Streszczenie rozprawy doktorskiej

Elektryczne i magnetyczne statyczne podatności multipolowe jednoelektronowego atomu Diraca w stanie podstawowym

Grzegorz Łukasik

Promotor: prof. dr hab. Radosław Szmytkowski

Zespół Fizyki Atomowej i Optycznej
Katedra Fizyki Atomowej, Molekularnej i Optycznej
Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej
Politechnika Gdańska

Gdańsk, kwiecień 2017

W rozprawie doktorskiej poddano analizie relatywistyczny atomu jednoelektronowy w stanie podstawowym, z nieruchomym, punktowym i bezspinowym jadrem o ładunku $+Ze$. Opisano oddziaływanie atomu z zewnętrznymi statycznymi multipolowymi polami elektrycznymi i magnetycznymi. W tym celu wykorzystano stacjonarny rachunek zaburzeń wraz z rozwinięciem sturmowskim uogólnionej funkcji Greena–Diraca–Coulomba [R. Szmytkowski, J. Phys. B 30 (1997) 825; errata 30 (1997) 2747]. Pozwoliło to na wyprowadzenie analitycznych formuł dla odpowiednich podatności multipolowych. Dla każdej z nich dokonano przejścia do granicy kwazirelatywistycznej [uwzględniającej poprawki relatywistyczne z dokładnością do $(\alpha Z)^2$] i nierelatywistycznej. Uzyskane wyrażenia wykreślono w funkcji liczby atomowej Z, porównując je z formułami czysto relatywistycznymi. Większość tabel zawartych w rozprawie przedstawia wartości poszczególnych podatności multipolowych dla wybranych Z.

Rozprawa składa się z piętnastu rozdziałów, pięciu uzupełnień i bibliografii. Wyróżniono w niej cztery zasadnicze części. Pierwszą z nich poprzedza wstęp zawierający przegląd literatury bezpośrednio związanej z omawianymi problemami fizycznymi. W części I, w rozdziale 2 następuje przedstawienie rozwinięć multipolowych dla pól elektrycznych i magnetycznych (zarówno w obszarze pól bliskich, jak i pól dalekich). Pozwoliło to na wprowadzenie definicji uogólnionych multipolowych momentów elektrycznych, magnetycznych i toroidalnych. W rozdziale 3 omówiono podstawowe zagadnienia dotyczące izolowanego atomu wodoropodobnego.

Po rozdziale tym następuje część II rozprawy, omawiająca oddziaływanie jednoelektronowego atomu Diraca ze słabym statycznym multipolowym polem elektrycznym o potencjale skalarnym

$$\varphi_L^{(1)}(\boldsymbol{r}) = -\sqrt{\frac{4\pi}{2L+1}}\, r^L \sum_{M=-L}^{L} \mathcal{C}_{LM}^{(1)*} Y_{LM}(\boldsymbol{n}_r) \qquad (L \geqslant 1), \tag{1}$$

gdzie współczynniki $\mathcal{C}_{LM}^{(1)}$ określają wielkość i rozkład kątowy pola zaburzającego, a $Y_{LM}(\boldsymbol{n}_r)$ są odpowiednimi harmonikami sferycznymi. W rozdziale 4, w oparciu o stacjonarny rachunek zaburzeń wyznaczono poprawki do energii do drugiego rzędu włącznie, uzyskując odpowiednio

$$E^{(1)} = 0 \tag{2}$$

oraz

$$E^{(2)} = -\frac{1}{2}(4\pi\epsilon_0)\alpha_L \mathbf{C}_L^{(1)} \cdot \mathbf{C}_L^{(1)}, \tag{3}$$

gdzie α_L jest statyczną multipolową polaryzowalnością. Widzimy, że ani w pierwszym ani w drugim rzędzie rachunku zaburzeń multipolowe pole elektryczne nie znosi degeneracji poziomu podstawowego atomu. W rozdziale 5 pokazano, że w rozważanym atomie wyindukują się uogólnione multipolowe momenty elektryczne o multipolowości pola zaburzającego (1), tj.

$$\mathbf{Q}_L^{p(1)} = (4\pi\epsilon_0)\alpha_{\mathrm{E}L\to\mathrm{E}L}^{p} \mathbf{C}_L^{(1)} \qquad (p = L, -L-1). \tag{4}$$

