Ćwiczenie 42

WYZNACZANIE STOSUNKU $\kappa = C_p/C_v$ DLA POWIETRZA METODĄ CLEMENTA-DESORMESA

42.1. Wiadomości ogólne

Ciepłem właściwym c nazywamy wielkość fizyczną równą liczbowo energii cieplnej potrzebnej do podniesienia temperatury jednostki masy danej substancji o jeden stopień.

Ciepłem molowym C nazywamy wielkość fizyczną równą liczbowo energii cieplnej potrzebnej do podniesienia temperatury jednego mola substancji o jeden stopień.

Zmiana temperatury gazów prowadzi do zmiany ich objętości i ciśnienia. Przy ogrzewaniu gazu pod stałym ciśnieniem następuje wzrost objętości i dostarczone ciepło powoduje nie tylko wzrost temperatury, ale zamienia się również na pracę mechaniczną wykonywaną przez rozprężający się gaz (I zasada termodynamiki). Przy ogrzewaniu gazu w stałej objętości cała energia dostarczona w postaci ciepła zmienia się w energię wewnętrzną gazu i powoduje wzrost temperatury. Zatem ciepło molowe gazu w przypadku ogrzewania pod stałym ciśnieniem (C_p) jest większe od ciepła molowego gazu w przypadku ogrzewania go przy stałej objętości (C_v). Stosunek $C_p/C_v = \kappa$ dla określonego rodzaju gazu ma stałą wartość, zależną tylko od budowy drobin gazu i nosi nazwę wykładnika adiabaty.

Kinetyczno-molekularna teoria gazów pozwala teoretycznie obliczyć wartość C_p i C_v dla różnych gazów. Ciepło molowe gazu w stałej objętości określa wzór

$$C_v = \frac{i}{2} \cdot R , \qquad (42.1)$$

gdzie: i – oznacza liczbę stopni swobody drobin gazu, czyli liczbę niezależnych parametrów określających stan drobiny,
$R = 8{,}31\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ – stała gazowa.

Ciepło molowe gazu pod stałym ciśnieniem jest większe od ciepła molowego gazu w stałej objętości o stałą gazową R, co wyraża równanie Mayera

$$C_p = C_v + R. \qquad (42.2)$$

Ze wzorów (42.1) i (42.2) otrzymujemy wartość wykładnika adiabaty

$$\kappa = \frac{i+2}{i}. \qquad (42.3)$$

Drobiny jednoatomowe mają trzy stopnie swobody więc dla gazów jednoatomowych, jak np. He i Ar

$$\kappa = \frac{5}{3} = 1{,}67.$$

Drobiny dwuatomowe mają 5 stopni swobody – zatem dla gazów dwuatomowych jak np. H_2, N_2, O_2

$$\kappa = \frac{7}{5} = 1{,}4 .$$

Dla gazów składających się z drobin wieloatomowych jak np. CO_2, CH_4, i = 6, więc

$$\kappa = \frac{4}{3} = 1{,}33 .$$

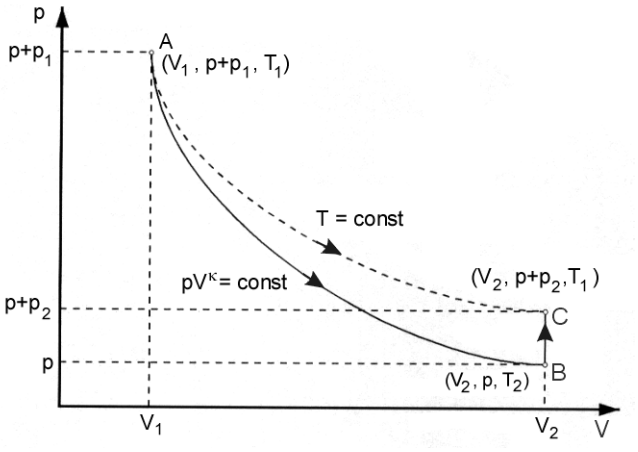
Wykładnik adiabaty κ występuje w wyrażeniu określającym prędkość fali dźwiękowej w powietrzu oraz w równaniu adiabaty

$$p_1V_1^{\kappa} = p_2V_2^{\kappa} , \qquad (42.4)$$

opisującym proces zachodzący bez wymiany ciepła z otoczeniem. Równanie to jest rozwiązaniem równania różniczkowego, ilustrującego pierwszą zasadę termodynamiki w procesie adiabatycznym ($C_v dT + pdV = 0$), i nosi nazwę równania Poissona.

Korzystanie jednak tylko z równania adiabaty w celu wyznaczenia wartości współczynnika κ związane jest z trudnościami doświadczalnymi. Łatwiejszą metodą wyznaczenia stosunku C_p/C_v jest metoda podana przez Clementa-Desormesa. Istotę tej metody wyjaśnia rys. 42.1. Przejście gazu ze stanu A do C można zrealizować dwoma sposobami:

1) drogą dwóch, następujących po sobie przemian: adiabatycznej (A→B) oraz izochorycznej (B→C), lub
2) bezpośrednio, drogą przemiany izotermicznej (A→C).



