

Marek Galewski, dr hab., prof. PŁ
Zakład Modelowania Matematycznego
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej
Wólczańska 215, 90-924 Łódź

POLITECHNIKA GDAŃSKA WYDZIAŁ FIZYKI TECHNICZNEJ I MATEMATYKI STOSOWANEJ	
Wpłynęło dnia	13. 4. 2019
L. dz.	F4/WFT;MS/ISN/2019
Zał.	—

Opinia o poprawionej wersji rozprawy doktorskiej

"Istnienie i regularność heteroklinicznych rozwiązań równania Allena-Cahna z anizotropowym operatorem eliptycznym"

Pana mgra Karola Wrońskiego

Poprawiona rozprawa doktorska, podobnie jak pierwotna wersja, składa się z trzech rozdziałów: wstępnego zawierającego wyniki pomocnicze (w tym również własne a nie jedynie cytowane), rozdziału opisującego regularność słabych rozwiązań ogólnych równań eliptycznych typu anizotropowego oraz rozdziału dotyczącego rozwiązalności i regularności rozwiązań heteroklinicznych dla zagadnienia Alena-Cahna (z nieliniowością ogólniejszego typu niż opisywane w literaturze) oraz anizotropowym operatorem typu eliptycznego. Rozprawę kończy Podsumowanie opisujące możliwe do uzyskaniu, w oparciu o wyniki rozprawy, dalsze rezultaty i stanowiące zarys dalszego programu badawczego.

W poprzedniej wersji rozprawy Autor nie ustrzegł się pewnych uchybień, opisanych dokładnie w pierwszej mojej recenzji. Były to zarówno błędy drukarskie, pewne nieprecyzyjne sformułowania, jak i zbyt niedokładnie prowadzone rozumowania dowodowe. Autor prawidłowo odniósł się do wszystkich podniesionych uwag poprawiając błędy drukarskie, dodając wymagane przykłady i objaśnienia oraz rozszerzając tekst w taki sposób, by był on przystępniejszy w czytaniu. Nie będę zatem opisywał szczegółowo wprowadzonych zmian, gdyż nie uległy zmianie ani techniki dowodowe, ani główne wyniki pracy jak i jej zasadnicza zawartość. Rozszerzone uwagi wstępne pozwalają na właściwe umiejscowienie rozprawy w obecnie istniejącej literaturze. Dodatkowo rozprawę uzupełniono o jeden techniczny lemat, jak i jeden z lematów o pewną zależność potrzebną dalej w dowodzie głównego wyniku. Najwięcej zmian wprowadzono w rozdziale wstępnym, który był

w mojej opinii napisany najmniej starannie. Zawiera on istotne narzędzia badawcze, również dotyczące ilorazów różnicowych, umożliwiające zrozumienie dalszej części rozprawy. Obecna redakcja jak i zawartość tego rozdziału są satysfakcjonujące.

W mojej opinii głównymi wynikami rozprawy są:

- regularności rozwiązań równań typu anizotropowego (Twierdzenie 2.1. - oraz technika badania regularności rozwiązania słabego dokładnie analizowana w dowodzie);
- istnienie i regularność rozwiązań heteroklinicznych zagadnienia Allena-Cahna zawierającego również operator typu anizotropowego (Twierdzenie 3.1. , Twierdzenie 3.4- oraz technika badania istnienia rozwiązania słabego wraz z nakreśloną w Podsumowaniu planowaną kontynuacją badań).

W napisaniu rozprawy Autor bazował na istniejących źródłach przenosząc techniki badawcze już znane, ale takie przeniesienie nie jest ani trywialne ani bezpośrednie i wymaga umiejętnego stosowania aparatu analizy funkcjonalnej. Jest to konsekwencja tego, iż Autor bada problemy anizotropowe. W przypadku anizotropowym pojawiają się rozmaite dodatkowe trudności techniczne wynikające np. z własności anizotropowych funkcji wypukłych. W celu uzyskania wyniku dotyczącego regularności rozwiązań Autor dokonuje wielu żmudnych i precyzyjnych oszacowań funkcjonalów całkowitych (rozwiązania definiowane są wyjściowo w postaci słabej). Widać to zwłaszcza w dowodzie twierdzenia 2.1. Uzyskanie twierdzenia 3.1. wymagało dodatkowo zastosowania aparatu klasycznych metod wariacyjnych. Uzyskane wyniki dotyczące regularności Autor stosuje do równania Allena-Cahna jako ilustracji, ale należy podkreślić iż są one znacznie ogólniejsze i mogą być zastosowane również do innego typu zagadnień wariacyjnych co Autor pośrednio sugeruje w podsumowaniu.

Konkluzja: Nie mam wątpliwości, iż Pan Wroński jest dojrzałym matematykiem i przedstawiona rozprawa doktorska w obecnej postaci spełnia wymagania *zwyczajowe i ustawowe* w dyscyplinie *matematyka*. Stąd wnoszę o **dopuszczenie** Doktoranta do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Łódź, 7.11.2019

Marek Golewski