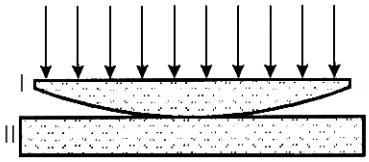
Ćwiczenie 53

WYZNACZANIE PROMIENIA KRZYWIZNY SOCZEWKI ZA POMOCĄ PIERŚCIENI NEWTONA

53.1. Wiadomości ogólne

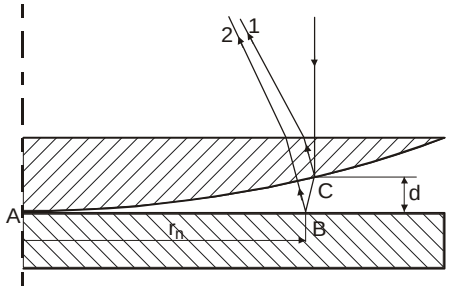
Klasycznym doświadczeniem wykorzystującym interferencję światła jest obserwacja tzw. pierścieni Newtona. Soczewka płasko-wypukła o dużym promieniu krzywizny pozwala uzyskać warstwę powietrza o stopniowo rosnącej grubości od środka ku brzegom (rys. 53.1). Jeżeli płaską powierzchnię soczewki oświetlimy prostopadle wiązką światła monochromatycznego, to w świetle odbitym ujrzymy wielką liczbę współśrodkowych pierścieni, na przemian jasnych i ciemnych, o środku ciemnym w miejscu zetknięcia się obu powierzchni – są to tzw. prążki interferencyjne jednakowej grubości. Pierścienie te powstają jako wynik interferencji promieni odbitych od powierzchni sferycznej soczewki I i powierzchni płaskiej II (rys. 53.1). Z uwagi na duży promień krzywizny soczewki i bardzo małą grubość warstwy powietrza d (rzędu długości fali światła), promienie odbite (1) i (2) oraz promień padający są do siebie praktycznie równoległe. W przypadku powstania pierścienia ciemnego (minimum interferencyjne) różnica dróg optycznych takich dwóch promieni musi wynosić



Rys. 53.1

$$\Delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}\,. \tag{53.1}$$

Przypuśćmy, że pewien pierścień ciemny powstaje w punkcie B (rys. 53.2). Punkt A jest środkiem pierścieni. Różnica dróg między promieniem 1 i 2 występuje dlatego, że promień odbity od powierzchni II przebywa drogę dłuższą o 2d niż promień odbity od powierzchni I. Ponieważ promień odbity od powierzchni II zmienia swą fazę drgań (następuje odbicie fali od środowiska optycznie gęstszego, czemu towarzyszy zmiana fazy o 180° – ta zmiana odpowiada różnicy czasu równej połowie okresu lub różnicy dróg, równej połowie długości fali), przeto powstaje sytuacja taka, jak gdyby promień świetlny odbity w B przebył drogę dłuższą o



$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}\ , \qquad (53.2)$$

Rys. 53.2

w stosunku do promienia odbitego w punkcie C. Porównując równania (53.1) i (53.2), otrzymujemy zależność

$$d = n\frac{\lambda}{2}\ . \qquad (53.3)$$

Rozpatrzmy trójkąt ADC (rys. 53.3). Ze znanego twierdzenia geometrycznego wynika równość

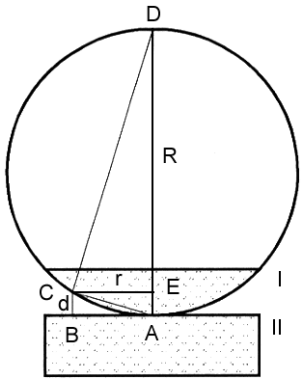
$$(EC)^2 = EA \cdot ED\ , \qquad (53.4)$$

czyli

$$r^2 = d \cdot (2R - d)\ . \qquad (53.5)$$

Odrzucając d w nawiasie jako małe w porównaniu z 2R (d << 2R), otrzymujemy

$$r^2 = 2d \cdot R\ , \qquad (53.6)$$



Rys. 53.3

gdzie: R – jest promieniem krzywizny soczewki,
r – promieniem pierścienia ciemnego.

