $f(x) = -\sum_{j=1}^{10}\left(\sum_{i=1}^{4}(x_i - a_{ij})^2 + c_j\right)^{-1}$
Dziedzina poszukiwań: $0 \le x_i \le 10,\ i = 1,2,3,4$
Globalne minimum dla $f(4,4,4,4) = -10.53628$

2.22. Funkcja Schaffer'a nr.1 $f(x) = 0.5 + \dfrac{\sin^2\left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5\right)}{\left[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)\right]^2}$
Dziedzina poszukiwań: $-100 \le x_i \le 100,\ i = 1,2$
Globalne minimum dla $f(0,0) = 0$

2.23. Funkcja Schaffer'a nr.2 $f(x) = (x_1^2 + x_2^2)^{0.25}\left[\sin\left(50(x_1^2 + x_2^2)^{0.1}\right) + 1\right]$
Dziedzina poszukiwań: $-100 \le x_i \le 100,\ i = 1,2$
Globalne minimum dla $f(0,0) = 0$

2.24. Funkcja Shubert'a $f(x) = -\sum_{i=1}^{5} i\cos\left[(i+1)x_1 + i\right] \cdot \sum_{i=1}^{5} i\cos\left[(i+1)x_2 + i\right]$
Dziedzina poszukiwań: $-10 \le x_i \le 10,\ i = 1,2$
Globalne minimum dla wartości –183.73 w 18 punktach

2.25. Funkcja Easom'a $f(x) = -\cos(x_1)\cos(x_2)\exp\left(-(x_1 - \pi)^2 - (x_2 - \pi)^2\right)$
Dziedzina poszukiwań: $-100 \le x_i \le 100,\ i = 1,2$
Globalne minimum dla $f(\pi,\pi) = -1$

2.26. Funkcja Bohachevsky'ego nr.1
$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3\cos(3\pi x_1) - 0.4\cos(4\pi x_2) + 0.7$
Dziedzina poszukiwań: $-50 \le x_i \le 50,\ i = 1,2$

Globalne minimum dla $f(0,0)=0$

2.27. Funkcja Bohachevsky'ego nr.2
$$f(x)=x_1^2+2x_2^2-0.3\left(\cos(3\pi x_1)+\cos(4\pi x_2)\right)+0.3$$
Dziedzina poszukiwań: $-50\le x_i\le 50,\ i=1,2$
Globalne minimum dla $f(0,0)=0$

2.28. Funkcja Bohachevsky'ego nr.3
$$f(x)=x_1^2+2x_2^2-0.3\cos(3\pi x_1)-\cos(4\pi x_2)+0.3$$
Dziedzina poszukiwań: $-50\le x_i\le 50,\ i=1,2$
Globalne minimum dla $f(0,0)=0$

2.29. Coldville's function
$$f(x)=100(x_2+2x_1^2)^2+(1-x_1)^2+90(x_4+x_3^2)^2+(1-x_3)^2+$$
$$+10.1\left((x_2-1)^2+(x_4-1)^2\right)+19.8(x_2-1)(x_4-1)$$

Dziedzina poszukiwań: $-10\le x_i\le 10,\ i=1,2,3,4$
Globalne minimum dla $f(1,1,1,1)=0$

Literatura

[1] Arabas J., (2001): Wykłady z algorytmów ewolucyjnych, WNT Warszawa.
[2] Goldberg D. E., (1995): Algorytmy genetyczne i ich zastosowania, WNT Warszawa.
[3] Michalewicz Z., (1996): Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne, WNT Warszawa.