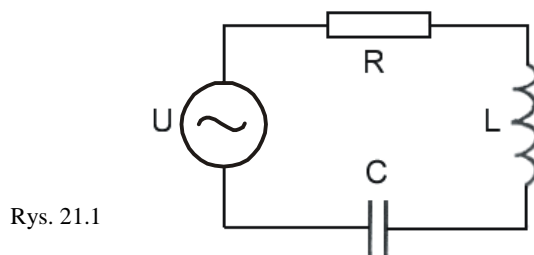


Ćwiczenie 45

BADANIE ELEKTRYCZNEGO OBWODU REZONANSOWEGO RLC

45.1. Wiadomości ogólne

Szeregowy obwód rezonansowy RLC składa się z oporu R , indukcyjności L i pojemności C połączonych szeregowo i dołączonych do źródła napięcia zmiennego $U(t)$ (rys. 45.1). Pod wpływem



przyłożonego do zacisków obwodu napięcia sinusoidalnie zmiennego

$$U(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (45.1)$$

gdzie: U_0 – amplituda napięcia zmiennego,

$\omega = 2\pi\nu$ – pulsacja,

ν – częstotliwość,

φ – faza początkowa napięcia,

w obwodzie popłynie prąd zmienny o natężeniu

$$I(t) = I_0 \sin \omega t. \quad (45.2)$$

Przepływ prądu zmiennego przez elementy obwodu spowoduje pojawienie się na nich odpowiednich napięć: napięcia na indukcyjności U_L , związanego z siłą elektromotoryczną indukcji – LdI/dt , napięcia na oporze U_R i napięcia na pojemności U_C . Zgodnie z II prawem Kirchhoffa dla obwodu szeregowego możemy napisać równanie

$$U(t) - L \frac{dI}{dt} = U_R + U_C, \quad (45.3)$$

przy czym:

1) napięcie na oporze

$$U_R = RI = RI_0 \sin \omega t = U_{0R} \sin \omega t, \quad (45.4)$$

gdzie: $U_{0R} = RI_0$ – amplituda napięcia na oporze,

oraz

$$\frac{U_R}{I} = \frac{U_{0R}}{I_0} = R, \quad (45.5)$$

a więc dla oporu liniowego R w obwodzie prądu zmiennego spełnione jest prawo Ohma zarówno dla wartości chwilowych, jak i dla amplitud natężenia i napięcia. Napięcie na oporze R jest zgodne w fazie z natężeniem prądu ($\varphi = 0$);

2) napięcie na indukcyjności

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = \omega LI_0 \cos \omega t = U_{0L} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (45.6)$$

gdzie: $U_{0L} = \omega L I_0$ – amplituda napięcia na indukcyjności,

$$\frac{U_{0L}}{I_0} = \omega L = X_L - \text{oporność indukcyjna.}$$

Napięcie na indukcyjności wyprzedza w fazie natężenie prądu o $\pi/2$ ($\varphi = \pi/2$);

3) napięcie na kondensatorze

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = -\frac{I_0}{\omega t} \cos \omega t = U_{0C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (45.7)$$

gdzie: $U_{0C} = \frac{I_0}{\omega C}$ – amplituda napięcia na kondensatorze,

oraz: $\frac{U_{0C}}{I_0} = \frac{1}{\omega C} = X_C$ – oporność pojemnościowa.

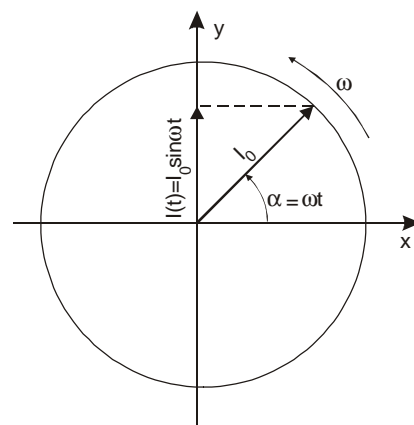
Napięcie na kondensatorze opóźnione jest w fazie za natężeniem prądu o $\pi/2$ ($\varphi = -\pi/2$).

