Ćwiczenie 49

POMIAR ZALEŻNOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA ŚWIATŁA OD DŁUGOŚCI FALI

49.1. Wiadomości ogólne

Jeżeli wiązka światła przechodzi z jednego środowiska do drugiego, o innych właściwościach optycznych, to na granicy dwóch ośrodków część promieniowania zostaje odbita, a część przechodzi do drugiego ośrodka ze zmianą kierunku promieni (załamanie). Zjawisko załamania jest opisane przez prawo:

1. Promień padający, załamany oraz normalna do powierzchni granicznej leżą w tej samej płaszczyźnie.
2. Stosunek sinusa kąta padania α do sinusa kąta załamania β jest dla dwu danych ośrodków wielkością stałą, która nosi nazwę względnego współczynnika załamania. Względny współczynnik załamania daje się wyrazić jako stosunek prędkości światła w obu ośrodkach:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \qquad (49.1)$$

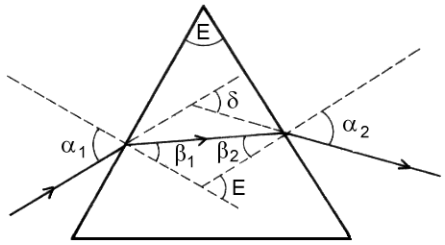
Ponieważ prędkość rozchodzenia się fali w danym ośrodku (z wyjątkiem próżni) zależy od długości fali, zatem i współczynnik załamania zależeć będzie od długości fali. Zależność prędkości rozchodzenia się fal w danym ośrodku od ich długości nazywamy dyspersją ośrodka. Wynikająca z dyspersji zależność współczynnika załamania światła n od długości fali λ ma na ogół postać złożoną. W zakresie długości fal, dla których pochłanianie światła jest niewielkie (ośrodek jest przezroczysty), zależność współczynnika załamania światła od długości fali może być opisana przybliżonym wzorem Cauchy'ego

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2}, \qquad (49.2)$$

gdzie: A i B – stałe charakterystyczne dla danego ośrodka.

Jeżeli współczynnik załamania światła w ośrodku maleje ze wzrostem długości fali, to dyspersję nazywamy dyspersją normalną, natomiast jeżeli rośnie, to dyspersję nazywamy dyspersją anomalną,

Światło białe, będące mieszaniną barw, przechodząc przez pryzmat, dzięki dyspersji ulega rozszczepieniu na poszczególne barwy, różniące się między sobą długością fali, a więc współczynnikiem załamania światła w ośrodku, z którego zbudowany jest pryzmat. Pozwala to na zbadanie zależności współczynnika załamania światła n w danym ośrodku od długości fali λ.



Rys. 49.1

Po przejściu przez pryzmat (rys. 49.1) o kącie łamiącym E, promień ulega odchyleniu od kierunku padania o kąt δ

$$\delta = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2, \qquad (49.3)$$

$$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2),$$

$$E = \beta_1 + \beta_2, \qquad (49.4)$$

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - E. \qquad (49.5)$$

Wartość kąta odchylenia osiąga minimum, gdy promień przechodzi przez pryzmat symetrycznie, tj. gdy w pryzmacie biegnie prostopadle do dwusiecznej kąta łamiącego. Wówczas, dla $\delta = \delta_{min}$, zachodzą relacje:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta,$$

stąd

$$\alpha = \frac{(\delta_{min} + E)}{2}; \quad \beta = \frac{E}{2}. \qquad (49.6)$$

Podstawiając (49.6) do (49.1) oraz przyjmując $n_1 = 1$ i $n_2 = n$, możemy napisać:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\frac{\delta_{min} + E}{2}}{\sin\frac{E}{2}} . \qquad (49.7)$$

Mierząc kąt łamiący pryzmatu oraz kąt minimalnego odchylenia można wyznaczyć współczynnik załamania światła w substancji, z której wykonany jest pryzmat.

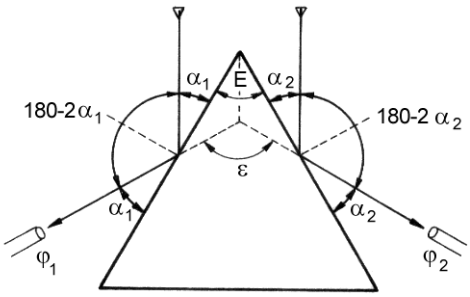
49.2. Zadania

49.2.1. Wyznaczyć kąt łamiący pryzmatu (pomiar wykonać pięciokrotnie).
49.2.2. Wyznaczyć współczynnik załamania światła w zależności od długości fali (λ).
49.2.3. Wyznaczyć niepewność pomiarów.
49.2.4. Sporządzić wykres zależności $n^2 = f(1/\lambda^2)$. Na wykresie zaznaczyć niepewności pomiarów $\Delta(n^2) = 2n\,\Delta n$ (Δn wyznaczone ze wzoru (49.15)).
49.2.5. Sprawdzić, czy dyspersja ośrodka, z którego wykonany jest pryzmat, może być opisana wzorem Cauchy'ego (49.2) w całym zakresie stosowanych w ćwiczeniu długości fal światła oraz czy jest to dyspersja normalna, czy anomalna.
49.2.6. Wyznaczyć na podstawie sporządzonego wykresu wartości stałych A i B dla materiału, z którego zbudowany jest pryzmat.