Dla pól dalekich ($p = L$) uzyskano multipolową polaryzowalność $\alpha_{\mathrm{E}L\to\mathrm{E}L}^{L} \equiv \alpha_L$ daną wyrażeniem

$$\begin{aligned}
\alpha_L \;=\; & \frac{a_0^{2L+1}}{Z^{2L+2}} \frac{\Gamma(2\gamma_1+2L+2)}{2^{2L}L(L+1)(2L+1)\Gamma(2\gamma_1+1)} \\
& \times \left\{ 1 + \frac{L^2(L+1)^2(\gamma_1+1)^2\Gamma^2(\gamma_L+\gamma_1+L+1)}{(2L+1)(\gamma_L-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_1+2L+2)\Gamma(2\gamma_L+1)} \right. \\
& \qquad \times {}_3F_2\left(\begin{array}{c} \gamma_L-\gamma_1-L,\ \gamma_L-\gamma_1-L,\ \gamma_L-\gamma_1+1 \\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ 2\gamma_L+1 \end{array} ;1 \right) \\
& \quad - \frac{(L+1)^2(L\gamma_1-L-1)^2\Gamma^2(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+1)}{(2L+1)(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_1+2L+2)\Gamma(2\gamma_{L+1}+1)} \\
& \qquad \left. \times {}_3F_2\left(\begin{array}{c} \gamma_{L+1}-\gamma_1-L,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+1 \\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ 2\gamma_{L+1}+1 \end{array} ;1 \right) \right\},
\end{aligned} \tag{5}$$

gdzie $\Gamma(z)$ jest funkcją gamma Eulera, natomiast widoczne powyżej funkcje ${}_3F_2(1)$ są uogólnionymi funkcjami hipergeometrycznymi z jednostkowym argumentem. W przypadku pól bliskich ($p = -L-1$) mamy do czynienia z multipolową stałą ekranowania elektrycznego

$$\begin{aligned}
\alpha_{\mathrm{E}L\to\mathrm{E}L}^{-L-1} &= \frac{2}{ZL(L+1)(2L+1)}\left\{1+\frac{L^2(L+1)(\gamma_1+1)[\gamma_1(L+1)-L]}{(2L+1)(\gamma_L-\gamma_1+1)(\gamma_L+\gamma_1-L)}\right. \\
&\quad\times {}_3F_2\left(\begin{matrix}-L+1,\ 1,\ \gamma_L-\gamma_1-L\\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ \gamma_L+\gamma_1-L+1\end{matrix};1\right) \\
&\quad-\frac{L(L+1)^2(\gamma_1+1)(L\gamma_1-L-1)}{(2L+1)(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)(\gamma_{L+1}+\gamma_1-L)} \\
&\quad\left.\times {}_3F_2\left(\begin{matrix}-L+1,\ 1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L\\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ \gamma_{L+1}+\gamma_1-L+1\end{matrix};1\right)\right\} \\
&\qquad\left(Z<\begin{cases}\alpha^{-1} & \text{dla } L=1\\ \alpha^{-1}\dfrac{\sqrt{4L^2-1}}{2L} & \text{dla } L\geqslant 2\end{cases}\right).
\end{aligned} \tag{6}$$

W rozdziale 6 dowiedziono, że pole (1) indukuje również uogólnione multipolowe momenty magnetyczne o multipolowści różniącej się o jeden od pola zaburzającego (wyjątkiem jest elektryczne pole dipolowe indukujące tylko magnetyczny moment kwadrupolowy), dane wyrażeniem

$$\mathbf{M}_{\lambda}^{p(1)} = (4\pi\epsilon_0)c\,\alpha_{\mathrm{E}L\to\mathrm{M}\lambda}^{p}\frac{\{\boldsymbol{\nu}\otimes\mathbf{C}_L^{(1)}\}_{\lambda}}{\langle 10L0|\lambda 0\rangle} \qquad (p=\lambda,-\lambda-1;\quad \lambda=L\mp 1), \tag{7}$$

przy czym ν jest wektorem jednostkowym określającym kierunek spinu elektronu. Odpowiednie multipolowe elektryczno-magnetyczne podatności krzyżowe pól dalekich wyrażono formułami