Rys. 42.1

Gaz, sprężony poprzednio do ciśnienia $(p + p_1)$, gdzie p – ciśnienie atmosferyczne, rozprężamy adiabatycznie do ciśnienia atmosferycznego p (przejście A→B), zgodnie z równaniem (42.4)

$$(p + p_1)V_1^{\kappa} = pV_2^{\kappa}, \qquad (42.5)$$

przy czym jego temperatura obniża się do wartości T_2, niższej od temperatury otoczenia T_1. Powrót temperatury gazu do temperatury otoczenia T_1 w przemianie izochorycznej (B→C) powoduje wzrost jego ciśnienia do wartości $(p + p_2)$.

Ten sam końcowy efekt można uzyskać drogą bezpośredniego, izotermicznego przejścia (A→C), opisanego prawem Boyle'a-Mariotte'a

$$(p + p_1)V_1 = (p + p_2)V_2 . \qquad (42.6)$$

Z równań (42.5) i (42.6), po wyeliminowaniu V_1/V_2, otrzymujemy

$$\left(\frac{p+p_1}{p+p_2}\right)^{\kappa} = \frac{p+p_1}{p},$$

lub

$$\left(1+\frac{p_2}{p}\right)^{\kappa} = \left(1+\frac{p_1}{p}\right)^{\kappa-1}. \qquad (42.7)$$

Rozwinięcie obu stron równania (13.7) w szereg Maclaurina z uwzględnieniem założeń: $p_1 << p$ i $p_2 << p$, prowadzi do związku

$$1+\kappa\cdot\frac{p_2}{p} = 1+(\kappa-1)\frac{p_1}{p}, \qquad (42.8)$$

skąd

$$\kappa = \frac{p_1}{p_1 - p_2}. \qquad (42.9)$$

Używając do pomiaru p_1 i p_2 manometru wodnego, dla którego: $p_1 = \rho g h_1$ i $p_2 = \rho g h_2$, otrzymamy ostatecznie wartość wykładnika adiabaty

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2}, \qquad (42.10)$$

gdzie: h_1 i h_2 – różnice poziomów słupa wody w manometrze, odpowiadające ciśnieniom p_1 i p_2.

42.2. Zadania

42.3.1. Wyznaczyć stosunek $C_p/C_v = \kappa$ dla powietrza, na podstawie przynajmniej 10–12 pomiarów h_1 i h_2.
42.3.2. Obliczyć średnią wartość κ.
42.3.3. Obliczyć niepewność pomiarów.

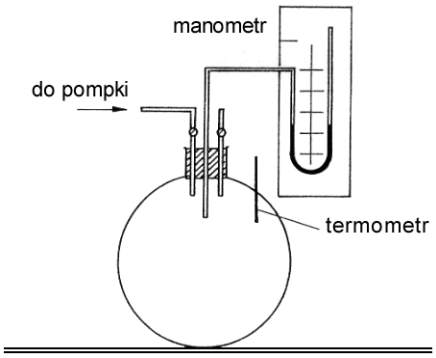
42.3. Zasada i przebieg pomiarów

Przedstawione na rys. 42.2 urządzenie do wyznaczania wartości κ składa się z 50-litrowej butli szklanej, manometru wodnego, pompki i termometru. Do wyznaczania wartości κ metodą Clementa-Desormesa wystarczą pomiary nadciśnienia w butli przed przemianą adiabatyczną (p_1) i po przemianie izochorycznej (p_2), wyrażone przez odpowiednie różnice wysokości słupka cieczy h_1 oraz h_2 w ramionach manometru cieczowego.

Przemiany gazu przeprowadzamy w sposób następujący.

1. Za pomocą pompki zwiększamy ciśnienie w butli, zamykamy korek i czekamy na wyrównanie się temperatury gazu w butli i gazu otaczającego butlę.
2. Po wyrównaniu się temperatury, odczytujemy na manometrze wodnym różnicę ciśnień h_1.
3. Otwieramy kurek i po wyrównaniu się ciśnień zamykamy go. Jeżeli czas otwarcia kurka nie jest zbyt długi, to w przybliżeniu zachodzi przemiana adiabatyczna, ponieważ szybkość wymiany ciepła z otoczeniem jest ograniczona małą przewodnością szkła. Termometr wskaże obniżenie się temperatury gazu w butli.
4. Po wyrównaniu się temperatury gazu w butli z temperaturą otoczenia, odczytujemy różnicę ciśnień h_2.

Przy powtarzaniu pomiaru za każdym razem należy ustawić taką samą wartość nadciśnienia początkowego h_1.



Rys. 42.2

42.4. Ocena niepewności pomiarów

Wyznaczamy $\overline{\kappa}$ dla powietrza jako wartość średnią z co najmniej 10 pomiarów. Niepewność pomiaru wykładnika adiabaty obliczamy jako odchylenie standardowe u(κ), metodą typu A (wzór (24) – Wstęp)

$$u(\kappa) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\kappa_i - \overline{\kappa}\right)^2}{n(n-1)}}\,, \tag{42.11}$$

gdzie: κ_i – wyniki poszczególnych pomiarów,
$\overline{\kappa}$ – obliczona wartość średnia,
n – ilość pomiarów.

Obliczamy również niepewność względną δ_κ, odniesioną do wartości średniej $\overline{\kappa}$

$$\delta_\kappa = \frac{u(\kappa)}{\overline{\kappa}}\,. \tag{42.12}$$

Literatura

[1] Jaworski B., Piński A.: Elementy fizyki, t. I. Warszawa: PWN 1977.
[2] Szczeniowski S.: Fizyka doświadczalna, cz. II. Warszawa: PWN 1976.
[3] Resnick R., Halliday D.: Fizyka, t. I. Warszawa: PWN 1983.