

Politechnika Gdańska  
Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej  
Katedra Fizyki Teoretycznej i Informatyki Kwantowej

Streszczenie rozprawy doktorskiej

O symetrycznej rozszerzalności stanów kwantowych i jej  
zastosowaniach

mgr inż. Marcin Nowakowski

Promotor: Prof. Dr hab. Paweł Horodecki

Gdańsk 2016

## Lista publikacji:

1. M. L. Nowakowski, P. Horodecki, **A simple test for quantum channel capacity**, J. Phys. A: Math. Theor. **42**, 135306 (2009).
2. M. L. Nowakowski, P. Horodecki, **Efficient bounds on quantum communication rates via their reduced variants**, Phys. Rev. A **82**, 042342 (2010).
3. M. Nowakowski, **The symmetric extendibility of quantum states**, J. Phys. A: Math. Theor. **49**, 385301 (2016).
4. M. Nowakowski, **Monogamy of quantum entanglement in time**, Preprint quant-ph/1604.03976 (submitted to Phys. Rev. A).
5. M. Nowakowski, **Quantum entanglement in time**, American Institute of Phys. Conf. Proc.: Quantum Retrocausation III (2016).

## Streszczenie

Rozprawa doktorska jest poświęcona analizie symetrycznej rozszerzalności stanów kwantowych i jej zastosowaniom w obszarze kwantowej teorii informacji, w szczególności w obszarze destylacji splątania kwantowego, teorii kanałów kwantowych, kwantowego bezpieczeństwa oraz monogamii splątania kwantowego w czasie.

W pracy bada się geometrię zbioru stanów symetrycznie rozszerzalnych, tzn. stanów kwantowych, które posiadają symetryczne rozszerzenia, i dowodzi się, że zbiór ten jest zamknięty pod działaniem operatorów 1-LOCC, co ma istotne znaczenie dla dalszych zastosowań w jednokierunkowej destylowalności splątania kwantowego i teorii kanałów kwantowych.

Stosując izomorfizm Choi-Jamiołkowskiego [1] między stanami kwantowymi a kanałami kwantowymi, wprowadza się test na pojemność kanałów kwantowych. Dyskutujemy związki między monogamią splątania kwantowego a teorią Bella oraz symetryczną rozszerzalnością.

Przedmiotem badań jest także teoria miar splątania kwantowego i jej relacja do własności symetrycznej rozszerzalności. Wprowadzamy nowe monotony splątania oraz parametry splątania, które są stosowane dalej, jako ograniczenie górne na destylowalne splątanie kwantowe. Definiujemy także koncepcję zredukowanych wariantów pewnych miar kwantowych, wskazując, że mogą być one efektywną estymacją miar kwantowych niezredukowanych.

Bazując na paradygmacie konsystentnych splątanych historii, wprowadzających pojęcie splątania kwantowego w czasie, badamy monogamiczność partykularnej historii oraz wyprowadzamy analityczne ograniczenie Tsirelsona [15] na czasowe nierówności Leggetta-Garga [16].

Rezultaty przedstawione w tej dysertacji dowodzą ważności koncepcji symetrycznej rozszerzalności dla dalszego rozwoju kwantowej teorii informacji.

Przedłożona rozprawa doktorska składa się z 10 rozdziałów zawartych na 137 stronach. Do rozprawy napisanej w języku angielskim dołączono streszczenie w języku angielskim oraz polskim. Rozprawa zawiera 13 rysunków oraz 171 pozycji bibliograficznych.

Struktura rozprawy jest następująca:

Rozdział 1 przedstawia główne cele pracy oraz opisuje strukturę dysertacji. Dodano także listę publikacji autora.

W Rozdziale 2 wprowadzono fundamentalne pojęcia oraz narzędzia kwantowej teorii informacji, konieczne do zrozumienia następnych rozdziałów. Szczególny nacisk położono na teorię kanałów kwantowych oraz teorię splątania kwantowego.

Rozdział 3 jest poświęcony koncepcji monogamii splątania kwantowego (w przestrzeni) oraz teorii Bella [2]. W rozdziale tym omawiamy lokalny realizm i założenia stojące za nierównościami Bella, eksplorujemy również związki między symetryczną rozszerzalnością a możliwością łamania nierówności Bella.

W Rozdziale 4 analizujemy dogłębnie kwantowe stany, posiadające cechę symetrycznej rozszerzalności oraz badamy geometrię zbioru takich stanów. W szczególności, wykazujemy, że nie można zredukować maksymalnej rozszerzalności stanów kwantowych, nawet jeśli działa się operacjami 1-LOCC (lokalne operacje kwantowe z towarzyszącą klasyczną komunikacją jedno-kierunkową) na wiele kopii stanu kwantowego. Wynik ten jest obecnie szeroko stosowany w literaturze [3-7]. Dyskutujemy dalej symetryczną rozszerzalność układów złożonych oraz przedstawiamy hierarchię testów separowalności stanów kwantowych opartą na symetrycznej rozszerzalności stanów.

W Rozdziale 5 przedstawiono analitycznie wyprowadzone symetryczne rozszerzenia stanów izotropowych. Ten rezultat jest istotny ze względu na fakt [8], że wszystkie stany kwantowe dla układów podwójnych mogą być przetransformowane pod wpływem losowych operacji  $U \otimes U^*$  - „twirlingu” w stany izotropowe. W oparciu o ten wynik, proponujemy nowy parametr splątania kwantowego zbudowany na dystansie znormalizowanej entropi względnej względem zbioru stanów symetrycznie rozszerzalnych.