$$\begin{aligned}
\alpha_{\mathrm{E}L\to\mathrm{M}(L-1)}^{L-1} &= \frac{\alpha a_0^{2L}}{Z^{2L}}\frac{(L-1)\Gamma(2\gamma_1+2L+1)}{2^{2L-1}(L+1)(4L^2-1)\Gamma(2\gamma_1+1)} \\
&\quad\times\left[1-\frac{L(L+1)(\gamma_1+1)\Gamma(\gamma_L+\gamma_1+L)\Gamma(\gamma_L+\gamma_1+L+1)}{(\gamma_L-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_1+2L+1)\Gamma(2\gamma_L+1)}\right. \\
&\qquad\left.\times {}_3F_2\left(\begin{matrix}\gamma_L-\gamma_1-L,\ \gamma_L-\gamma_1-L+1,\ \gamma_L-\gamma_1+1\\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ 2\gamma_L+1\end{matrix};1\right)\right],
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{\mathrm{E}L\to\mathrm{M}(L+1)}^{L+1} &= \frac{\alpha a_0^{2L+2}}{Z^{2L+2}}\frac{(L+1)\Gamma(2\gamma_1+2L+3)}{2^{2L+1}L(2L+1)(2L+3)\Gamma(2\gamma_1+1)} \\
&\quad\times\left[1+\frac{(L+2)(L\gamma_1-L-1)\Gamma(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+1)\Gamma(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+2)}{(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_1+2L+3)\Gamma(2\gamma_{L+1}+1)}\right. \\
&\qquad\left.\times {}_3F_2\left(\begin{matrix}\gamma_{L+1}-\gamma_1-L-1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+1\\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ 2\gamma_{L+1}+1\end{matrix};1\right)\right].
\end{aligned} \tag{9}$$

W przypadku pól bliskich uzyskano

$$\begin{aligned}
\alpha_{\mathrm{E}L\to\mathrm{M}(L-1)}^{-L} &= -\frac{\alpha a_0}{Z}\frac{L(2\gamma_1+1)}{(L+1)(4L^2-1)}\left\{1+\frac{(L^2-1)(\gamma_1+1)}{(\gamma_L-\gamma_1+1)(\gamma_L+\gamma_1-L+1)}\right. \\
&\quad\left.\times {}_3F_2\left(\begin{matrix}-L+2,\ 1,\ \gamma_L-\gamma_1-L\\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ \gamma_L+\gamma_1-L+2\end{matrix};1\right)\right\} \qquad (L\neq 1)
\end{aligned} \tag{10}$$

oraz

$$\begin{aligned}
\alpha^{-L-2}_{\mathrm{E}L\to\mathrm{M}(L+1)} &= -\frac{\alpha Z}{a_0}\frac{2(L+2)}{L(2L+1)(2L+3)\gamma_1}\Bigg\{1-\frac{(L+1)(L\gamma_1-L-1)}{(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)(\gamma_{L+1}+\gamma_1-L-1)} \\
&\quad\times {}_3F_2\left(\begin{matrix} -L,\ 1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L \\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ \gamma_{L+1}+\gamma_1-L \end{matrix};1\right)\Bigg\} \\
&\qquad\qquad\left(Z<\alpha^{-1}\frac{\sqrt{(2L+1)(2L+3)}}{2(L+1)}\right).
\end{aligned} \tag{11}$$

Ponadto w rozdziale 7 pokazano, że wyindukują się także uogólnione momenty toroidalne o multipolowści odpowiadającej polu zaburzającemu (1), tj.

$$\mathsf{T}^{p(1)}_L=\mathrm{i}(4\pi\epsilon_0)c\,\alpha^p_{\mathrm{E}L\to\mathrm{T}L}\sqrt{L(L+1)}\,\{\boldsymbol{\nu}\otimes\mathsf{C}^{(1)}_L\}_L \qquad (p=L,-L-1), \tag{12}$$

gdzie multipolowa elektryczno-toroidalna podatność krzyżowa pól dalekich dana jest wyrażeniem