49.3. Zasada i przebieg pomiarów

49.3.1. Wyznaczanie kąta łamiącego pryzmatu E

Ustawiamy pryzmat krawędzią łamiącą w kierunku oświetlonej szczeliny kolimatora. Znajdujemy obrazy szczeliny utworzone przez wiązkę odbitą od ścian tworzących krawędź łamiącą.



Rys. 49.2

Odczytujemy na skali kątowej położenie lunety φ_1 i φ_2 (rys. 49.2):

$$E = \alpha_1 + \alpha_2 , \qquad (49.8)$$

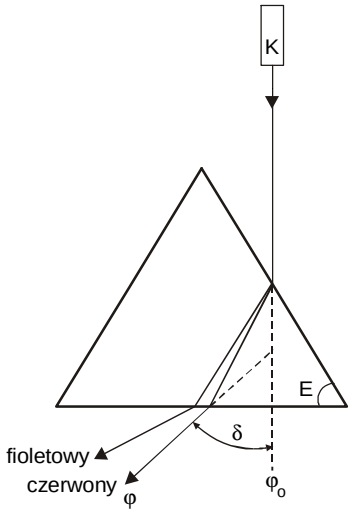
$$\varepsilon = 360 - (180 - 2\alpha_1 + 180 - 2\alpha_2) = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 2E , \qquad (49.9)$$

$$\varepsilon = |\varphi_1 - \varphi_2| , \qquad (49.10)$$

$$E = \frac{|\varphi_1 - \varphi_2|}{2} . \qquad (49.11)$$

49.3.2. Wyznaczanie współczynnika załamania światła metodą minimalnego odchylenia

Ustawiamy lunetę bezpośrednio na szczelinę kolimatora K (bez pryzmatu) i odczytujemy kąt położenia lunety φ_0. Ustawiając następnie pryzmat w stosunku do osi kolimatora, jak pokazano na rys. 49.3, otrzymamy rozszczepienie światła na barwne prążki. Obracając powoli stolikiem wraz z pryzmatem wokół jego osi pionowej, zauważymy przesuwanie się widma w polu widzenia lunety w kierunku kolimatora. W pewnym położeniu lunety widmo zatrzymuje się i zawraca, mimo że kierunek obrotu stolika pozostaje niezmienny – jest to położenie minimalnego odchylenia. Zamocowujemy stolik w tym położeniu i odczytujemy kąt położenia lunety φ dla poszczególnych prążków. Obliczamy kąt najmniejszego odchylenia $\delta_{min} = |\varphi - \varphi_0|$ i znając kąt łamiący pryzmatu E, wyznaczamy współczynniki załamania światła w materiale pryzmatu dla podanych długości fal światła ze wzoru (49.7). Pomiary wykonujemy dla długości fal odpowiadających następującym prążkom:



Rys. 49.3

— fioletowy	0,45 μm	żółty	0,59 μm,
— niebieski	0,47 μm	pomarańczowy	0,61 μm,
— jasnoniebieski	0,50 μm	czerwony	0,63 μm,
— zielony	0,53 μm .		

W celu sprawdzenia, czy dyspersja ośrodka, z którego wykonany jest pryzmat, może być opisana wzorem Cauchy'ego, sprowadzamy wzór (49.2) do postaci liniowej przez podstawienie: $y = n^2$, $x = 1/\lambda^2$, $a = B$, $b = A$:

$$y = ax + b\,, \qquad (49.12)$$

a następnie, stosując metodę najmniejszych kwadratów (Wstęp, wzór (38)), wyznaczamy wartości stałych A oraz B.

49.4. Ocena niepewności pomiarów

Niepewność standardową złożoną $u_C(E)$ pomiaru kąta łamiącego obliczamy jako sumę geometryczną różniczek cząstkowych (wzór (28) – Wstęp) w odniesieniu do wzoru (49.11). Obliczenia prowadzą do zależności

$$u_C(E) = \frac{1}{2}\sqrt{(u(\overline{\varphi}_1))^2 + (u(\overline{\varphi}_2))^2}\,, \qquad (49.13)$$

gdzie:

$$u(\varphi_{(1,2)}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\varphi_{i(1,2)} - \overline{\varphi}_{(1,2)}\right]^2}{n(n-1)}} \qquad (49.14)$$

jest niepewnością standardową w pomiarze kątów φ_1 i φ_2 (wzór 24 – Wstęp),
n – liczba pomiarów.

Niepewność pomiaru współczynnika załamania obliczamy metodą różniczki zupełnej jako bezwzględną, maksymalną niepewność złożoną (wzór (9) – Wstęp)

$$\Delta n = \frac{1}{2}\left|\frac{\cos\frac{\delta_{min} + E}{2}}{\sin\frac{E}{2}}\right|\Delta\delta + \frac{1}{2}\left|\frac{\sin\frac{\delta_{min}}{2}}{\sin^2\frac{E}{2}}\right|\Delta E\,, \qquad (49.15)$$

gdzie: $\Delta\delta = \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi$ – jest niepewnością pomiaru kąta odchylenia (oszacować w czasie pomiarów z szerokości linii widmowej),

$\Delta\varphi_0 \approx \Delta\varphi$; $\Delta\delta \approx 2\Delta\varphi$ (wyrazić w radianach),

$\Delta E \approx u_C(E)$ – wyrazić w radianach.

Uwaga! Przed przystąpieniem do ćwiczenia zapoznać się z budową spektrometru.

Literatura

[1] Halliday D., Resnick R.: Fizyka, t. II. Warszawa: PWN 183.

[2] Szczeniowski S.: Fizyka doświadczalna, cz. IV. Warszawa: PWN 1983.