Z równania (53.6) otrzymujemy

$$d = \frac{r^2}{2R}\ . \qquad (53.7)$$

Podstawiając do równania (53.7) równanie (53.3), otrzymujemy

$$\frac{n\lambda}{2} = \frac{r^2}{2R}\ , \qquad (53.8)$$

a więc

$$r_n^2 = R \cdot \lambda \cdot n\ , \qquad (53.9)$$

gdzie: n = 1, 2, 3, ..., k – kolejne, ciemne prążki interferencyjne.

Podstawiając w równaniu (53.9) $y = r_n^2$ oraz n = x, przekształcamy to wyrażenie w równanie liniowe

$$y = ax + b\ , \qquad (53.10)$$

gdzie: $a = R \cdot \lambda$,
b – powinno być równe 0.

Metodą najmniejszych kwadratów (Wstęp, wzór (38)) wyznaczamy parametry prostej a i b.

$$a = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}\ ; \quad b = \overline{y} - a\overline{x}\ , \qquad (53.11)$$

gdzie:

$$\overline{xy} = \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} n r_n^2 ,$$

$$\overline{x} = \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} n ; \quad \overline{y} = \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} r_n^2 ,$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} n^2 ,$$

k – liczba punktów pomiarowych.

Znając długość fali światła λ, możemy wyznaczyć promień krzywizny soczewki ze wzoru

$$R = \frac{a}{\lambda} \cdot \tag{53.12}$$

53.2. Zadania

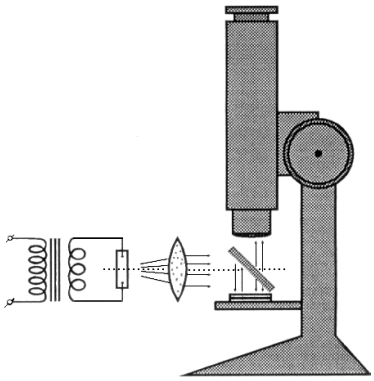
53.2.1. Zmierzyć promienie kilkunastu pierścieni i sporządzić wykres $r_n^2 = f(n)$. Znaleźć parametry a i b prostej (wzór 53.11).

53.2.2. Wyznaczyć promień krzywizny soczewki z wzoru (53.12).

53.2.3. Skomentować fakt, że prosta nie przechodzi przez początek układu współrzędnych.

53.3. Zasada i przebieg pomiaru

Zestaw pomiarowy składa się z źródła światła o znanej długości fali λ, mikroskopu optycznego zawierającego płytkę płaskorównoległą i soczewkę o dużym promieniu krzywizny (rys. 53.4). Po włączeniu źródła światła należy skierować światło do okienka znajdującego się z boku mikroskopu. Następnie przesuwamy stolik mikroskopu za pomocą mikrometru wzdłuż średnicy pierścieni, aby środek krzyża znalazł się na wybranym pierścieniu. Z przesuwu mikrometru odczytujemy długość promienia pierścienia.



Rys. 53.4

53.4. Ocena niepewności pomiarów

Niepewność pomiaru promienia krzywizny soczewki wyznaczamy metodą najmniejszych kwadratów (Wstęp, wzór (39))

$$u(a) = \sqrt{\frac{1}{k-2} \cdot \left(\frac{\overline{y^2} - a\overline{xy} - b\overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2} \right)}, \tag{53.13}$$

gdzie: $\overline{y^2} = \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{k} r_n^4$, pozostałe oznaczenie jak w (53.11),

a następnie obliczamy niepewność względną δR:

$$\delta R = \left| \frac{\Delta R}{R} \right| = \left| \frac{u(a)}{a} \right|. \tag{53.14}$$

Bezwzględną niepewność systematyczną w wyznaczaniu promienia krzywizny soczewki obliczamy z wyrażenia

$$\Delta R = \delta_R R .$$

Nanoszone na wykresie $r_n^2 = f(n)$ niepewności $\Delta(r_n)^2$ wyznaczamy z zależności

$$\Delta(r_n)^2 = 2 r_n \Delta r_n , \tag{53.15}$$

gdzie: Δr_n – niepewność pomiaru promienia r_n prążka interferencyjnego, oceniona w czasie wykonywania pomiarów jako maksymalna niepewność systematyczna (wzór (3) – Wstęp).

Literatura

[1] Halliday D., Resnick R.: Fizyka, t. II. Warszawa: PWN 1983.
[2] Szczeniowski S.: Fizyka doświadczalna, cz. IV. Warszawa: PWN 1983.
[3] Jaworski B., Piński A.: Elementy fizyki, t. II. Warszawa: PWN 1977.