$$\begin{aligned}
\alpha^L_{\mathrm{E}L\to\mathrm{T}L} &= \frac{\alpha a_0^{2L+2}}{Z^{2L+2}}\frac{1}{2^{2L+1}(2L+1)^2\Gamma(2\gamma_1+1)} \\
&\quad\times\Bigg\{\frac{(\gamma_1+1)\Gamma(\gamma_L+\gamma_1+L+1)\Gamma(\gamma_L+\gamma_1+L+2)}{(\gamma_L-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_L+1)} \\
&\quad\times {}_3F_2\left(\begin{matrix} \gamma_L-\gamma_1-L-1,\ \gamma_L-\gamma_1-L,\ \gamma_L-\gamma_1+1 \\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ 2\gamma_L+1 \end{matrix};1\right) \\
&\quad+\frac{(L\gamma_1-L-1)\Gamma(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+1)\Gamma(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+2)}{(L+1)(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_{L+1}+1)} \\
&\quad\times {}_3F_2\left(\begin{matrix} \gamma_{L+1}-\gamma_1-L-1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+1 \\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ 2\gamma_{L+1}+1 \end{matrix};1\right)\Bigg\},
\end{aligned} \tag{13}$$

a podatność pól bliskich

$$\begin{aligned}
\alpha^{-L-1}_{\mathrm{E}L\to\mathrm{T}L} &= -\frac{\alpha a_0}{Z}\frac{(L+1)(2\gamma_1+1)}{L(2L+1)^2}\Bigg\{\frac{\gamma_1+1}{(\gamma_L-\gamma_1+1)(\gamma_L+\gamma_1-L+1)} \\
&\quad\times {}_3F_2\left(\begin{matrix} -L+2,\ 1,\ \gamma_L-\gamma_1-L \\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ \gamma_L+\gamma_1-L+2 \end{matrix};1\right) \\
&\quad+\frac{L\gamma_1-L-1}{(L+1)(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)(\gamma_{L+1}+\gamma_1-L+1)} \\
&\quad\times {}_3F_2\left(\begin{matrix} -L+2,\ 1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L \\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ \gamma_{L+1}+\gamma_1-L+2 \end{matrix};1\right)\Bigg\}.
\end{aligned} \tag{14}$$

W rozdziale 8 podano wyrażenia asymptotyczne na pola elektryczne i magnetyczne indukujące się w atomie. Rozdział ten kończy część II rozprawy.

Następnie w części III omówiono oddziaływanie atomu wodoropodobnego ze słabym statycznym multipolowym polem magnetycznym o potencjale wektorowym

$$\boldsymbol{\mathcal{A}}^{(1)}_L(\boldsymbol{r})=-\mathrm{i}\sqrt{\frac{4\pi L}{(L+1)(2L+1)}}\,r^L\sum_{M=-L}^{L}\mathcal{D}^{(1)*}_{LM}\boldsymbol{Y}^L_{LM}(\boldsymbol{n_r}) \qquad (L\geqslant 1), \tag{15}$$

gdzie współczynniki $\mathcal{D}_{LM}^{(1)}$ określają wielkość i rozkład tego pola, a $\boldsymbol{Y}_{LM}^{L}(\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{r}})$ są odpowiednimi harmonikami wektorowymi. W rozdziale 9, wykorzystując stacjonarny rachunek zaburzeń, wyznaczono pierwszą i drugą poprawkę do energii dane odpowiednio wzorami

$$E^{(1)} = \delta_{L1}\,\mathrm{sgn}(m)\mathcal{D}_{10}^{(1)}\mu_B\frac{2\gamma_1+1}{3} \qquad \left(m=\pm\tfrac{1}{2}\right). \tag{16}$$

$$E^{(2)} = -\frac{1}{2}\,\frac{4\pi}{\mu_0}\,\chi_L\mathbf{D}_L^{(1)}\cdot\mathbf{D}_L^{(1)}, \tag{17}$$

gdzie χ_L jest statyczną multipolową magnetyzowalnością. Równanie (16) mówi nam, że w przypadku dipolowego pola magnetycznego ($L=1$) dochodzi do rozszczepienia podwójnie zdegenerowanego poziomu podstawowego atomu. Dla wyższych multipolowości pól degeneracja pozostaje. W rozdziale 10 pokazano, że na skutek obecności zewnętrznego pola (15) wyindukują się uogólnione multipolowe momenty magnetyczne o multipolowości pola (15), tj.