II Prawo Kirchhoffa (45.3) dla obwodu zamkniętego przyjmuje więc postać

$$U_0 \sin(\omega t + \varphi) = R I_0 \sin \omega t + \omega L I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{I_0}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (45.8)$$

Jest to sumowanie przebiegów sinusoidalnie zmiennych o jednakowej pulsacji ω , ale o różnych amplitudach i fazach początkowych. Sumowanie to można przedstawić poglądowo metodą wykresów wektorowych, stosowaną też przy opisie ruchu harmonicznego (rys. 45.2).

Jeżeli wektor o długości równej amplitudzie rozważanego przebiegu (np. natężenie prądu I_0), obraca się wokół początku układu współrzędnych za stałą prędkością kątową ω równą pulsacji drgań, to jego rzut na oś rzędnych $I = I_0 \sin \omega t$, obrazuje zmiany wartości chwilowej tego przebiegu. Na wykresie wektorowym (rys. 21.3), wykreślonym w chwili, gdy wektor obrazujący amplitudę napięcia na oporze $U_{0R} = R I_0$ pokrywa się z osią X, wektory obrazujące amplitudy napięcia na indukcyjności $U_{0L} = \omega L I_0$ i na pojemności $U_{0C} = I_0 / \omega C$ skierowane są odpowiednio wzdłuż dodatniego ($\varphi = \pi/2$) i ujemnego ($\varphi = -\pi/2$) zwrotu osi y, a wektor wypadkowy o długości U_0 obrazuje amplitudę napięcia źródła dołączonego do obwodu (φ – przesunięcie fazowe natężenia prądu względem napięcia). Z rys. 45.3. widać, że:



Rys.45.2

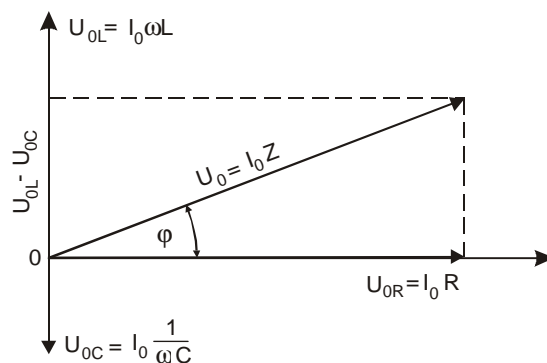
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}, \quad (45.9)$$

oraz

$$U_0^2 = R^2 I_0^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 I_0^2,$$

skąd

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (45.10)$$

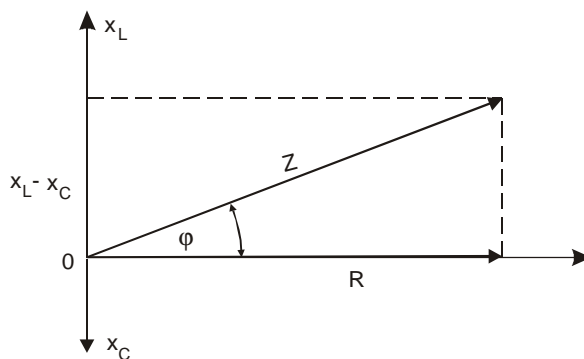


Rys. 45.3

Równanie (45.10) jest odpowiednikiem prawa Ohma dla obwodu prądu zmiennego, a wielkość

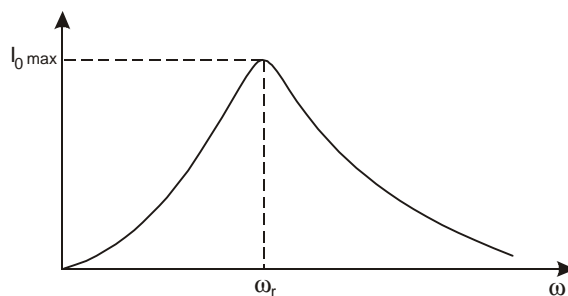
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (45.11)$$

nazywamy impedancją, zawadą lub oporem pozornym szeregowego obwodu RLC.



Rys. 45.4

Postać równania (45.11) wskazuje, że zawadę Z obwodu szeregowego można również przedstawić poglądowo w formie wykresu wektorowego (rys. 45.4).



