Ćwiczenie 57

WYZNACZANIE CZASU ZDERZENIA DWÓCH CIAŁ SPRĘŻYSTYCH

57.1. Wiadomości ogólne

Zderzenie dwóch ciał nazywamy sprężystym, jeżeli podczas zderzenia całkowita energia mechaniczna tych ciał nie ulega zmianie. Czas, podczas którego ciała pozostają w kontakcie, nazywamy czasem zderzenia. W czasie zderzenia następuje odkształcenie ciał, a ruch środków mas tych ciał jest ruchem zmiennym. Z pewnym przybliżeniem można założyć, że siła F oddziaływania między ciałami zależy liniowo od względnego przemieszczenia środków mas x. Takie uproszczenie pozwala na obliczenie maksymalnego zbliżenia x_m oraz maksymalnej siły działającej w układzie F_m. Ponieważ

$$F=-kx=\mu\frac{d^2x}{dt^2} \quad oraz \quad \mu=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\ , \tag{57.1}$$

to

$$x_m=\frac{\tau V_m}{\pi} \tag{57.2}$$

i

$$F_m=\frac{\pi V_m \mu}{\tau}\ , \tag{57.3}$$

gdzie: V_m – względna prędkość ciał przed zderzeniem,
τ – czas zderzenia,
μ – masa zredukowana dwu ciał o masach m_1 i m_2.

W przypadku, gdy jedno z ciał posiada dużo większą masę (np. zderzenie ze ścianą, z masywną szyną …), masa zredukowana jest masą ciała uderzającego.

Należy podkreślić, że parametry zderzenia x_m i F_m są wartościami przybliżonymi, gdyż rzeczywisty przebieg zderzenia ciał jest bardziej złożony. W czasie zderzenia odkształcenia powstające na styku ciał przemieszczają się w całej objętości ze skończoną prędkością, a ich wielkość zależy w istotny sposób od kształtu i własności sprężystych materiału zderzających się ciał.

57.2. Zadania

57.2.1. Wyznaczyć czas zderzenia kul o różnych masach i prędkościach z szyną (np. dwie kule stalowe o różnych masach, przy czym jedna z nich dodatkowo zmierzona przy innej prędkości). Rodzaje kul, ich energie (wysokość punktu startu) i wartość opornika R określa prowadzący ćwiczenie.

Wszystkie pomiary napięcia na kondensatorze po zderzeniu powtórzyć kilkukrotnie.

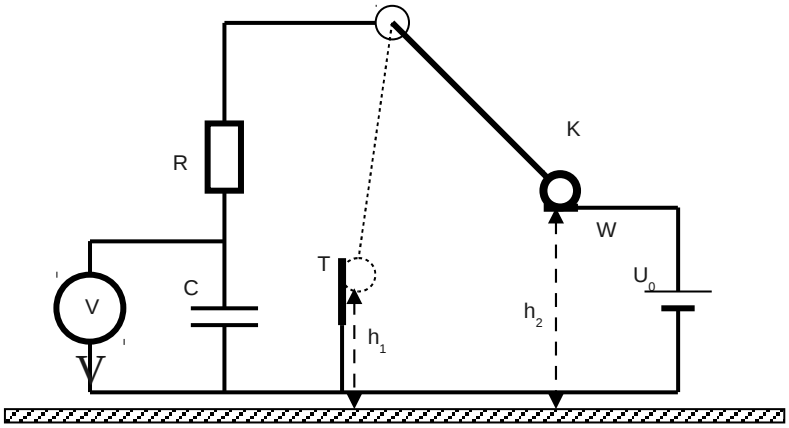
57.2.1. Oszacować parametry zderzenia x_m i F_m.
57.2.3. Zastanowić się, czy są przesłanki, by przeprowadzić analizę wpływu prędkości i rodzaju materiału na czas zderzenia. Porównać wartości F_m z ciężarem kul.
57.2.4. Zakładając, że siła opóźniająca samochód w czasie zderzenia z drzewem **jest stała**, oszacować przyspieszenie działające na kierowcę oraz czas zderzenia samochodu. Dane: prędkość samochodu tuż przed zderzeniem V_0 = 72 km/h, masa kierowcy m = 100 kg, droga przebyta w przez samochód w czasie zderzenia s = 1 m.

57.3. Zasada i przebieg pomiaru

Do pomiaru czasu zderzenia metalowych ciał można wykorzystać zjawisko powstania między nimi kontaktu elektrycznego. Dobrą metodą jest zastosowanie układu kondensatora C, naładowanego do napięcia U_0 i rozładowywanego w czasie zderzenia przez opornik R. Podczas rozładowania, napięcie maleje wykładniczo z szybkością zależną od stałej czasowej RC

$$U(t)=U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \tag{57.4}$$

gdzie: U_0 – napięcie w chwili początkowej (t = 0),
U(t) – napięcie po czasie t,
R – oporność obwodu,
C – pojemność obwodu.



