



**POLITECHNIKA
GDAŃSKA**

WYDZIAŁ FIZYKI TECHNICZNEJ
I MATEMATYKI STOSOWANEJ



Hanna Guze

Streszczenie rozprawy doktorskiej nt.:

*Bifurkacje z łamaniem symetrii w zagadnieniu
różniczkowo-funkcyjnym opisującym nieliniowe deformacje
biologicznego klastra: metody wariacyjne.*

Promotor: dr hab. Joanna Janczewska

Gdańsk 2017

W pracy doktorskiej badane są matematyczne własności obiektu o elastycznym, wolnym brzegu, który został nazwany biologicznym klastrem. Brzeg klastra umocniony jest przy pomocy elastycznych połączeń z jądrem i jest wypełniony sprężonym gazem.

Badanie deformacji biologicznego klastra sprowadza się do badania bifurkacji z łamaniem symetrii w zbiorze rozwiązań radialnych równania różniczkowo - funkcyjnego postaci:

$$\frac{r^3(\theta) + 2r(\theta)r'^2(\theta) - r^2(\theta)r''(\theta)}{(r^2(\theta) + r'^2(\theta))^{3/2}} + \tau - \frac{\nu\omega}{S^{\nu+1}}r(\theta) = 0,$$

gdzie $r(\theta)$ jest funkcją klasy C^2 zmiennej $\theta \in [0, 2\pi]$, $S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r^2(\theta)d\theta$, a τ , ω , ν są parametrami rzeczywistymi o dodatnich wartościach. Powyższe równanie dla każdego multiparametru $\mu = (\tau, \omega, \nu)$ posiada rozwiązanie radialnie symetryczne określone wzorem

$$r_\mu = \left(\frac{\nu\omega}{\pi^{\nu+1}(1 + \tau)} \right)^{\frac{1}{2\nu+1}}.$$

Pokażemy, że ze zbioru rozwiązań radialnie symetrycznych bifurkują rozwiązania, które nie są radialnie symetryczne. Udowodnimy, że występowanie bifurkacji z łamaniem symetrii zależy tylko od parametru τ oraz pierwsza krytyczna wartość τ wynosi 3. Następnie pokażemy, że bifurkacje mają charakter dokrytyczny.

Praca składa się z trzech rozdziałów. Pierwszy z nich ma charakter wprowadzający. Przypomniane są w nim pojęcia i fakty z zakresu analizy funkcjonalnej. Wprowadzone są definicje, twierdzenia i przykłady, z których korzystamy w kolejnych rozdziałach.

W rozdziale drugim opisaliśmy klasyczne zagadnienie bifurkacji w rów-

naniach nieliniowych z parametrem oraz przedstawiliśmy podstawowe narzędzie, z którego korzystamy, t.j. twierdzenie Crandalla - Rabinowitza. W dalszej części rozdziału omówione zostały redukcja Lyapunova - Schmidta oraz metoda funkcji kluczowej Saprónova, które stosujemy do określenia typu bifurkacji.

Rozdział trzeci, który powstał w oparciu o publikacje: [BoT], [GuJ1], [GuJ2], stanowi zasadniczą część pracy doktorskiej i składa się z czterech podrozdziałów. W Podrozdziale 3.1 przedstawiamy matematyczny model biologicznego klastra, formułujemy problem bifurkacji z łamaniem symetrii oraz główne twierdzenie pracy (Twierdzenie 3.2). W Podrozdziale 3.2 sprawdzamy zagadnienie bifurkacji z łamaniem symetrii ze zbioru rozwiązań radialnie symetrycznych równania różniczkowo - funkcyjnego opisującego formy równowagi biologicznego klastra do klasycznego problemu bifurkacji ze zbioru rozwiązań trywialnych pewnego równania nieliniowego $\hat{F}(\varrho, \mu) = 0$ w odpowiednich przestrzeniach Banacha (Twierdzenie 3.3). Pokazujemy wybrane własności odwzorowania \hat{F} , potrzebne do skorzystania z twierdzenia Crandalla - Rabinowitza. W Podrozdziale 3.3 badamy zachowanie rozwiązań radialnie niesymetrycznych. Wykazujemy, że mamy do czynienia ze zjawiskiem bifurkacji doktrycznych i krzywą rozwiązań radialnie niesymetrycznych możemy sparametryzować parametrem bifurkacji τ . Natomiast w Podrozdziale 3.4 zostały przedstawione z wykorzystaniem programu Mathematica wizualizacje tego, jak w punktach krytycznych może zachować się brzeg biologicznego klastra.

Obszerniejsze streszczenie mojej rozprawy doktorskiej, w którym pojawia się również szczegółowe wyjaśnienie pojęcia biologicznego klastra, stanowi Wstęp.

Bibliografia

- [BoT] A.Yu. Borisovich, H. Treder (H. Guze), Symmetry-breaking bifurcations for free elastic shell of biological cluster, AIP Conference Proceedings 936 (2007), 90–92.
- [GuJ1] H. Guze, J. Janczewska, Symmetry-breaking bifurcation for free elastic shell of biological cluster, part 2, Milan J. Math. 82, (2014), no. 2, 331–342.
- [GuJ2] H. Guze, J. Janczewska, Subcritical bifurcation of free elastic shell of biological cluster, Nonlinear Analysis: Real World Applications 24 (2015), 61–72.