$$\mathbf{M}_L^{p(1)} = \frac{4\pi}{\mu_0}\,\chi_{\mathrm{M}L\to\mathrm{M}L}^{p}\mathbf{D}_L^{(1)} \qquad (p=L,-L-1), \tag{18}$$

gdzie dla pól dalekich uzyskano multipolową magnetyzowalność $\chi_{\mathrm{M}L\to\mathrm{M}L}^{L}\equiv\chi_L$ daną wyrażeniami

$$\begin{aligned}\chi_1 \;=\; & -\frac{\alpha^2 a_0^3}{Z^2}\frac{(\gamma_1+1)(4\gamma_1^2-1)}{18}\left[1+\frac{(\gamma_2+\gamma_1)\Gamma^2(\gamma_2+\gamma_1+2)}{6(2\gamma_1-1)\Gamma(2\gamma_1+3)\Gamma(2\gamma_2+1)}\right.\\ & \left.\times\,{}_3F_2\left(\begin{array}{c}\gamma_2-\gamma_1-1,\ \gamma_2-\gamma_1-1,\ \gamma_2-\gamma_1\\ \gamma_2-\gamma_1+1,\ 2\gamma_2+1\end{array};1\right)\right],\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\chi_L \;=\; & \frac{\alpha^2 a_0^{2L+1}}{Z^{2L}}\frac{L}{2^{2L}(L+1)(2L+1)^2\Gamma(2\gamma_1+1)}\\ & \left[\frac{(L+1)^2\Gamma^2(\gamma_L+\gamma_1+L+1)}{(\gamma_L-\gamma_1)\Gamma(2\gamma_L+1)}\,{}_3F_2\left(\begin{array}{c}\gamma_L-\gamma_1-L,\ \gamma_L-\gamma_1-L,\ \gamma_L-\gamma_1\\ \gamma_L-\gamma_1+1,\ 2\gamma_L+1\end{array};1\right)\right.\\ & \left.-\frac{L^2\Gamma^2(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+1)}{(\gamma_{L+1}-\gamma_1)\Gamma(2\gamma_{L+1}+1)}\,{}_3F_2\left(\begin{array}{c}\gamma_{L+1}-\gamma_1-L,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1\\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+1,\ 2\gamma_{L+1}+1\end{array};1\right)\right]\\ & (L\geqslant 2).\end{aligned} \tag{20}$$

Natomiast dla pól bliskich wyznaczono multipolowe stałe ekranowania magnetycznego

$$\chi_{\mathrm{M1}\to\mathrm{M1}}^{-2} = -\alpha^2 Z\frac{2(4\gamma_1^3+6\gamma_1^2-7\gamma_1-12)}{27\gamma_1(\gamma_1+1)(2\gamma_1-1)} \qquad \left(Z<\alpha^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \tag{21}$$

$$\begin{aligned}\chi_{\mathrm{M}L\to\mathrm{M}L}^{-L-1} \;=\; & -\alpha^2 Z\frac{2}{(2L+1)^2}\left[\frac{(L+1)^2}{(\gamma_L-\gamma_1)(\gamma_L+\gamma_1-L)}\,{}_3F_2\left(\begin{array}{c}-L,\ 1,\ \gamma_L-\gamma_1-L\\ \gamma_L-\gamma_1+1,\ \gamma_L+\gamma_1-L+1\end{array};1\right)\right.\\ & \left.-\frac{L^2}{(\gamma_{L+1}-\gamma_1)(\gamma_{L+1}+\gamma_1-L)}\,{}_3F_2\left(\begin{array}{c}-L,\ 1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L\\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+1,\ \gamma_{L+1}+\gamma_1-L+1\end{array};1\right)\right]\\ & \left(L\geqslant 2;\quad Z<\alpha^{-1}\frac{\sqrt{4L^2-1}}{2L}\right).\end{aligned} \tag{22}$$

W rozdziale 11 wyznaczono wyindukowane uogólnione multipolowe momenty elektryczne

$$\mathbf{Q}_\lambda^{p(1)} \;=\; (4\pi\epsilon_0)c\,\chi_{\mathrm{M}L\to\mathrm{E}\lambda}^{p}\frac{\{\boldsymbol{\nu}\otimes\mathbf{D}_L^{(1)}\}_\lambda}{\langle 10L0|\lambda 0\rangle} \qquad (p=\lambda,-\lambda-1;\quad \lambda=L\mp 1), \tag{23}$$