Rys. 45.5

Z równania (45.11) wynika, że amplituda natężenia prądu I_0 zależy od pulsacji ω . Krzywą obrazującą tę zależność nazywamy krzywą rezonansową (rys. 45.5). Jak widać, natężenie prądu osiąga wartość maksymalną

$$I_{0\max} = \frac{U_0}{R}, \quad (45.12)$$

dla pulsacji rezonansowej

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (45.13)$$

spełniającej warunek

$$\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0, \quad (45.14)$$

przy którym zawada osiąga wartość minimalną

$$Z = R, \quad (45.15)$$

a natężenie prądu jest zgodne w fazie z przyłożonym napięciem ($\varphi = 0$). Stan ten nosi nazwę rezonansu napięć. W rezonansie amplituda napięcia na indukcyjności U_{0L} i na pojemności U_{0C} są sobie równe i mogą znacznie przekraczać amplitudę napięcia zasilającego U_0 (tzw. przepięcie).

Miara liczbową przepięcia

$$Q = \left(\frac{U_{0L}}{U_0} \right)_{\text{rez}} = \left(\frac{U_{0C}}{U_0} \right)_{\text{rez}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (45.16)$$

zwana również dobrocią obwodu rezonansowego, odgrywa istotną rolę w technice odbioru radiowego.

45.2. Zadania

45.2.1. Wyznaczyć krzywe rezonansowe kilku obwodów RLC.

45.2.2. Wykonać pomiary napięć na poszczególnych elementach obwodów RLC dla trzech pulsacji: $\omega_1 < \omega_r$, $\omega_2 = \omega_r$, $\omega_3 > \omega_r$. Wykonać wykresy wektorowe.

45.2.3. Obliczyć wartości oporów, indukcyjności cewek i dobroci obwodów.

45.3. Zasada i przebieg pomiarów

45.3.1. Zestawić obwód rezonansowy analogiczny do przedstawionego na rys. 45.1 i podłączyć szeregowo amperomierz. Jako źródło napięcia zmiennego $U(t)$ zastosować generator. Wykonać pomiary wartości natężenia prądu dla różnych częstotliwości generatora. Pomiary takie należy wykonać dla wszystkich obwodów RLC zestawionych w pkt. 45.2.1. Wykreślić krzywe rezonansowe i znaleźć wartości pulsacji rezonansowych poszczególnych obwodów (należy pamiętać, że $\omega = 2\pi\nu$, gdzie ν – częstotliwość).

45.3.2. W każdym obwodzie rezonansowym zmierzyć napięcia na L , C , R i na zaciskach generatora (U_L , U_C , U_R , U_g) dla trzech wartości pulsacji: $\omega_1 < \omega_r$, $\omega_2 = \omega_r$, $\omega_3 > \omega_r$. Wykonać wykresy wektorowe analogiczne do przedstawionych na rys. 45.2.

45.3.2. Obliczenie wartości oporów, indukcyjności i dobroci badanych obwodów należy przeprowadzić dla warunków rezonansu, korzystając z wzorów: (45.12), (45.13) i (45.16).

45.4. Ocena niepewności pomiarów

Względne niepewności w wyznaczeniu oporu R , indukcyjności L oraz dobroci badanych obwodów Q obliczamy metodą różniczki logarytmicznej (wzór (14) – Wstęp) w odniesieniu do wzorów: (45.12), (45.13) i (45.16):

$$\delta_R = \left| \frac{\Delta R}{R} \right| = \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| -\frac{\Delta I}{I} \right|, \quad (21.17)$$

$$\delta_L = \left| \frac{\Delta L}{L} \right| = 2 \left| -\frac{\Delta \omega}{\omega} \right| + \left| -\frac{\Delta C}{C} \right|, \quad (21.18)$$

$$\delta_Q = \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = \left| -\frac{\Delta R}{R} \right| + \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta L}{L} \right| + \frac{1}{2} \left| -\frac{\Delta C}{C} \right|. \quad (21.19)$$

Niepewności systematyczne ΔU i ΔI szacujemy na podstawie wzorów (2) lub (3) – Wstęp, w zależności od rodzaju mierników. Względne niepewności systematyczne δ_ω i δ_C we wzorze (45.18) określi prowadzący ćwiczenie.

Literatura

- [1] Halliday D., Resnick R.: Fizyka, t. II. Warszawa: PWN 1983.
- [2] Jaworski B., Piński A.: Elementy fizyki, t. II. Warszawa: PWN 1977.