Rys. 57.1

Schemat zastosowanego układu przedstawia rysunek 57.1. Kula K w początkowej chwili spoczywa na wsporniku W zamykając obwód ładowania kondensatora. Kondensator C ładuje się do napięcia zasilania U_0. Uwolniona kula zderza się z tarczą T. W czasie zderzenia kondensator C jest zwierany poprzez opornik R i częściowo się rozładowuje. Pomiar polega na zmierzeniu za pomocą woltomierza V napięcia U_0 naładowanego kondensatora, a następnie napięcia U_τ na kondensatorze tuż po zderzeniu. Wtedy czas zderzenia wynosi

$$\tau = RC \ln \frac{U_0}{U_\tau} \ . \qquad (57.5)$$

Uwaga. Wszystkie pomiary należy wykonać przy tym samym napięciu zasilania U_0.

Prędkość zderzenia należy wyznaczyć na podstawie pomiarów wysokości h_1 i h_2, wykorzystując zasadę zachowania energii

$$mg(h_2 - h_1) = \frac{mV^2}{2}, \ \ czyli \ \ V = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} \ . \qquad (57.6)$$

57.4. Analiza niepewności pomiaru

Do obliczenia wartości czasu zderzenia potrzebne są wartości U_0, U_τ, R i C (wzór 1.5), dlatego w pierwszym rzędzie należy ocenić niepewności standardowe pomiaru tych wartości.

Ponieważ wartość napięcia U_0 jest stała, wnioskujemy, że $\Delta_e U_0$ oraz S_{U_0} są równe zero. Wtedy niepewność standardowa napięcia U_0 wynosi

$$S_{U_0} = \frac{\Delta_d U}{\sqrt{3}} \ , \qquad (57.7)$$

gdzie: $\Delta_d U_0 = \Delta_d U$ – najmniejsza działka na skali miernika.

Niepewność standardowa kilkukrotnie mierzonego napięcia U_τ wynosi

$$S_{U_\tau} = \sqrt{\frac{(\Delta_d U)^2}{3} + S^2_{\overline{U}_\tau}} \ , \qquad (57.8)$$

gdzie: $\overline{U}_\tau$ – wartość średnia U_τ,

$S_{\overline{U}_\tau}$ – odchylenie standardowe napięcia średniego $\overline{U}_\tau$, natomiast $\Delta_d U_\tau = \Delta_d U$.

Niepewność standardową oporu R określamy jako

$$S_R = \sqrt{\frac{(\Delta_d R)^2}{3} + \frac{(\Delta_e R)^2}{3}} \ , \qquad (57.9)$$

gdzie na podstawie danych producenta $\Delta_d R = 0{,}01 \cdot R$, natomiast $\Delta_e R = 1\ \Omega$ (oporność doprowadzających kabli i styku kula-szyna).

Na podstawie danych producenta niepewność standardową pojemności C = 7,04 μF określono jako $S_C = 0{,}02\ \mu F$.

Niepewność standardową czasu zderzenia τ na podstawie wzoru (6) można obliczyć jako

$$S_\tau = \sqrt{\left(\frac{\tau}{R} S_R\right)^2 + \left(\frac{\tau}{C} S_C\right)^2 + \left(\frac{RC}{U_0} S_{U_0}\right)^2 + \left(\frac{RC}{\overline{U}_\tau} S_{\overline{U}_\tau}\right)^2} \ . \qquad (5710)$$

W analizie prędkości zderzenia nie uwzględniono strat energii na pokonanie sił tarcia. Nieznane i trudne do oszacowania tarcie, występujące w czasie ruchu układu, może mieć znaczący wpływ na wynik, dlatego obliczona ze wzoru (1.6) prędkość V jest tylko jej oszacowaniem. Również wartości x_m i F_m są tylko oszacowaniem, z bliżej nieokreślonymi przybliżeniami, dlatego analizy niepewności nie należy przeprowadzać.

Zalecana literatura

[1] Szczeniowski Sz.: Fizyka doświadczalna, cz.I-cz.V. Warszawa: PWN 1972-1983.
[2] Resnick R., Halliday D.: Fizyka 1. I. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 1994.
[3] Halliday D., Resnick R.: Fizyka 1. II. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 1994.
[4] Sawieliew I. W.: Wykłady z fizyki 1.1-1.3. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 1998.