przy czym dla pól dalekich uzyskano podatności krzyżowe

$$\begin{aligned}
\chi^{L-1}_{\mathrm{M}L\to\mathrm{E}(L-1)} &= \frac{\alpha a_0^{2L}}{Z^{2L}} \frac{L\Gamma(2\gamma_1+2L+1)}{2^{2L-1}(L-1)(4L^2-1)\Gamma(2\gamma_1+1)} \\
&\quad\times\Bigg[1+\frac{(L+1)[\gamma_1(L-1)-L]\Gamma(\gamma_L+\gamma_1+L)\Gamma(\gamma_L+\gamma_1+L+1)}{(\gamma_L-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_1+2L+1)\Gamma(2\gamma_L+1)} \\
&\qquad\times{}_3F_2\left(\begin{matrix}\gamma_L-\gamma_1-L+1,\ \gamma_L-\gamma_1-L,\ \gamma_L-\gamma_1+1\\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ 2\gamma_L+1\end{matrix};1\right)\Bigg] \qquad (L\geqslant 2)
\end{aligned} \tag{24}$$

oraz

$$\begin{aligned}
\chi^{L+1}_{\mathrm{M}L\to\mathrm{E}(L+1)} &= \frac{\alpha a_0^{2L+2}}{Z^{2L+2}} \frac{L\Gamma(2\gamma_1+2L+3)}{2^{2L+1}(L+2)(2L+1)(2L+3)\Gamma(2\gamma_1+1)} \\
&\quad\times\Bigg[1-\frac{(L+1)(L+2)(\gamma_1+1)\Gamma(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+2)\Gamma(\gamma_{L+1}+\gamma_1+L+1)}{(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)\Gamma(2\gamma_1+2L+3)\Gamma(2\gamma_{L+1}+1)} \\
&\qquad\times{}_3F_2\left(\begin{matrix}\gamma_{L+1}-\gamma_1-L-1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+1\\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ 2\gamma_{L+1}+1\end{matrix};1\right)\Bigg].
\end{aligned} \tag{25}$$

Porównując wzory (10) i (11) z równaniami (24) i (25), pokazano, że

$$\chi^{\lambda}_{\mathrm{M}L\to\mathrm{E}\lambda} = \alpha^{L}_{\mathrm{M}\lambda\to\mathrm{E}L}. \tag{26}$$

Ponadto otrzymano także wyrażenia dla podatności krzyżowych pól bliskich

$$\chi^{-1}_{\mathrm{M1}\to\mathrm{E0}} = \frac{\alpha a_0}{Z}\frac{\gamma_1^2-1}{3\gamma_1}, \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
\chi^{-L}_{\mathrm{M}L\to\mathrm{E}(L-1)} &= \frac{\alpha a_0}{Z}\frac{L(2\gamma_1+1)}{(L-1)(4L^2-1)} \\
&\quad\times\Bigg[1+\frac{(L^2-1)(\gamma_1+1)}{(\gamma_L-\gamma_1+1)(\gamma_L+\gamma_1-L+1)} \\
&\qquad\times{}_3F_2\left(\begin{matrix}-L+2,\ 1,\ \gamma_L-\gamma_1-L\\ \gamma_L-\gamma_1+2,\ \gamma_L+\gamma_1-L+2\end{matrix};1\right)\Bigg] \qquad (L\geqslant 2)
\end{aligned} \tag{28}$$

oraz

$$\begin{aligned}
\chi^{-L-2}_{\mathrm{M}L\to\mathrm{E}(L+1)} &= \frac{\alpha Z}{a_0}\frac{2L}{(L+2)(2L+1)(2L+3)\gamma_1} \\
&\quad\times\Bigg\{1-\frac{(L+1)[\gamma_1(L+2)-L-1]}{(\gamma_{L+1}-\gamma_1+1)(\gamma_{L+1}+\gamma_1-L-1)} \\
&\qquad\times{}_3F_2\left(\begin{matrix}-L,\ 1,\ \gamma_{L+1}-\gamma_1-L\\ \gamma_{L+1}-\gamma_1+2,\ \gamma_{L+1}+\gamma_1-L\end{matrix};1\right)\Bigg\} \\
&\qquad\qquad\left(Z<\alpha^{-1}\frac{\sqrt{(2L+1)(2L+3)}}{2(L+1)}\right).
\end{aligned} \tag{29}$$

Odpowiednik relacji (26) dla podatności pól bliskich okazał się bardziej złożony. W rozdziale 12 dowiedziono, że pole (15) nie indukuje momentów toroidalnych. Następnie w rozdziale 13 przedstawiono asymptotyki pól indukujących się w atomie.