Rozdział 6 jest poświęcony zastosowaniom koncepcji symetrycznej rozszerzalności do teorii destylacji splątania kwantowego oraz teorii miar splątania kwantowego. Przypominamy w nim główne koncepcje związane z protokołami destylacji kwantowej oraz miarami kwantowymi. W rozdziale zostaje wprowadzony nowy monoton splątania kwantowego zbudowany na „najlepszej symetrycznie rozszerzalnej aproksymacji” stanu kwantowego. Wprowadzamy także koncepcję zredukowanej miary jedno-kierunkowego destylowalnego splątania oraz dowodzimy, że jest ona ograniczeniem górnym na destylowalne splątania. Dowodzimy także, że wprowadzony wcześniej parametr splątania (w oparciu o dystans entropii względnej) jest dobrym ograniczeniem górnym na jedno-kierunkowe destylowalne splątanie kwantowe. Wszystkie te wyniki są nowe w literaturze przedmiotu.

Tematem Rozdziału 7 jest teoria kanałów kwantowych i ich symetrycznej rozszerzalności. Dyskutujemy w nim miary pojemności kanałów kwantowych oraz ich addytywność. Przedstawiamy szybki test na pojemność dowolnego kanału kwantowego, który jest oparty na obserwacji, że splątanie kwantowe jest monogamiczne i nie pozwala na perfekcyjne klonowanie stanu kwantowego, tym samym implikuje dla kanałów kwantowych, izomorficznych z symetrycznie rozszerzalnymi stanami kwantowymi, zerową pojemność. Przedstawiamy także nowe pojęcie zredukowanej pojemności kanału kwantowego, która w pewnych przypadkach istotnie obniża złożoność problemu poszukiwania pojemności kwantowej zadanego kanału kwantowego. Ta wielkość jest także nowym ograniczeniem górnym na kwantową pojemność kanału kwantowego. Przykładem zastosowania symetrycznej rozszerzalności jest także omówienie super-aktywacji pojemności kanałów kwantowych [9].

W Rozdziale 8 analizujemy bezpieczeństwo kwantowych korelacji w kontekście symetrycznej rozszerzalności. Wprowadzamy pojęcia zredukowanego klucza kwantowego i dowodzimy, że może on być ograniczeniem górnym klucza kwantowego. Przedstawiamy także nowe wyniki dotyczące ograniczenia klucza kwantowego w funkcjach odległości od zbioru stanów symetrycznie rozszerzalnych.

Rozdział 9 poświęcony jest nowej dziedzinie dotyczącej korelacji kwantowych w czasie. Zagadnienie kwantowego splątania w czasie analizowane jest na gruncie splątanych

historii konsystentnych [10-12], ostatnio zmodyfikowanej wersji teorii historii dekoherentnych [13-14]. Wykazujemy, że w podobieństwie do monogamii splątania kwantowego w przestrzeni związanego z symetryczną rozszerzalnością, splątanie kwantowe w czasie jest także monogamiczne dla partykularnej historii. Dowodzimy także analitycznie, w oparciu o splątane historie konsystentne, ograniczenie Tsirelsona [15] na czasowe nierówności Leggetta-Garga [16], co potwierdza wyniki osiągnięte numerycznie w oparciu o optymalizację wypukłą.

W Rozdziale 10 dokonujemy przeglądu głównych wyników rozprawy doktorskiej oraz omawiamy potencjalne kierunki dalszych badań.

## Literatura

- [1] A. Jamiolkowski, Rep. Math. Phys. **3**, 275 (1972).
- [2] J. S. Bell, Physics **1**, 195 (1964).
- [3] T. Moroder, N. Lutkenhaus, Phys. Rev. A **74**, 052301 (2006).
- [4] G. O. Myhr, N. Lutkenhaus, Phys. Rev. A **79**, 062307 (2009).
- [5] G. O. Myhr et. al., Symmetric extensions in two-way quantum key distribution, Preprint quant-ph/0812.3607v1 (2008).
- [6] Jianxin Chen et. al, Phys. Rev. A **90**, 032318 (2014).
- [7] A. Milne, D. Jennings, S. Jevtic et al., Phys. Rev. A **90**, 1050 (2014).
- [8] R. F. Werner, Phys. Rev. A **40**, 4277 (1989).
- [9] G. Smith and J. Yard, Science **321**, 1812 (2008).
- [10] J. Cotler, F. Wilczek, Entangled Histories, Preprint quant-ph/1502.02480 (2015).
- [11] J. Cotler, F. Wilczek, Bell Tests for Histories, Preprint quant-ph/1503.06458 (2015).
- [12] J. Cotler, F. Wilczek et al., Experimental Test of Entangled Histories, Preprint quant-ph/1601.02943 (2016).
- [13] R. Griffiths, Phys. Rev. Lett **70**, 2201-204 (1993).
- [14] R. Griffiths, Consistent Quantum Theory, Cambridge: Cambridge UP, (2002).
- [15] B. S. Cirel'son, Lett. Math. Phys. **4**, 93-100 (1980).
- [16] A. J. Leggett and A. Garg, Phys. Rev. Lett. **54**, 857 (1985).