Ostatnią IV część rozprawy (rozdział 14) stanowi opis wpływu równoczesnej obecności multipolowego pola elektrycznego rzędu L_1 i multipolowego pola magnetycznego rzędu L_2 na poziomy energetyczne w atomie. Wówczas pierwsza poprawka do energii dana jest wyrażeniem

$$E^{(1)} = \delta_{L_2,1}\,\mathrm{sgn}(m)\mathcal{D}_{10}^{(1)}\mu_B\frac{2\gamma_1+1}{3} \qquad \left(m=\pm\tfrac{1}{2}\right). \tag{30}$$

i jak widzimy - w przypadku magnetycznego pola dipolowego ponownie dochodzi do zniesienia degeneracji poziomu podstawowego atomu. Wyznaczono także drugą poprawkę do energii, uzyskując odpowiednio

$$\begin{aligned} E^{(2)} &= -\frac{1}{2}(4\pi\epsilon_0)\alpha_{L_1}\mathbf{C}_{L_1}^{(1)}\cdot\mathbf{C}_{L_1}^{(1)} - \frac{1}{2}\frac{4\pi}{\mu_0}\chi_{L_2}\mathbf{D}_{L_2}^{(1)}\cdot\mathbf{D}_{L_2}^{(1)} \\ &\quad \pm(4\pi\epsilon_0)c\alpha_{\mathrm{E}L_1\to\mathrm{M}L_2}^{L_2}(\delta_{L_1,L_2-1}+\delta_{L_1,L_2+1})\frac{\sqrt{\{\mathbf{C}_{L_1}^{(1)}\otimes\mathbf{D}_{L_2}^{(1)}\}_1\cdot\{\mathbf{C}_{L_1}^{(1)}\otimes\mathbf{D}_{L_2}^{(1)}\}_1}}{\langle L_1 0 L_2 0|10\rangle} \\ &\quad (L_1\geqslant 1, L_2\geqslant 2), \end{aligned} \tag{31}$$

oraz

$$\begin{aligned} E^{(2)} &= -\frac{1}{2}(4\pi\epsilon_0)\alpha_{L_1}\mathbf{C}_{L_1}^{(1)}\cdot\mathbf{C}_{L_1}^{(1)} - \frac{1}{2}\frac{4\pi}{\mu_0}\chi_1\mathbf{D}_1^{(1)}\cdot\mathbf{D}_1^{(1)} \\ &\quad +\mathrm{sgn}(m)(4\pi\epsilon_0)c\alpha_{\mathrm{E2}\to\mathrm{M1}}^{1}\delta_{L_1,2}\frac{\sqrt{10}}{2}\{\mathbf{C}_2^{(1)}\otimes\mathbf{D}_1^{(1)}\}_{10} \qquad \left(L_1\geqslant 1, L_2=1, m=\pm\tfrac{1}{2}\right), \end{aligned} \tag{32}$$

przy czym widoczne w dwóch powyższych równaniach α_{L_1}, χ_{L_2} oraz $\alpha_{\mathrm{E}L_1\to\mathrm{M}L_2}^{L_2}$ to odpowiednio multipolowa polaryzowalność, multipolowa magnetyzowalność i multipolowa elektryczno-magnetyczna podatność krzyżowa. Równanie (31) pokazuje, że choć same multipolowe pola elektryczne i magnetyczne (z wyjątkiem dipolowego pola magnetycznego) nie znoszą degeneracji poziomu podstawowego, to dobranie multipolowości tych pól tak, by różniły się o jeden, spowoduje rozszczepienie poziomu podstawowego. Autorowi nie jest znana żadna wcześniejsza praca omawiająca to zjawisko.

Ostatni rozdział 15 stanowi zwięzłe podsumowanie rozprawy. Następuje po nim pięć rozdziałów uzupełniających. Całość kończy bibliografia.

Cześć wyników zamieszczonych w rozprawie została zaprezentowana w dwóch pracach [1, 2] opublikowanych wspólnie z promotorem.

Literatura

[1] R. Szmytkowski, G. Łukasik, Static electric multipole susceptibilities of the relativistic hydrogen-like atom in the ground state: Application of the Sturmian expansion of the generalized Dirac–Coulomb Green function, Phys. Rev. A 93 (2016) 062502

[2] R. Szmytkowski, G. Łukasik, Static electric and magnetic multipole susceptibilities for Dirac one-electron atoms in the ground state, At. Data Nucl. Data Tables 111–112 (2016) 41